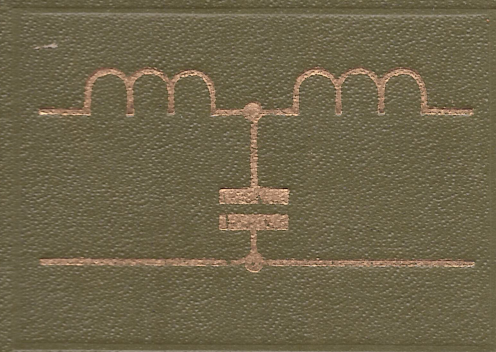
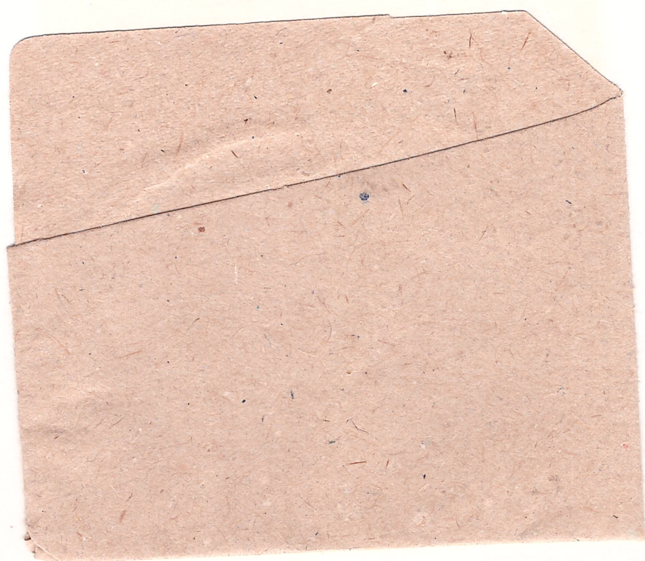
П. А. ПОПОВ

ТЕОРИЯ СВЯЗИ ПО ПРОВОДАМ



П. А. ПОПОВ ТЕОРИЯ СВЯЗИ ПО ПРОВОДАМ



П. А. Попов

ТЕОРИЯ СВЯЗИ ПО ПРОВОДАМ

Допущено Министерством связи СССР
в качестве учебника для техникумов
связи, специальности 0708, 0709, 0733,
0734, 0735



ИЗДАТЕЛЬСТВО «СВЯЗЬ»
МОСКВА 1978

6Ф1
П58
УДК 621.391(075.8)

Попов П. А.

П58 Теория связи по проводам. Учебник для техникумов связи. М., «Связь», 1978.

272 с. с ил.

Изложены принципы электрической связи по проводам, теория и методы расчета цепей с распределенными параметрами и четырехполюсников аппаратуры связи, в том числе частотных фильтров, трансформаторов и корректирующих контуров. Рассмотрены вопросы взаимного влияния между цепями кабельных и воздушных линий связи и методы его уменьшения.

Учебник предназначен для учащихся техникумов связи.

$П\frac{30602-034}{045(01)-78}8-78$ 6Ф1

Рецензенты: О. Д. ЛОТОЦКАЯ, А. И. БОБРОВ

ПРЕДИСЛОВИЕ

XXV съезд Коммунистической партии Советского Союза определил узловые проблемы развития экономики на современном этапе. Среди них первоочередной является ускорение научно-технического прогресса. Только на основе ускоренного развития науки и техники может быть решена конечная задача социальной революции — построение коммунистического общества.

Партия придает важнейшее значение развитию фундаментальной науки и практическому внедрению новых научных идей. «...Нет ничего более практичного, чем хорошая теория»,—так определил значение теории для научно-технического прогресса Генеральный секретарь ЦК КПСС товарищ Л. И. Брежнев в Отчетном докладе Центрального Комитета КПСС на XXV съезде партии[1].

Теория связи по проводам служит теоретической основой для всех специальных дисциплин проводной связи, которые решают практическую задачу неискаженной передачи различных сообщений. При работе над рукописью автор преследовал цели: рассмотреть физические процессы в аппаратуре и линиях проводной связи и способы математического описания этих процессов; отразить тенденции развития теории и практики проводной связи и приб- тенденции развития теории и практики проводной связи и приблизить направленность данного учебника к содержанию и набое внимание уделено объяснению таких специфических понятий теории и техники проводной связи, как спектральное представление сигналов связи, логарифмические единицы измерения мощности и затухания сигналов, взаимное влияние между цепями, двух- и четырехпроводная системы связи. Все основные положения проиллюстрированы примерами расчета.

Автор выражает благодарность О. Д. Лотоцкой и А. И. Боброву за тщательное рецензирование рукописи и критические замечания, способствовавшие существенному улучшению книги.

Замечания по книге следует направлять в издательство «Связь» (101 000 Москва-центр, Чистопрудный бульвар, 2).

[1] Материалы XXV съезда КПСС. М., Политиздат, 1976, с. 48.

ВВЕДЕНИЕ

Способность электрического тока вызывать отклонение магнитной стрелки была открыта датским физиком Эрстедом летом 1820 г. А уже осенью того же года французский ученый Ампер предложил использовать магнитное действие тока для передачи буквенного текста на большие расстояния с помощью электрических сигналов.

По замыслу Ампера в пункте приема сообщений следовало установить ряд соленоидов (витков провода) с магнитной стрелкой внутри каждого соленоида. Число соленоидов (и стрелок) должно быть равным числу букв в алфавите. Один зажим каждого соленоида соединяют отдельным проводом с пунктом передачи сообщений, а другой — с общим для всех соленоидов обратным проводом (рис. В.1). Если в пункте передачи подключать батарею по очереди к тому или иному проводу, то в пункте приема, наблюдая за отклонением стрелок и записывая соответствующие буквы, можно восстановить передаваемое сообщение.

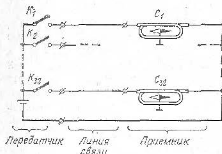


Рис. В.1. Схема телеграфирования, предложенная Ампером

Эта идея не нашла практического применения, потому что для того времени линия связи из трех десятков проводов (по числу букв алфавита) была слишком сложным и дорогим устройством. Уменьшение числа соленоидов до одного и числа соединительных проводов до двух оказалось возможным только после того, как наш соотечественник член Петербургской академии наук П. Л. Шиллинг впервые предложил и разработал телеграфный код.

В течение всей осени 1832 г. П. Л. Шиллинг демонстрировал в Петербурге работу электромагнитного телеграфа, а в 1836 г. осуществил телеграфирование по двухпроводной линии длиной 5 км.

Работа Шиллинга была продолжена русским академиком Б. С. Якоби, который в 1839 г. предложил конструкцию пишущего телеграфного аппарата с записью сигнала в виде ломаной линии. Однако в течение многих лет (до начала Крымской войны) правящие круги России не проявляли интереса к телеграфу, а император Николай I запретил публиковать в печати не только ре-

зультаты работ русских ученых в области телеграфирования, но даже сведения о зарубежных работах.

В эти же годы развитие промышленности и появление сети железных дорог в США потребовали организации быстрой и надежной связи. Конгресс США выделил значительные ассигнования на разработку аппаратуры, что позволило американскому профессору живописи С. Морзе после ряда неудач и ошибок создать в 1844 г. работоспособную конструкцию телеграфного аппарата с записью сигнала в виде штрихпунктирной линии (т. е. в виде ряда «точек» и «тире») и развернуть промышленное производство телеграфной аппаратуры.

Первая воздушная телеграфная линия большого протяжения в России была построена в 1854 г. между Петербургом и Варшавой.

В 1876 г. англичанин Г. Белл получил патент на изобретенный им электромагнитный телефон. Приемник и передатчик Белла имели одинаковое устройство: катушка из медной проволоки, снабженная намагниченным сердечником стержневой формы, и железная мембрана, закрепленная против одного из полюсов сердечника. Такое устройство как передатчик развивало очень малую ЭДС, а как приемник имело малую чувствительность. Дальность связи не превышала нескольких километров.

Увеличить дальность и надежность связи удалось только после того, как русский инженер П. М. Голубицкий (жил и работал в селе близ г. Тарусы на Оке) предложил и разработал конструкцию порошкового угольного микрофона в качестве передатчика и конструкцию телефона с подковообразными магнитами в качестве приемника. Передатчик Голубицкого развивал бо́льшую ЭДС, чем трубка Белла, а приемник имел более высокую чувствительность. Это позволило П. М. Голубицкому довести дальность телефонирования до 350 км. Он же предложил осуществлять питание микрофонов от центральной батареи, размещаемой на телефонной станции. Изобретения Голубицкого сохранились в конструкциях аппаратуры до наших дней.

В России первые городские телефонные станции были сооружены в 1882 г. в Москве, Петербурге, Одессе и Риге. В 1898 г. закончено строительство воздушной линии телефонной связи между Петербургом и Москвой.

Изобретение радио А. С. Поповым в 1895 г. не только сделало возможным организацию телеграфной и телефонной связи без проводов на большие расстояния. Оно открыло новый путь развития телефонной связи по проводам — применение амплитудной модуляции несущей частоты с целью частотного уплотнения линии связи.

В 1915 *г. на Всероссийском съезде инженеров-электриков* В. И. Коваленков демонстрировал первые макеты ламповых телефонных усилителей двустороннего действия.

Несмотря на выдающуюся роль русских ученых в развитии электросвязи, техника электросвязи в царской России значитель-

но отставала от техники связи Западной Европы и Америки. Причиной этому служила политика правителей царской России.

Неограниченные возможности для развития отечественной науки и техники открылись только после Великой Октябрьской социалистической революции. За годы первых пятилеток советский народ под руководством Коммунистической партии создал собственную тяжелую индустрию, машиностроение и на этой основе — отечественную промышленность средств связи. Был организован ряд научно-исследовательских институтов связи. В 1939 г. была введена в эксплуатацию самая длинная в мире (для того времени) телефонная магистраль Москва — Хабаровск, оборудованная трехканальной отечественной аппаратурой СМТ-35, которая находилась на уровне лучших мировых образцов.

В годы Великой Отечественной войны советские связисты в тылу и на фронте с честью выполнили все задачи, поставленные Коммунистической партией и Советским правительством, и внесли свой трудовой и воинский вклад в великую победу советского народа над фашистской Германией. В боях и сражениях советские воины-связисты не щадили своих сил, крови и самой жизни для достижения полной победы над врагом. В боевой обстановке были подтверждены высокие качество и надежность отечественной техники связи.

В послевоенные годы техника связи стала развиваться особенно интенсивно. Было налажено производство симметричного и коаксиального магистральных кабелей, разработаны и внедрены в производство 12-, 24- и 60-канальные системы уплотнения симметричного кабеля, а также системы на 120, 300 и 1920 телефонных каналов для уплотнения коаксиального кабеля. Магистрали К-1920 связывают Москву с крупнейшими городами Советского Союза и столицами социалистических стран: Варшавой, Прагой, Берлином и обеспечивают обмен телевизионными программами между этими городами. Получили распространение радиорелейные линии большой емкости. На смену электронным усилительным лампам пришли экономичные и надежные полупроводниковые усилительные элементы — транзисторы. Развивается связь с помощью искусственных спутников земли. Осуществляется большая работа по микроминиатюризации узлов и блоков аппаратуры связи. Ведутся исследования по применению волноводов и оптических линий связи в технике многоканальной связи. Разработаны первые отечественные системы временнóго уплотнения цепей связи.

Все эти работы создают условия для полной автоматизации междугородных связей в стране и для создания Единой автоматизированной сети связи (ЕАСС), которая объединит все типы линий связи в единую сеть страны и обеспечит передачу всех существующих видов информации в любой пункт страны. Это позволит поднять на высшую ступень планирование и управление народным хозяйством, а также удовлетворить потребности населения во всех видах электрической связи.

1

Глава

ПРИНЦИПЫ ПРОВОДНОЙ СВЯЗИ И СПЕКТРЫ СИГНАЛОВ СВЯЗИ

1.1. Понятие об электрической связи

Теория связи по проводам изучает способы математического описания сигналов связи, свойства и спектры сигналов различных видов связи, способы уплотнения цепей связи, законы распространения сигналов связи по физическим линиям связи, принципы работы и расчета частотных фильтров и устройств для уменьшения искажений сигнала в линии связи, теорию взаимного влияния между параллельными цепями связи и способы его уменьшения. Иными словами, теория связи по проводам изучает все вопросы и явления, которые имеют отношение к неискаженной передаче электрических сигналов по проводным линиям связи.

В течение всей жизни человек с помощью органов чувств (зрения, слуха, осязания, обоняния и вкуса) получает разнообразные сведения об окружающем его мире. В научно-технической литературе сведения принято называть *информацией*. Мозг человека обладает способностью запоминать информацию, перерабатывать ее и создавать новую.

В процессе общественной жизни и целенаправленной трудовой деятельности люди вынуждены постоянно обмениваться информацией друг с другом. Механизация и автоматизация производственных процессов приводит к тому, что в качестве источников и потребителей информации начинают выступать не только люди, но и объекты неживой природы: станки, машины, автоматизированные участки предприятий и целые предприятия. Лицо или устройство, которое является источником информации, называют *отправителем информации*. Лицо или устройство, для которого предназначена эта информация, называют *получателем информации*, а сама передаваемая информация называется *сообщением*. *Процесс передачи информации от отправителя к получателю называется связью.*

Связь как передача информации неосуществима без наличия и участия некоторых материальных предметов и явлений, которые выступают в качестве *запоминающих устройств* и *переносчиков информации*. Например, информацию можно зафиксировать в виде текста или чертежа на листе бумаги и отправить этот лист

получателю информации поездом, самолетом, а иногда и просто пешим курьером. Основным недостатком такого способа передачи (до появления и развития авиации) была сравнительно невысокая скорость передвижения транспортных средств. Поэтому еще в древности для повышения скорости передачи наиболее важных и в то же время достаточно простых по смыслу сообщений (вторжение неприятеля, победа или поражение своей армии в крупном сражении и т. д.) применяли специальные барабаны, сигнальные трубы, колокола, пламя и дым сигнальных костров. Во всех перечисленных случаях в роли переносчика сообщения выступает некоторый физический процесс: колебания молекул воздуха, воспринимаемые ухом как звук, или колебания электромагнитного поля, воспринимаемые глазом как свет.

Физический процесс, несущий информацию, называется сигналом.

Из всех известных в настоящее время сигналов наиболее удобными для передачи информации на большие расстояния и с высокой скоростью распространения оказались электрические сигналы. Передача сообщений посредством электрических сигналов называется *электрической связью.*

В качестве электрических сигналов могут быть: а) колебания электромагнитного поля в среде, заполненной веществом, или в вакууме; б) колебания напряжения или тока в двухпроводной электрической линии, соединяющей пункт отправления с пунктом приема. (В качестве второго провода может выступать земля.) В первом случае говорят о *радиосвязи,* во втором — *о проводной связи* или *связи по проводам.*

В технике связи известны устройства, сочетающие в себе характерные признаки как радио-,так и проводной связи, — электрические волноводы. Передача информации по ним осуществляется с помощью электромагнитных колебаний, которые распространяются внутри волновода: медной трубы с полированной внутренней поверхностью.

Несмотря на большое разнообразие видов электрической связи, в основе действия каждой системы связи лежит одинаковый

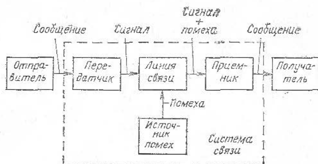


Рис. 1.1. Схема системы электрической связи

принцип. Передаваемое сообщение, источником которого является отправитель, в пункте отправления поступает в передатчик (рис. 1.1) и преобразуется последним в электрический сигнал. Сигнал через линию связи попадает в приемник, где снова преобразуется в сообщение и поступает к получателю. В процессе передачи на линию связи воздействуют помехи (сигналы других передатчиков, разряды атмосферного электричества и т. д.), которые складываются с передаваемым сигналом и нарушают (искажают) его первоначальную форму. Наличие помех отражено на рис. 1.1 источником помех. Передатчик, линия связи, источник помех и приемник образуют систему передачи сообщений, или *систему электрической связи.* Элементы системы связи на рис. 1.1 заключены в штриховую рамку. Заметим, что отправитель и получатель сообщения в систему связи не входят.

1.2. Спектральное описание сигнала на примере телеграфной связи

Понятие о коде. Для записи 32 букв русского алфавита (не считая буквы «ё») при обычном письме мы применяем 32 различных *графических символа* или 32 *графических элемента* алфавита. Зададимся вопросом: можно ли записать все 32 буквы алфавита с помощью только двух каких-либо графических элементов, например с помощью элементов «0» и «1»? Казалось бы, этого сделать нельзя. Но в действительности задача легко решается, если записывать каждую букву в виде определенной последовательности нескольких таких элементов. Например, можно условиться записывать букву «а» в виде последовательности 11000, букву «б» — в виде последовательности 10011 и т. д. Каждую такую последовательность называют *комбинацией.* Совокупность комбинаций, изображающих все буквы алфавита, называют *кодом.*

Принцип телеграфирования постоянным током. Установим в пункте передачи батарею *Б* (рис. 1.2), а в пункте приема электромагнит *ЭМ.* Соединим батарею и электромагнит парой проводов и включим в разрыв цепи в пункте передачи ключ *К.* Полученную цепь можно с помощью ключа приводить в одно из двух возможных состояний: а) ключ замкнут, в цепи и в обмотке электромагнита существует ток; б) ключ разомкнут, ток в цепи отсутствует.

Наличие двух возможных состояний цепи позволяет осуществить по ней передачу кодовых комбинаций двоичного кода, т. е. такого кода, комбинации которого образованы только из двух различных элементов. Для этого достаточно условиться, что первое состояние цепи (ключ замкнут) соответствует, например, передаче элемента «1», а второе (ключ разомкнут) — передаче элемента «0».

При таком условии передачу, например, кодовой комбинации 10011 (буква «б») осуществляют следующим образом. Сначала замыкают ключ и в течение некоторого промежутка времени $\Delta t_1 = \tau$ пропускают по цепи ток (передача элемента «1»). Затем цепь размыкают на время $\Delta t_2 = 2\tau$ (передача элементов «0» и

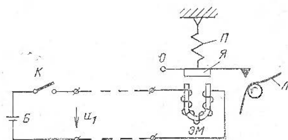


Рис. 1.2. Принцип телеграфирования «постоянным» током

«0»), после чего ключ замыкают еще раз на интервал времени $\Delta t_3 = 2\tau$ (передача элементов «1» и «1»).

Для фиксации переданной комбинации в месте приема над электромагнитом помещают железный якорь *Я*, закрепленный на оси *О*. Пока ток в электромагните отсутствует, пружина *П* удерживает якорь в приподнятом состоянии и перо, закрепленное на конце якоря, не касается движущейся бумажной ленты *Л*. Когда по обмотке электромагнита идет ток, якорь притягивается к полюсам электромагнита. Перо приближается к бумажной ленте и чертит на ней линию.

В процессе приема упомянутой выше комбинации 10011 на ленте появятся сначала короткая, а потом длинная черты, разделенные интервалом, длина которого равна длине второй черты.

Форма сигнала при телеграфировании постоянным током и его частотный спектр. Если предположить, что внутреннее сопротивление батареи *Б* во много раз меньше, чем сопротивление проводов линии связи и электромагнита, то можно при нажатом ключе пренебречь падением напряжения на внутреннем сопротивлении батареи и считать, что напряжение u_1 в начале линии равно ЭДС батареи E. При разомкнутом ключе напряжение u_1 равно нулю. Таким образом, график зависимости напряжения u_1 от времени в процессе телеграфной передачи имеет вид прямоугольных импульсов, длительность каждого из которых равна целому числу интервалов τ, где τ — продолжительность передачи одного элемента кодовой комбинации. В качестве примера на рис. 1.3 показан закон изменения напряжения u_1 при передаче буквы «б».

Каким требованиям должна удовлетворять линия связи, чтобы по ней можно было осуществлять телеграфную передачу? В частности, надо ли при телеграфировании постоянным током рас-

считывать линию на прохождение не только постоянного, но и *переменного (синусоидального) тока*? Вопрос о переменном токе может показаться странным: ведь в цепи на рис. 1.2 имеется только один источник постоянного тока (батарея) и нет никаких источников переменного тока. Но не будем спешить с ответом: хотя

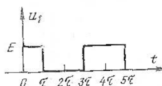


Рис. 1.3. Форма телеграфного сигнала при передаче буквы «б»

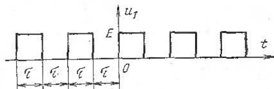


Рис. 1.4. Пример периодического несинусоидального сигнала

в цепи нет источников переменного тока, зато в ней имеется ключ, работа которого оказывает самое прямое влияние на частотный состав (спектр) телеграфного сигнала.

Предположим, что с помощью ключа в пункте передачи очень давно (теоретически бесконечно давно) начали непрерывно передавать последовательность букв «Ы» (10101) и «Р» (01010).

График временно́й зависимости напряжения u_1 при такой передаче показан на рис. 1.4. *Рассматривая его, убеждаемся,* что численные значения функции $u_1 = u_1(t)$ повторяются через интервал времени $\Delta t = T_1 = 2\tau$. Такая функция называется *периодической*, а величина T_1 — *периодом функции*.

Из математики известно, что любую периодическую функцию, которая на протяжении периода не обращается в бесконечность и имеет конечное число максимумов и минимумов, можно *представить в виде суммы членов особого тригонометрического ряда* или, как говорят, разложить в ряд Фурье. Для функции на рис. 1.4 разложение имеет вид

$$u_1(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi} \sin \omega_1 t + \frac{2E}{3\pi} \sin 3\omega_1 t + \frac{2E}{5\pi} \sin 5\omega_1 t + \ldots, \quad (1.1)$$

где $\omega_1 = 2\pi f_1$; $f_1 = \dfrac{1}{T_1}$; $T_1 = 2\tau$.

Таким образом, функцию $u_1(t)$ на рис. 1.4 (периодическую последовательность прямоугольных импульсов напряжения) можно рассматривать как результат сложения (суммирования) *постоянного напряжения* $E/2$ и бесчисленного множества синусоидальных напряжений с частотами f_1, $3f_1$, $5f_1$..., причем период синусоиды с частотой f_1 равен периоду заданной несинусоидальной функции $u_1(t)$. Сказанное поясняется графиками рис. 1.5, которые изображают функцию $u_1(t)$ и четыре *первых слагаемых правой* части равенства (1.1) на интервале $\Delta t = T_1$.

Постоянное слагаемое в формуле ряда Фурье называют *постоянной составляющей* периодической функции, синусоиду с час-

тотой f_1 — слагаемым *основной частоты* или *основной гармонической составляющей* периодической функции, а все остальные синусоиды — *высшими гармоническими составляющими* или, короче, *гармониками* периодической функции. Совокупность всех гармонических составляющих разложения функции в ряд Фурье называется *спектром функции*.

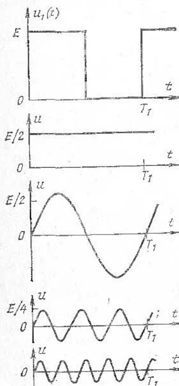


Рис. 1.5. Разложение периодической несинусоидальной функции в ряд Фурье

Наличие отдельных гармонических составляющих спектра и величины их амплитуд можно наглядно показать с помощью специальной диаграммы (рис. 1.6), у которой горизонтальная ось служит осью частот f, а вертикальная — осью амплитуд. В точках оси частот с пометками f_1, $2f_1$, $3f_1$ и т. д. восстанавливают перпендикуляры. Длина каждого перпендикуляра отображает (в выбранном масштабе) амплитуду соответствующей гармонической составляющей разложения функции.

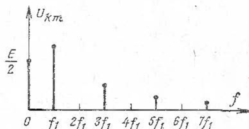


Рис. 1.6. Пример спектра амплитуд периодической несинусоидальной функции

В результате при взгляде, например, на рис. 1.6 отчетливо видим, что разложение рассматриваемой функции в ряд Фурье содержит постоянную составляющую и одни только нечетные гармонические составляющие, причем амплитуды гармонических составляющих убывают по мере увеличения номера гармоники k. Такую диаграмму, как на рис. 1.6, называют *спектром амплитуд*.

Получение периодической функции путем суммирования гармонических составляющих. Представление функции рядом Фурье не следует рассматривать как условную чисто математическую операцию. Оно совершенно точно отражает физическую сторону периодических процессов. Легко заметить, что график суммы двух первых слагаемых разложения (1.1) воспроизводит форму графика функции $u_1(t)$ очень грубо,

только в основных чертах. Учет третьего слагаемого существенно улучшает совпадение суммы с функцией $u_1(t)$. Наконец, просуммировав бесконечно большое количество слагаемых, мы должны получить исходную функцию $u_1(t)$.

Практическая ширина спектра частот при *телеграфировании постоянным током.* В соответствии с ф-лой (1.1) разложение функции $u_1(t)$ в ряд Фурье содержит бесконечно много слагаемых. В спектре функции присутствуют колебания с частотами от нуля (постоянная составляющая) до бесконечности.

Чтобы форма напряжения в конце линии (на зажимах приемника) точно совпала с формой напряжения в ее начале, необходимо передать по линии все гармонические составляющие сигнала, т. е. передать по линии бесконечно широкий спектр частот.

В дальнейшем мы узнаем, что по мере увеличения частоты растет потеря напряжения в линии связи и что передать по линии бесконечно широкий спектр частот невозможно. Но в случае телеграфирования постоянным током в этом и нет практической необходимости. *Просуммировав, например, ординаты трех первых* членов разложения (1.1), можно убедиться, что получена кривая, достаточно близкая по форме к последовательности прямоугольных импульсов. Напряжение такой формы, будучи приложено к зажимам электромагнита, обеспечит уверенное срабатывание якоря и прием сигнала.

Таким образом, вместо бесконечно широкого спектра частот при телеграфировании постоянным током вполне допустимо (без ущерба для качества связи) передавать ограниченный спектр частот от нулевой частоты до утроенной частоты основной гармоники сигнала.

Но и такое ограничение спектра не является пределом. Теоретические исследования и выполненные эксперименты показали, что для надежной регистрации сигнала, имеющего вид последовательности импульсов прямоугольной формы длительностью τ с интервалом между импульсами, также равным τ, достаточно обеспечить передачу по линии спектра частот от 0 до 1,6 f_1, где

$$f_1 = 1/2\tau. \qquad (1.2)$$

Именно такая ширина спектра принята за основу при разработке многих систем телеграфирования в нашей стране и за рубежом.

Пример 1.1. Для современного стартстопного телеграфного аппарата СТ-2М продолжительность передачи одного элемента кодовой комбинации равна 20 мс. Определить минимально необходимую практическую ширину полосы частот для передачи с помощью аппаратов СТ-2М периодической последовательности токовых и бестоковых посылок.

Решение. 1. Определим частоту f_1 первой гармоники периодического телеграфного сигнала по ф-ле (1.2):

$$f_1 = \frac{1}{2\tau} = \frac{1}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 25 \text{ Гц},$$

где τ=20 мс—продолжительность передачи одного элемента кодовой комбинации (длительность одной элементарной посылки телеграфного сигнала).

2. Зная частоту первой гармоники сигнала, находим минимально допустимую верхнюю частоту передаваемого спектра

$$f_в = 1,6 f_1 = 1,6 \cdot 25 = 40 \text{ Гц}.$$

Практическую ширину спектра найдем по формуле

$$\Delta f = f_в - f_н = 40 - 0 = 40 \text{ Гц},$$

где $f_н$—нижняя частота спектра телеграфного сигнала, которая при телеграфировании постоянным током равна нулю.

Спектр непериодического сигнала. До сих пор мы предполагали, что передаваемый сигнал $u_1(t)$ является периодической функцией времени. Но в действительности очень редко одна и та же буква (или сочетание нескольких букв) непрерывно передается подряд в течение значительного интервала времени. Иными словами, все телеграфные сигналы, наблюдаемые на практике, являются *непериодическими* функциями времени. Как отражается это обстоятельство на свойствах спектра телеграфного сигнала?

Основная отличительная особенность спектра периодической функции заключается в том, что он (спектр) содержит только колебания с частотами f_1, $2f_1$, $3f_1$ и т. д. или в общем виде

$$f_k = k f_1, \qquad (1.3)$$

где k — любое целое положительное число; f_1 — основная частота периодической несинусоидальной функции.

В зависимости от вида функции может оказаться, что амплитуды некоторых гармоник равны нулю. Но даже не прибегая к вычислению амплитуд, из общего выражения ряда Фурье легко заметить, что в спектре функции не могут появиться колебания с частотами, например, $1,4\, f_1$ или $3,6\, f_1$ и т. д. Иными словами, каждые две соседние гармонические составляющие спектра обязательно отделены друг от друга частотным интервалом $\Delta\omega$, который имеет протяженность $\Delta\omega = \omega_1$. Спектр, составляющие которого отделены друг от друга «пустыми» (незаполненными) интервалами, называется *дискретным*. Следовательно, спектр периодической функции всегда дискретный.

Если увеличивать период функции T_1, *то ее основная* частота f_1 и основная круговая частота $\omega_1 = 2\pi f_1$ будут уменьшаться. Это приведет к уменьшению частотного интервала $\Delta\omega = \omega_1$ между двумя соседними составляющими такого спектра.

Предположим, что период T_1 растет от некоторого конечного значения до бесконечно большой величины. Соответственно интервал $\Delta\omega$ между соседними линиями спектра убывает от конечной до бесконечно малой величины. Это значит, что между двумя соседними спектральными линиями вообще не остается никакого частотного интервала: спектр из *дискретного* становится *сплошным*, в нем появляются синусоидальные составляющие всех возможных частот от 0 до ∞.

Но функция с бесконечно большим периодом повторяется в интервале от $t=-\infty$ до $t=+\infty$ только 1 раз, т. е. ведет себя как непериодическая функция.

Отсюда следует важнейший для теории связи вывод: *любая непериодическая функция, в отличие от периодической, имеет не дискретный, а сплошной спектр.* Такую функцию можно рассматривать как результат суммирования бесконечно большого количества синусоидальных колебаний всех частот от 0 до ∞, амплитуды которых бесконечно малы.

Анализ показывает, что в случае телеграфирования постоянным током при длительности одной элементарной посылки, равной τ, около 90% энергии спектра непериодического сигнала несут составляющие с частотами от 0 до частоты $f_в=1{,}6/2\tau$. При передаче такой полосы частот обеспечивается уверенный прием телеграфных сигналов.

Сравнивая это соотношение с ф-лой (1.2), приходим к выводу, что методика определения необходимой ширины передаваемого спектра периодического телеграфного сигнала остается справедливой также и в случае непериодического сигнала, элементарная посылка которого имеет длительность $\Delta t=\tau$.

1.3. Виды связи и спектры сигналов

Виды электрической связи. В зависимости от характера передаваемой информации различают следующие виды электрической связи по проводам:

передача цифрового или буквенного текста (*телеграфная* связь);

передача *звуков человеческого голоса* (телефонная связь);

высококачественная передача человеческой речи и музыки (радиовещание);

передача неподвижных изображений: печатного текста, фотографий и чертежей (фототелеграфная связь);

передача движущихся изображений (телевидение);

передача цифровой информации между ЭВМ и автоматизированными комплексами *аппаратуры (передача данных).*

Телефонная связь. Простейшая схема телефонирования в одном направлении показана на рис. 1.7. Роль передатчика выполняет угольный микрофон *М*, который представляет собой металлическую коробочку, заполненную угольным порошком. Передней стенкой коробочки служит гибкая металлическая пластинка-мембрана, которая изолирована от коробочки. Электрическую цепь между *мембраной и коробочкой образуют зерна угольного* порошка.

Роль приемника выполняет телефон *Т* — подковообразный магнит, на полюсах которого размещены две катушки, а перед полюсами укреплена железная мембрана. Посредством пары проводов (линия связи) микрофон, телефон и батарея соединены последовательно.

Если начать говорить перед микрофоном, то давление воздуха на мембрану будет непрерывно изменяться, увеличиваясь и уменьшаясь по сравнению с первоначальным. При увеличении давления мембрана прогибается внутрь микрофона и сжимает угольные зерна. Площадь контактов между зернами увеличивается, и сопро-



Рис. 1.7. Принцип телефонирования

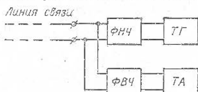


Рис. 1.8. Пример частотного уплотнения линии связи

тивление микрофона уменьшается. Уменьшение сопротивления приводит к увеличению тока в цепи, и мембрана телефона сильнее прогибается в сторону полюсов электромагнита. При уменьшении давления перед мембраной микрофона она прогибается наружу. Порошок в камере разрыхляется, сопротивление микрофона растет, и ток в цепи становится меньше, чем ток покоя. Притягивающая сила электромагнита уменьшается, и уменьшается прогиб мембраны телефона по сравнению с прогибом при токе покоя.

Таким образом, колебания мембраны микрофона изменяют величину тока в цепи, что приводит в колебательное состояние мембрану телефона. В результате мембрана телефона более или менее точно повторяет колебания мембраны микрофона.

В процессе произнесения слов звуковое давление, создаваемое голосовым аппаратом человека, непрерывно изменяется и является непериодической функцией времени. По такому же закону изменяется и телефонный сигнал (напряжение на выходных зажимах телефонного аппарата или ток в линии связи).

Мы знаем, что непериодическая функция времени имеет не дискретный, а сплошной спектр (в общем случае бесконечно широкий). Но голосовой аппарат человека в процессе произнесения звуков не может создавать ни очень быстрых, ни очень медленных изменений давления. По этой причине спектр звукового (акустического) сигнала и соответственно телефонного сигнала не может содержать составляющих очень высокой и очень низкой частот. Измерения показали, что нижняя частота акустического спектра человеческой речи лежит около 70 Гц, а верхняя — около 13 000 Гц.

Создание микрофона и телефона, обеспечивающих неискаженное преобразование колебаний в полосе частот 70—13 000 Гц, является сложной технической задачей, и такие приборы имели бы сложную конструкцию и высокую стоимость. Между тем вовсе не обязательно требовать от аппаратуры телефонной связи совершенно точного воспроизведения всех оттенков голоса говорящего.

Вполне достаточно, если собеседники будут понимать друг друга, смогут вести разговор при малом количестве переспросов и если слушающий сможет узнавать голос говорящего по его характерным особенностям. Многочисленные исследования показали, что все три условия будут выполнены, если обеспечить передачу по линии связи и воспроизведение в телефоне полосы частот от 300 до 3400 Гц.

Совокупность устройств, включаемых между передатчиком и приемником и обеспечивающих передачу сигнала от передатчика к приемнику, называется каналом связи.

Чтобы обеспечить высококачественную связь не только в пределах одной страны, но и между абонентами, находящимися в разных странах, аппаратура связи, применяемая в разных странах, должна удовлетворять одинаковым требованиям. С целью разработки единых для всех стран требований к аппаратуре и норм на каналы связи создан специальный консультативный (совещательный) орган — Международный Консультативный комитет по телефонии и телеграфии (МККТТ), в работе которого принимают активное участие представители Советского Союза. В соответствии с рекомендацией МККТТ канал телефонной связи должен обеспечивать передачу полосы частот от 0,3 до 3,4 кГц.

Электрический расчет и измерение характеристик канала телефонной связи необходимо производить, как правило, на нескольких частотах рабочей полосы, включая граничные. Однако наиболее важной для разборчивости речи является полоса частот 800—1000 Гц. В этой полосе и в ее окрестности ухо человека обладает наибольшей чувствительностью. Поэтому в простейших случаях ограничиваются расчетом или измерением параметров телефонного канала только на одной частоте из упомянутой полосы. В СССР и во многих других странах Европы в качестве расчетной частоты телефонного канала условились принимать частоту $f=800$ Гц, чему соответствует круговая частота $\omega = 2\pi \cdot 800 \approx \approx 5 \cdot 10^3$ рад/с.

Проводное и радиовещание. *Проводное и радиовещание — это высококачественная передача звуковой информации (человеческой речи и музыки) широкому кругу слушателей.*

Благодаря вещанию десятки миллионов слушателей узнают последние известия, становятся заочными участниками торжественных заседаний, митингов и других событий общественной жизни, слушают трансляции концертов, спектаклей, спортивных состязаний, выступления ученых и писателей.

Вещание преследует цель донести до слушателя максимум звуковой информации, создать у слушателя впечатление, что он присутствует на месте транслируемого события, а во время музыкальных передач доставить слушателю эстетическое наслаждение.

Обеспечить высокое качество и естественность звучания можно только за счет расширения полосы частот, передаваемых по каналу вещания и преобразуемых в звуковые колебания в месте приема. Расширение полосы передаваемых частот при вещании

тем более необходимо, что разнообразные музыкальные инструменты современного оркестра создают звуковые колебания в более широкой полосе частот, чем человеческий голос: практически во всей полосе частот, воспринимаемых ухом человека, от 15 до 20 000 Гц.

В Советском Союзе предусмотрены три класса каналов вещания и звукового сопровождения телевизионных передач с полосой передаваемых частот 100—6000, 50—10 000 и 30—15 000 Гц. Чем шире полоса передаваемых частот, тем сложнее конструкция и выше стоимость оборудования канала и особенно его оконечных устройств.

На ранних этапах развития (20-е годы нашего столетия) передача программ вещания осуществлялась исключительно радиостанциями, а прием — с помощью радиоприемников. Отсюда и термин «радиовещание». Впоследствии в нашей стране, впервые в мировой практике, была разработана соответствующая аппаратура и созданы сети проводного вещания.

Факсимильная связь. При факсимильной связи передаваемая информация имеет вид *неподвижного изображения* (фотография, чертеж, рисунок, рукописный или печатный текст). Изменения в яркости отдельных участков (элементов) изображения в пункте передачи преобразуются с помощью фотоэлемента в изменения напряжения, т. е. в электрический сигнал. В пункте приема сигнал поступает на специальную лампу, которая последовательно, элемент за элементом, освещает поверхность листа светочувствительной бумаги.

Сигнал при факсимильной связи, подобно сигналам других видов связи, является непериодической функцией времени и, следовательно, имеет сплошной спектр. Для суждения о ширине спектра рассмотрим два крайних случая: сигналы самой простой формы и самой сложной.

Самую простую форму имеет сигнал при отсутствии какого бы то ни было изображения, т. е. когда передаваемый рисунок представляет собой белый или равномерно окрашенный в один цвет лист бумаги. Соответственно сигнал представляет собой постоянное напряжение, если не учитывать вспомогательных импульсов, которые вводятся дополнительно в сигнал и служат для согласования (синхронизации) работы приемного устройства с работой передающего.

Самым сложным узором будет чередование черно-белых полей, размер которых равен размеру одного элемента изображения. Сигнал на выходе фотоэлемента при передаче такой картинки в идеальном случае представляет последовательность прямоугольных импульсов напряжения (светлому полю соответствует бóльшая величина напряжения, а темному — меньшая). Если сигнал соответствует самым мелким деталям передаваемого изображения, считают возможным ограничиться передачей одной только первой гармоники сигнала. Частоту первой гармоники определя-

ют, как и для телеграфного сигнала прямоугольной формы, по формуле

$$f_1 = 1/2\tau,$$

где τ — длительность передачи одного элемента изображения.

Легко догадаться, что увеличение скорости передачи (т. е. уменьшение времени, которое отводится на передачу одного элемента изображения) приводит к увеличению верхней границы спектра фототелеграфного сигнала. Например, фототелеграфный аппарат «Газета-1» служит для передачи и приема газетных полос (страниц). Можно считать, что наименьший передаваемый элемент изображения имеет форму квадрата со стороной, равной 0,08 мм. При передаче одной страницы размером 420×595 мм в течение 38 мин верхняя частота спектра получается равной 8850 Гц. Если увеличить скорость передачи в 2 раза, то верхняя граничная частота спектра удвоится.

Отечественная фототелеграфная аппаратура обеспечивает передачу фотокопий матриц центральных газет во все крупнейшие административно-экономические центры нашей страны. Это дает возможность изготовить матрицы и организовать печатание центральных газет непосредственно в пунктах приема фотокопий. В результате жители удаленных от Москвы городов получают центральные газеты одновременно с москвичами.

Понятие о телепередаче. *При телевизионной передаче передаваемая информация представляет собой «движущееся», т. е. изменяющееся во времени, изображение.* Иллюзия (впечатление) движения создается тем же способом, что и в кино: за счет поочередного показа большого количества неподвижных изображений, называемых кадрами.

По принятому в нашей стране стандарту черно-белого телевидения в течение одной секунды передается 25 кадров, каждый из которых содержит 520 000 элементов (изображение разбивается на 625 строк по 830 элементов в каждой строке). Верхняя частота спектра при передаче одной только основной гармоники самого сложного сигнала составляет 6,5 МГц. Нижняя частота с учетом сигналов синхронизации равна 25 Гц.

Понятие об уплотнении цепей связи. При организации проводной связи на большие расстояния (сотни и тысячи километров) наибольшую стоимость по сравнению с другими элементами системы имеет электрическая цепь (физическая линия связи), которая соединяет пункты передачи и приема. Поэтому еще в конце прошлого века был начат поиск способов одновременной передачи по одной и той же цепи нескольких сигналов.

Организация одновременной передачи нескольких сигналов связи по общей цепи без заметных для абонента взаимных помех называется уплотнением цепи. Уплотнение цепей связи бывает *частотное и временнóе.*

Частотное уплотнение цепей связи. *При частотном уплотнении по одной и той же цепи передают несколько сиг-*

налов, спектры которых занимают различные участки оси частот *и не перекрываются*. Например, спектр, передаваемый при телеграфировании постоянным током, имеет граничные частоты 0 и 40 Гц, а передаваемый спектр телефонного сигнала — 300 и 3400 Гц. Поэтому в пункте передачи телеграфный и телефонный аппараты можно включить в одну и ту же линию связи параллельно. В пункте приема (рис. 1.8) телеграфный аппарат *ТГ включают* в линию через фильтр нижних частот *ФНЧ* (специальное устройство, которое в этой схеме пропускает *токи с частотами ниже* 40 Гц и задерживает токи более высоких частот). В свою очередь, чтобы защитить *телефонный аппарат ТА* от воздействия гармоник телеграфного сигнала, его включают в ту же линию через *фильтр верхних частот ФВЧ* (устройство, пропускающее токи с частотами выше 300 Гц и задерживающее более низкие).

В рассмотренном примере передаваемые сигналы с самого начала имели разные спектры. Не менее важен для практики случай, когда несколько передаваемых сигналов имеет одинаковую первоначальную полосу частот, например требуется передать по одной линии связи несколько телефонных сигналов одновременно. Поступают следующим образом. Берут столько вспомогательных генераторов гармонического напряжения (так называемых

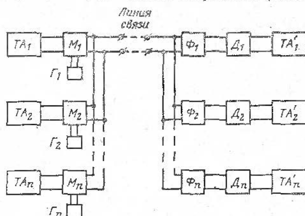


Рис. 1.9. Принцип частотного уплотнения линии связи путем амплитудной модуляции колебаний несущих частот

генераторов несущих частот $Г_1$, $Г_2$, ..., $Г_n$ на рис. 1.9), сколько *телефонных сигналов требуется передать*. Частота каждого генератора отличается от частот других генераторов и превышает верхнюю частоту спектра передаваемого (телефонного) сигнала. Напряжение с выхода каждого генератора поступает на специальное устройство — модулятор (M_1, M_2, ..., M_n). Одновременно на каждый модулятор поступает напряжение с одного из передающих телефонных аппаратов (TA_1, TA_2, ..., TA_n). Модулятор не-

прерывно изменяет амплитуду напряжения несущей частоты по закону изменения напряжения сигнала: увеличение мгновенного напряжения сигнала приводит к увеличению амплитуды напряжения несущей, а уменьшение напряжения сигнала — к уменьшению амплитуды напряжения несущей.

Процесс изменения амплитуды напряжения несущей по закону изменения напряжения сигнала называется *амплитудной модуляцией.*

С выхода каждого модулятора амплитудномодулированное напряжение (АМ напряжение) поступает в общую для всех модуляторов линию связи.

Идея частотного уплотнения заключается в том, что, выбрав для каждого модулятора свое численное значение несущей, в месте приема можно отделить друг от друга сигналы разных модуляторов по частотному признаку с помощью полосовых частотных фильтров Φ_1, Φ_2, ..., Φ_n, т. е. фильтров, пропускающих определенную полосу частот. После этого в демодуляторах *Д* каждый АМ сигнал преобразуется в первоначальный телефонный и поступает в телефонный аппарат-приемник TA'_1, TA'_2, ..., TA'_n. Для передачи в обратном направлении необходимо иметь еще один такой же комплект аппаратуры.

Казалось бы, при наличии n генераторов несущих частот спектр сигнала в линии связи состоит также из n частот. В действительности все обстоит сложнее. Напряжение несущей частоты ω_0, амплитуда которого непрерывно меняется, уже не является гармоническим (т. е. «одночастотным»). Спектр АМ колебания содержит наряду с частотой ω_0 составляющие более высоких и более низких, чем ω_0, частот. При этом (рис. 1.10) картина спектра

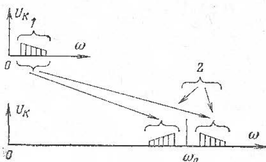


Рис. 1.10. Перенос (преобразование) спектра сигнала при амплитудной модуляции:
1 — спектр модулирующего сигнала; *2* — боковые полосы частот

АМ колебаний «справа» от несущей частоты (т. е. при $\omega > \omega_0$) в точности повторяет картину спектра модулирующего сигнала и называется *верхней боковой полосой частот.* Картина спектра «слева» от несущей (т. е. при $\omega < \omega_0$) представляет собой зеркаль-

ное отражение верхней боковой полосы и называется *нижней боковой полосой частот.*

Таким образом, *со спектральной точки зрения амплитудная модуляция представляет собой перенос спектра модулирующего сигнала в область более высоких частот.* При этом спектр АМ колебания оказывается в 2 раза шире, чем спектр исходного (модулирующего) сигнала.

Частотный интервал между двумя соседними несущими частотами выбирают с таким расчетом, чтобы боковые полосы частот, соответствующие этим несущим, не совпадали (*не перекрывались*). Только при этом условии сигналы соседних несущих можно разделить с помощью фильтров.

Временнóе уплотнение линии связи. Идея временнóго уплотнения поясняется рис. 1.11. Здесь каждая пара ап-

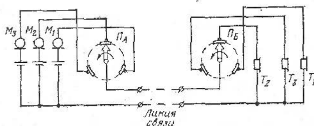


Рис. 1.11. Принцип временнóго уплотнения линии связи

паратов связи, расположенных в двух разных пунктах (микрофон-передатчик и телефон-приемник) с помощью вращающихся щеток подключается к линии связи на очень короткие интервалы времени много раз в секунду, а в перерывах между этими интервалами линия предоставляется другим пáрам абонентов. Если такое подключение осуществлять достаточно часто (с частотой

$$f \geqslant 2f_в,$$

где $f_в$— верхняя граничная частота спектра передаваемого сигнала), то в пункте приема сигнал можно полностью восстановить *по принятым в моменты подключений значениям.*

Возможность однозначного восстановления сигнала по его отдельным значениям («отсчетам») была установлена и доказана в 1933 г. преподавателем Московского электротехнического института связи В. А. Котельниковым (ныне академик Академии наук СССР).

Влияние числа передаваемых сигналов на ширину спектра в линии связи. Увеличение числа сигналов, передаваемых по системе временнóго уплотнения, означает, что продолжительность передачи одной элементарной *посылки* должна уменьшиться. Но мы знаем, что уменьшение длительности элементарной посылки сигнала приводит к необходимости расши-

рять передаваемый спектр частот. Таким образом, как при частотном, так и при временно́м уплотнении увеличение числа сигналов, одновременно передаваемых по одной цепи, достигается за счет расширения передаваемого спектра частот.

2

Глава

ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

2.1. Понятие о четырехполюснике

Общие сведения. В процессе распространения по линии связи от передатчика к приемнику напряжение сигнала уменьшается (претерпевает затухание), поскольку возникает падение напряжения на сопротивлении проводов и других устройств, образующих цепь связи. Поэтому перед сооружением той или иной системы связи производят ее электрический расчет.

В основе расчета лежат уравнения, составляемые по первому и второму законам Кирхгофа. Расчет ведут для случая установившегося режима гармонических (т. е. синусоидальных или косинусоидальных) колебаний и записывают уравнения в символической форме, как правило, для комплексных действующих значений напряжений ($\dot{U}$) и токов ($\dot{I}$).

Чтобы по известному напряжению в начале цепи найти напряжение в конце, необходимо составить и решить систему уравнений для эквивалентной расчетной схемы всей цепи связи, включая усилители, фильтры и другие устройства. И здесь обнаруживается, что эквивалентная схема современной цепи связи может содержать десятки и сотни ветвей. Столько же неизвестных величин (токов) будет содержать система уравнений по законам Кирхгофа.

Решение такой сложной системы вручную практически невозможно, поэтому для выполнения расчета всю цепь разбивают на отдельные участки. Каждый участок имеет пару входных и пару выходных зажимов и содержит всего несколько элементов. Рассчитать потерю напряжения на каждом таком участке сравнительно легко. После этого можно найти суммарную потерю напряжения на всех участках, из которых состоит цепь связи.

Участок электрической цепи, имеющий одну пару входных и одну пару выходных зажимов («полюсов»), называется *четырехполюсником*.

Количество элементов в составе четырехполюсника и схема их соединения друг с другом могут быть любыми. В качестве приме-

ра на рис. 2.1 изображен четырехполюсник, схема которого состоит из трех сопротивлений.

На эквивалентных расчетных схемах цепей передачи сигналов четырехполюсник изображают в виде прямоугольника с двумя парами внешних зажимов, как показано на рис. 2.2. Входные за-

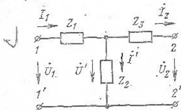


Рис. 2.1. Пример четырехполюсника



Рис. 2.2. Условное изображение четырехполюсника

жимы четырехполюсника обозначают цифрами *1* и *1'*, выходные — цифрами *2* и *2'*. Напряжение между входными зажимами обозначают буквой $\dot{U}_1$, а между выходными — буквой $\dot{U}_2$. Входной и выходной токи обозначают буквами $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ соответственно. Положительные расчетные направления напряжений и токов на протяжении всей книги будем считать такими, как на рис. 2.2: ток $\dot{I}_1$ идет через верхний входной зажим внутрь четырехполюсника, а через нижний зажим возвращается к источнику сигнала; ток $\dot{I}_2$ через верхний выходной зажим выходит из четырехполюсника, а через нижний зажим возвращается обратно в четырехполюсник. Стрелка около буквы $\dot{U}_1$ показывает положительное расчетное направление этого напряжения и означает, что напряжение $\dot{U}_1$ представляет собой разность потенциалов точек *1* и *1'*: $\dot{U}_1 = \varphi_1 - \varphi_{1'}$. То же самое относится к положительному направлению отсчета напряжения $\dot{U}_2$.

С и с т е м а   у р а в н е н и й   ч е т ы р е х п о л ю с н и к а. Для каждого четырехполюсника, как бы сложна ни была его схема, всегда можно выразить входное напряжение и входной ток через выходное напряжение и ток с помощью системы из двух уравнений. Например, для входного напряжения и тока схемы четырехполюсника на рис. 2.1 по второму и первому законам Кирхгофа можем записать:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_1 \dot{I}_1 + \dot{U}'; \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}' + \dot{I}_2. \end{aligned}\right\} \quad (2.1)$$

В соответствии с принятыми на рисунке обозначениями:

$$\dot{U}' = Z_3 \dot{I}_2 + \dot{U}_2; \quad \dot{I}' = \dot{U}'/Z_2.$$

Подставив эти значения тока $\dot{I}'$ и напряжения $\dot{U}'$ во второе уравнение системы (2.1), получим

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_2} \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2}\right) \dot{I}_2. \quad (2.2)$$

Теперь подставим значения $\dot{I}_1$ и $\dot{U}'$ в первое уравнение системы (2.1) и получим

$$\dot{U}_1 = \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right)\dot{U}_2 + \left(Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}\right)\dot{I}_2. \qquad (2.3)$$

Таким образом, величины $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$ действительно выражены через $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ и через величины элементов схемы с помощью системы из двух уравнений.

Возможность исключения всех промежуточных переменных напряжений и токов — важная отличительная особенность системы уравнений Кирхгофа, составленных для цепи из таких элементов активного сопротивления, индуктивности и емкости, электрические параметры которых не зависят от величины напряжения, приложенного к элементу.

Классификация четырехполюсников. Все четырехполюсники можно разделить на два класса: *активные* и *пассивные*. Первые содержат в своей схеме усилительные элементы (электронные лампы или транзисторы) и источники их питания, а вторые — нет. В свою очередь, пассивные четырехполюсники можно классифицировать *по виду элементов*, из которых образован четырехполюсник (четырехполюсники *LC*, *RC*, *RLC*), и *по конфигурации схемы*, т. е. по внешнему виду фигуры, образованной сопротивлениями четырехполюсника. Например, конфигурация (очертание) схемы четырехполюсника на рис. 2.1 напоминает букву «Т». Такой четырехполюсник называют Т-образным. Очертание схемы на рис. 2.3*а* напоминает букву «П», и такой четырех-

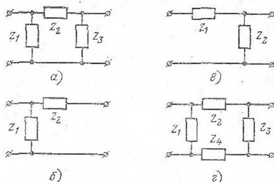


Рис. 2.3. П-образный и Г-образный четырехполюсники

полюсник называют П-образным. Четырехполюсники на рис. 2.3*б* и *в* называются Г-образными (соответственно «прямой Г-образный» и «обратный Г-образный»).

Если электрическая схема четырехполюсника имеет вертикальную ось симметрии, то четырехполюсник называется *электрически симметричным*. Слово «электрически» часто опускают и говорят просто о *симметричном* четырехполюснике, подразумевая

при этом не геометрическую симметрию чертежа, а электрическую *симметрию схемы*. Например, графическое изображение схемы четырехполюсника на рис. 2.1 имеет вертикальную ось симметрии. Но электрически симметричным этот четырехполюсник будет только при равенстве сопротивлений Z_1 и Z_3. Точно так же П-образный четырехполюсник на рис. 2.3*а* будет электрически симметричен при $Z_1 = Z_3$.

Четырехполюсник, электрическая схема которого имеет не вертикальную, а горизонтальную («продольную») ось симметрии, называется *уравновешенным*. Например, четырехполюсник на рис. 2.3*г* будет уравновешенным при равенстве сопротивлений Z_2 и Z_4.

2.2. *A*-параметры четырехполюсника

Общий вид системы уравнений с *A*-параметрами. Если для сокращения записи полученных ранее уравнений Т-образного четырехполюсника ввести обозначения:

$$A = 1 + Z_1/Z_2; \quad B = Z_1 + Z_3 + Z_1 Z_3/Z_2;$$
$$C = 1/Z_2; \quad D = 1 + Z_3/Z_2, \tag{2.4}$$

то систему ур-ний (2.3) и (2.2) можно записать более компактно:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2. \end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

Такая форма записи уравнений четырехполюсника *называется системой уравнений четырехполюсника с A-параметрами*. Буквенные коэффициенты *A*, *B*, *C*, и *D* в этих уравнениях носят названия *A-параметров*. В соответствии с ф-лами (2.4) величина каждого *A*-параметра выражается только через величины комплексных *сопротивлений схемы. Следовательно, при заданной* (фиксированной) частоте *A*-параметры в общем случае являются комплексными величинами, которые зависят только от величин сопротивлений схемы четырехполюсника.

Зная *A*-параметры четырехполюсника, можно по заданным *комплексам выходного напряжения и тока* определить из системы ур-ний (2.5) комплексы входного напряжения и тока, не рассматривая внутренней схемы четырехполюсника.

Матрица *A*-параметров. Чтобы при выполнении расчетов не находить каждый раз заново формулы для выражения *A*-параметров через сопротивления схемы четырехполюсника, можно найти такие формулы раз навсегда и представить результат анализа каждой схемы в виде таблицы, как показано на рис. 2.4.

В соответствии с числом уравнений системы (два уравнения) таблица для каждого четырехполюсника содержит две строки формул *A*-параметров, причем формулы отдельных параметров

расположены в таблице в таком же порядке, в каком расположены сами A-параметры в системе ур-ний (2.5), т. е. в верхней строке слева записывают формулу параметра A, а справа — формулу параметра B. Во второй строке под параметром A записывают формулу параметра C, а под параметром B — формулу параметра D. Такую таблицу называют *матрицей A-параметров.* При записи матрицу заключают в двойные прямые линии, как это сделано на рис. 2.4, где приведены матрицы A-параметров Т и П-образных четырехполюсников.

Эту же таблицу можно использовать и для определения A-параметров Г-образных четырехполюсников. Приняв в схеме Т-образного $Z_1=0$, получим схему прямого Г-образного, а при $Z_3=0$ — схему обратного Г-образного.

Соотношение $AD-BC=1$. Подставим в выражение $AD-BC$ значения A-параметров из таблицы на рис. 2.4, напри-

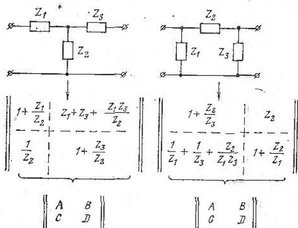


Рис. 2.4. Матрицы A-параметров четырехполюсников.

мер, для схемы Т-образного четырехполюсника, перемножим параметры и выполним приведение подобных членов. Результат окажется равным единице. Применяя более сложный математический аппарат, можно доказать, что *элементы матрицы A-параметров любого пассивного четырехполюсника всегда удовлетворяют условию*

$$AD-BC=1. \qquad (2.6)$$

В случае активного четырехполюсника это условие не выполняется.

Изменение направления передачи через четырехполюсник. Четырехполюсник на рис. 2.5*а* можно рассматривать как частный случай Т-образного на рис. 2.4 с параметрами: $Z_1=0$; $Z_2=Z_a$ и $Z_3=Z_b$. Подставляя эти значения сопротивлений Z_1, Z_2 и Z_3 в формулы A-параметров Т-образного четырех-

полюсника, получаем матрицу A-параметров Г-образного, изображенного на рис. 2.5*а*:

$$\begin{Vmatrix} 1 & Z_b \\ 1/Z_a & 1 + Z_b/Z_a \end{Vmatrix}. \tag{2.7}$$

Матрицу четырехполюсника на рис. 2.5*б* получим также из матрицы Т-образного, изображенного на рис. 2.4, подставив в нее значения сопротивлений $Z_1 = Z_b$; $Z_2 = Z_a$; $Z_3 = 0$:

$$\begin{Vmatrix} 1 + Z_b/Z_a & Z_b \\ 1/Z_a & 1 \end{Vmatrix}. \tag{2.8}$$

Рассматривая схемы четырехполюсников рис. 2.5, можно заметить, что схема рис. 2.5*б* представляет собой не что иное, как

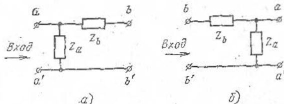


Рис. 2.5. Изменение направления передачи через четырехполюсник

схему четырехполюсника рис. 2.5*а*, у которой выходные зажимы (b и b') сделаны входными, а входные (a и a') — выходными. Иными словами, рис. 2.5*б* воспроизводит схему четырехполюсника рис. 2.5*а* для случая, когда направление передачи сигнала через четырехполюсник изменено на противоположное.

В то же время, сравнивая матрицы (2.7) и (2.8), замечаем, что вторую можно получить из первой, поменяв *в ней местами элементы A и D*. Можно строго доказать (мы этого делать не будем), что для получения матрицы A-параметров четырехполюсника при обратном направлении передачи (т. е. когда выходные зажимы становятся входными) достаточно в матрице, составленной для прямого направления, поменять местами элементы A и D.

Эту же закономерность коротко выражают так: *при изменении направления передачи элементы A и D матрицы A-параметров пассивного четырехполюсника меняются местами.*

Каскадное соединение четырехполюсников. На рис. 2.6 выходные зажимы первого четырехполюсника соединены со входными зажимами второго. Такое соединение четырехполюсников называется *каскадным*. Каскадное соединение четырехполюсников легко рассчитать, если известны матрицы A-параметров каждого четырехполюсника. Действительно, зная выходное напряжение всей цепи $\dot{U}_3$ и ее выходной ток $\dot{I}_3$, можно составить систему уравнений с A-параметрами второго четырехполюсника и найти входное напряжение $\dot{U}_2$ и входной ток $\dot{I}_2$ этого четырехполюсни-

ка. В свою очередь, зная величины $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$, можно составить систему уравнений с A-параметрами первого четырехполюсника и найти величины $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$.

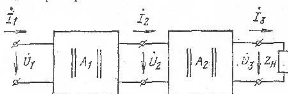


Рис. 2.6. Каскадное соединение четырехполюсников

Заметим, что между комплексами $\dot{I}_3$ и $\dot{U}_3$ в схеме на рис. 2.6 существует зависимость

$$\dot{I}_3 = \dot{U}_3/Z_н. \quad (2.9)$$

2.3. Входные и характеристические сопротивления четырехполюсника

Режим короткого замыкания и холостого хода выходных зажимов четырехполюсника. Назовем режимом *короткого замыкания* выходных зажимов четырехполюсника такой режим, когда выходные зажимы, как принято говорить, замкнуты «накоротко», т. е. соединены проводящей перемычкой, сопротивление которой равно нулю. Если же выходные зажимы четырехполюсника разомкнуты (сопротивление, «включенное» между ними, бесконечно велико, и ток через выходные зажимы не идет), то имеем режим *холостого хода* выходных зажимов.

Характеристические сопротивления четырехполюсника. Измерим или вычислим сопротивление четырехполюсника между входными зажимами в режиме холостого хода выходных зажимов и обозначим полученную величину символом $Z_{1х}$. Здесь цифра «1» в индексе указывает, между какими зажимами выполнено измерение, а буква «х» обозначает нагрузочный режим другой пары зажимов («холостой ход»).

Пример определения величины $Z_{1х}$ показан на рис. 2.7*а*, где величина $Z_{1х}$ равна 200 Ом.

Теперь замкнем зажимы $2 - 2'$ накоротко (рис. 2.7*б*) и снова измерим или вычислим сопротивление между зажимами $1 - 1'$. Обозначим эту величину символом $Z_{1к}$ (входное сопротивление между зажимами $1 - 1'$ в режиме короткого замыкания другой пары зажимов). Для схемы на рис. 2.7*б* $Z_{1к} = 100$ Ом.

Характеристическим сопротивлением четырехполюсника Z_{c1} *со стороны зажимов* $1 - 1'$ *называется величина, равная квадратному корню из произведения входного сопротивления четырехполюсника, измеренного между зажимами* $1 - 1'$ *в режиме короткого за-*

мыкания зажимов 2—2′, на входное сопротивление, измеренное между зажимами 1—1′ в режиме холостого хода зажимов 2—2′.

$$Z_{c1} = \sqrt{Z_{1к} Z_{1х}}. \qquad (2.10)$$

Далее измерим или вычислим входное сопротивление четырехполюсника между зажимами *2—2′ один раз в режиме холостого* хода зажимов *1—1′* ($Z_{2х}$), а другой раз — в режиме их короткого

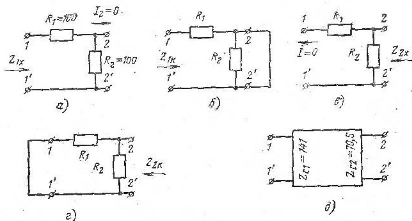


Рис. 2.7. Пример определения характеристических *сопротивлений* четырех*полюсника*

замыкания ($Z_{2к}$). Схемы измерений показаны на рис. 2.7*в* и *г* соответственно. Для рассматриваемого четырехполюсника $Z_{2х}$= =100 Ом; $Z_{2к}$=50 Ом.

Характеристическим *сопротивлением четырехполюсника* Z_{c2} со стороны зажимов *2—2′ называется* величина

$$Z_{c2} = \sqrt{Z_{2к} Z_{2х}}, \qquad (2.11)$$

где цифра «2» в индексах означает, что сопротивления *измерены* между зажимами *2—2′*, а режим холостого хода *или* короткого замыкания осуществляется *для зажимов 1—1′.*

Для четырех*полюсника на рис. 2.7* имеем:

$$Z_{c1} = \sqrt{Z_{1к} Z_{1х}} = \sqrt{100 \cdot 200} = 141 \text{ Ом};$$

$$Z_{c2} = \sqrt{Z_{2к} Z_{2х}} = \sqrt{50 \cdot 100} = 70{,}5 \text{ Ом}.$$

На условном изображении четырехполюсника характеристические сопротивления обозначают так, как показано на рис. 2.7*д*, т. е. каждое сопротивление около той пары *зажимов*, между которыми было выполнено измерение.

П о н я т и е о *с о г л а с о в а н н о й* н а г р у з к е ч е т ы р е х*п о л ю с н и к а.* Предположим, что в соответствии с рис. 2.8*а* характеристическое сопротивление со стороны зажимов *1—1′* равно Z_{c1}, а со стороны зажимов *2—2′* равно Z_{c2}.

Если теперь включить между зажимами $2-2'$ нагрузочное сопротивление $Z_{н2}$, величина которого равна характеристическому сопротивлению Z_{c2}, т. е. принять $Z_{н2}=Z_{c2}$, как показано на рис. 2.8*б*, то о таком режиме работы говорят, что четырехполюсник нагружен согласованно со стороны выходных $(2-2')$ зажимов.

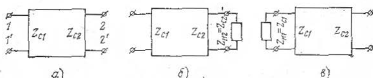


Рис. 2.8. Понятие о согласованной нагрузке четырехполюсника

Если же включить между зажимами $1-1'$ нагрузочное сопротивление $Z_{н1}=Z_{c1}$, как это сделано на рис. 2.8*в*, то о таком режиме работы говорят, что четырехполюсник нагружен согласованно со стороны входных $(1-1')$ зажимов.

Четырехполюсники, образующие канал связи, как правило, работают в режиме согласованной нагрузки входных и выходных зажимов.

Входное сопротивление четырехполюсника при согласованной нагрузке другой пары зажимов. Предположим, что выходные зажимы четырехполюсника рис. 2.7*а* нагружены согласованно ($Z_{н2}=Z_{c2}=70{,}5$ Ом), как пока-

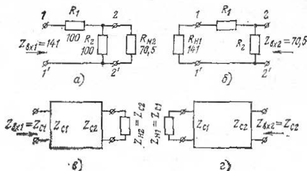


Рис. 2.9. Входное сопротивление при согласованной нагрузке четырехполюсника

зано на рис. 2.9*а*, и вычислим входное сопротивление четырехполюсника между зажимами $1-1'$:

$$Z_{вх\,1}=R_1+\frac{R_2 Z_{н2}}{R_2+Z_{н2}}.$$

Вычисление приводит к интересному результату: $Z_{вх1}=141$ (Ом) $=Z_{c1}$. Иными словами, входное сопротивление четырехполюсника со стороны зажимов $1-1'$ оказалось равным характеристическому сопротивлению со стороны этих же зажимов.

Теперь поступим «наоборот»: нагрузим зажимы $1-1'$ на сопротивление $Z_{н1}=Z_{c1}$, как показано на рис. 2.9б, и вычислим входное сопротивление со стороны зажимов $2-2'$:

$$Z_{вх\,2}=\frac{R_2(R_1+Z_{c1})}{R_2+R_1+Z_{c1}}.$$

В результате вычислений получаем $Z_{вх2}=70{,}5$ Ом$=Z_{c2}$.

Возникает вопрос: являются ли полученные результаты проявлением определенной закономерности или мы имеем дело со случайным совпадением величин входных и характеристических сопротивлений? Ответить на этот вопрос в общем виде поможет система уравнений четырехполюсника с A-параметрами.

Анализ входных и характеристических сопротивлений с помощью A-параметров. Входное сопротивление четырехполюсника со стороны зажимов $1-1'$ выражается через входное напряжение и входной ток четырехполюсника следующим образом:

$$Z_{вх\,1}=\dot U_1/\dot I_1. \qquad (2.12)$$

Подставим в эту формулу значения $\dot U_1$ и $\dot I_1$ из системы уравнений с A-параметрами (2.5) и получим выражение входного сопротивления через A-параметры:

$$Z_{вх1}=\frac{A\dot U_2+B\dot I_2}{C\dot U_2+D\dot I_2}. \qquad (2.13)$$

В режиме короткого замыкания выходных зажимов напряжение $\dot U_2$ обращается в нуль и ф-ла (2.13) приобретает вид

$$Z_{вх\,1}\big|_{\dot U_2=0}=Z_{1к}=B/D. \qquad (2.14)$$

В режиме холостого хода выходных зажимов обращается в нуль выходной ток $\dot I_2$ и ф-ла (2.13) приобретает вид

$$Z_{вх\,1}\big|_{\dot I_2=0}=Z_{1х}=A/C. \qquad (2.15)$$

Теперь можно выразить характеристическое сопротивление Z_{c1} через A-параметры:

$$Z_{c1}=\sqrt{Z_{1х}Z_{1к}}=\sqrt{A/C\cdot B/D}. \qquad (2.16)$$

Формулу сопротивления Z_{c2} легко получить из формулы Z_{c1}, поменяв местами коэффициенты A и D:

$$Z_{c2}=\sqrt{D/C\cdot B/A}. \qquad (2.17)$$

Определение входного сопротивления при согласованной нагрузке. Предположим, что выходные зажимы $(2-2')$ четырехполюсника нагружены согласованно, т. е. на сопротивление $Z_{н2}=Z_{c2}$. В этом случае с учетом (2.17) имеем

$$\dot U_2=\dot I_2Z_{c2}=\dot I_2\sqrt{DB/CA}.$$

Подставим это значение $\dot U_2$ в формулу входного сопротивления

четырехполюсника (2.13). Сократив дробное выражение на I_2, получим

$$Z_{\text{вх}\,1}=\frac{A\sqrt{DB/CA}+B}{C\sqrt{DB/CA}+D}.$$

Мы ожидаем получить соотношение $Z_{\text{вх}1}=Z_{c1}$ и поэтому вынесем в качестве общего множителя в числителе выражение $\sqrt{AB}$, а в знаменателе — выражение $\sqrt{CD}$:

$$Z_{\text{вх}\,1}=\frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{CD}}\,\frac{\sqrt{D/C}+\sqrt{B/A}}{\sqrt{B/A}+\sqrt{D/C}}=\sqrt{AB/CD}=Z_{c1}.$$

Таким образом, доказано в общем виде, что *для любого пассивного четырехполюсника при нагрузке выходных зажимов 2—2′ на сопротивление $Z_{н2}=Z_{c2}$ входное сопротивление со стороны зажимов 1—1′ равно характеристическому сопротивлению со стороны этих зажимов, т. е. сопротивлению Z_{c1}.*

Читатель может самостоятельно проделать аналогичные выкладки для обратного направления передачи и убедиться в следующем.

Если нагрузить зажимы 1—1′ на сопротивление $Z_{н1}=Z_{c1}$, то входное сопротивление четырехполюсника со стороны зажимов 2—2′ будет равно характеристическому сопротивлению Z_{c2}.

Сказанное поясняется рис. 2.9в и г.

Установленная зависимость во многих случаях существенно облегчает расчет входного сопротивления четырехполюсников при их каскадном соединении. В качестве примера рассмотрим каскадные

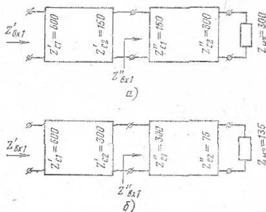


Рис. 2.10. К примеру расчета

соединения четырехполюсников на рис. 2.10 и выясним, нельзя ли определить входные сопротивления цепей по известным параметрам четырехполюсников и величинам нагрузочных сопротивлений.

Второй четырехполюсник в схеме на рис. 2.10*а* нагружен согласованно ($Z_{н2}=Z''_{c2}$), поэтому его входное сопротивление $Z''_{вх1}$ должно быть равно характеристическому сопротивлению Z''_{c1} со стороны этой же пары зажимов: $Z''_{вх1}=Z''_{c1}$. Но входное сопротивление второго четырехполюсника играет роль *нагрузки для выходных* зажимов первого. Поскольку численное значение входного сопротивления второго четырехполюсника совпало с численным значением *характеристического сопротивления* Z'_{c2} первого четырехполюсника, то первый четырехполюсник работает в режиме согласованной нагрузки входных зажимов и его входное сопротивление $Z'_{вх1}$ *равно характеристическому* Z'_{c1}, т. е. $Z'_{вх1}=Z'_{c1}=600$ Ом.

Обращаясь к схеме цепи на рис. 2.10*б*, замечаем, что сопротивление нагрузки второго четырехполюсника ($Z_{н2}=135$ Ом) отличается от характеристического сопротивления этого четырехполюсника со стороны выходных зажимов ($Z''_{c2}=75$ Ом). Поскольку второй четырехполюсник нагружен несогласованно, то без знания его третьего параметра (характеристической постоянной передачи) ничего нельзя сказать о его входном сопротивлении, и следовательно, о входном сопротивлении всей рассматриваемой цепи.

2.4. Характеристическое затухание и характеристическая постоянная передачи четырехполюсника

Понятие о характеристическом затухании четырехполюсника. *Как оценить уменьшение мощности сигнала («затухание» сигнала) в результате прохождения через четырехполюсник?* Один из способов состоит в том, что величину *полной мощности сигнала* на входе четырехполюсника сравнивают с величиной полной мощности сигнала на его выходе при условии согласованной нагрузки выходных зажимов четырехполюсника, т. е. при $Z_{н2}=Z_{c2}$. Напомним, что полной мощностью S, в отличие от активной P, реактивной Q и комплексной $\tilde{S}$, называется произведение действующих значений напряжения U и тока I на зажимах некоторого участка цепи: $S=UI$.

Обозначим полную мощность на входе четырехполюсника S_1, а полную мощность на выходе S_2. Сравнить величины двух полных мощностей — значит найти их отношение, т. е. величину S_1/S_2. Но в теории и практике электрической связи принято *оперировать* не самой величиной отношения двух упомянутых мощностей, а половиной ее натурального логарифма. Эту величину обозначают буквой a и называют *характеристическим затуханием четырехполюсника:*

$$a=\frac{1}{2}\ln\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}\ln\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}\quad \text{при } Z_{н2}=Z_{c2}, \tag{2.18}$$

где обозначения напряжений и токов соответствуют принятым на рис. 2.11.

Таким образом, *характеристическое затухание четырехполюсника — это величина, равная одной второй натурального логарифма отношения полной мощности сигнала на входе четырехполюсника к полной мощности на выходе при согласованной нагрузке выходных зажимов четырехполюсника,* т. е. *при* $Z_{н2}=Z_{с2}$.

В соответствии с ф-лой (2.18) характеристическое затухание является вещественной величиной. Оно равно нулю при равенстве мощностей S_1 и S_2 и положительно, если полная мощность на выходе четырехполюсника меньше, чем полная мощность на его входе.

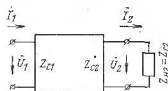


Рис. 2.11. Определение характеристического затухания

Чем меньше величина мощности S_2 по сравнению с величиной S_1, тем больше величина характеристического затухания четырехполюсника.

Единица измерения затухания. В честь первооткрывателя натуральных логарифмов математика Непера единица измерения затухания названа *непером* (Нп). Чтобы получить представление о величине затухания в 1Нп, подставим в ф-лу (2.18) численное значение $a=1$ и выполним потенцирование формулы (операцию, обратную логарифмированию). В результате получим:

$$S_1/S_2 = e^2,$$

где e=2,718... — основание натуральных логарифмов.

Таким образом, *затуханию в один непер соответствует уменьшение полной мощности* в $e^2=7{,}38906... \approx 7{,}4$ *раза.*

При первом ознакомлении с понятием затухания применение логарифмических единиц может показаться неоправданным усложнением. Но в действительности все обстоит наоборот: логарифмические единицы измерения затухания существенно облегчают расчеты и измерения каналов связи по следующим причинам:

1. Уменьшается диапазон численных значений тех величин, которыми приходится оперировать. Например, при изменении величины S_1/S_2 от 1 до 1 000 000 величина a изменится только на 3,5 единицы: от 0 до 3,45.

2. Операция умножения двух и более величин заменяется более простой операцией сложения логарифмов этих величин.

В качестве примера обратимся к схеме каскадного соединения двух четырехполюсников на рис. 2.6 и предположим, что нам известны отношения мощностей S_1/S_2 и S_2/S_3. Тогда для получения величины S_1/S_3 потребовалось бы перемножить оба отношения:

$$S_1/S_3 = (S_1/S_2)(S_2/S_3).$$

В то же время величину $\frac{1}{2}\ln\frac{S_1}{S_3}$ можно найти как сумму

величин $\frac{1}{2}\ln\frac{S_1}{S_2}$ и $\frac{1}{2}\ln\frac{S_2}{S_3}$, поскольку логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

Характеристическая постоянная передачи. Характеристическое затухание как параметр четырехполюсника позволяет определить изменение полной мощности сигнала в результате прохождения через четырехполюсник, но не содержит никакой информации об изменении начальных фаз напряжения и тока в результате прохождения через четырехполюсник. Такую информацию содержит более универсальный параметр четырехполюсника: характеристическая постоянная передачи.

Этот параметр обозначается буквой g. Аналитическое выражение характеристической постоянной передачи g имеет такой же вид, что и формула характеристического затухания, только формула характеристической постоянной передачи, в отличие от ф-лы *(2.18), содержит* вместо действующих значений напряжений и токов U_1, I_1, U_2, I_2 комплексные действующие значения или, короче, комплексы $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$:

$$g = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot{U}_1\dot{I}_1}{\dot{U}_2\dot{I}_2} \quad \text{при} \quad Z_{н2} = Z_{c2}, \tag{2.19}$$

где обозначения соответствуют принятым на рис. 2.11.

В словесной формулировке *характеристическая постоянная передачи — это величина, численно равная одной второй натурального логарифма дроби, в числителе которой имеем произведение комплекса входного напряжения четырехполюсника на комплекс входного тока, а в знаменателе — произведение комплекса выходного напряжения на комплекс выходного тока для случая согласованной нагрузки четырехполюсника ($Z_{н2}=Z_{c2}$).*

Если в ф-ле (2.19) записать комплексы напряжения и тока в показательной форме, то можно убедиться, что характеристическая постоянная передачи является комплексной величиной:

$$g = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1 e^{i\psi_{U1}} I_1 e^{i\psi_{I1}}}{U_2 e^{i\psi_{U2}} I_2 e^{i\psi_{I2}}} = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} +$$

$$+ \frac{1}{2}\ln\frac{e^{i\psi_{U1}} e^{i\psi_{I1}}}{e^{i\psi_{U2}} e^{i\psi_{I2}}} = a + i\,b.$$

Вещественная часть характеристической постоянной передачи представляет собой уже известную нам величину характеристического затухания и обозначена в предыдущей формуле соответствующей буквой:

$$a = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}.$$

Физический смысл этого параметра (уменьшение полной мощности) и единицы его измерения были рассмотрены ранее.

Мнимая часть величины g появляется в результате логарифмирования выражения, которое содержит величины «е» с чисто мнимыми показателями степени:

$$\frac{1}{2}\ln\frac{e^{i\psi_{U1}}e^{i\psi_{I1}}}{e^{i\psi_{U2}}e^{i\psi_{I2}}} = i\frac{1}{2}(\psi_{U1}+\psi_{I1}-\psi_{U2}-\psi_{I2}).$$

Мнимую часть характеристической постоянной передачи или, точнее, коэффициент при мнимой единице обозначают буквой b и называют *характеристической фазовой постоянной:*

$$b = \frac{1}{2}(\psi_{U1}+\psi_{I1}-\psi_{U2}-\psi_{I2}). \qquad (2.20)$$

Полученное выражение свидетельствует, что характеристическая фазовая постоянная представляет собой половину алгебраической суммы начальных фаз напряжений и токов. Более отчетливый и наглядный смысл величина b приобретает в случае симметричного ($Z_{c1}=Z_{c2}$) четырехполюсника, который будет рассмотрен в дальнейшем.

Исключение комплексов токов. Для измерения величины сигналов в технике связи применяют исключительно вольтметры («измерители уровня») и совершенно не применяют амперметров. Поэтому желательно исключить из ф-лы (2.19) комплексы тока $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$. Для этого выразим ток $\dot{I}_2$ через выходное напряжение и сопротивление нагрузки четырехполюсника:

$\dot{I}_2 = \dot{U}_2/Z_{н2} = \dot{U}_2/Z_{c2}$,

поскольку величина g определяется при $Z_{н2}=Z_{c2}$. Аналогично входной ток выразим через напряжение U_1 и входное сопротивление $Z_{вх1}$ четырехполюсника:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1/Z_{вх1} = \dot{U}_1/Z_{c1}, \qquad (2.21)$$

поскольку при согласованной нагрузке выходных зажимов четырехполюсника входное сопротивление последнего равно характеристическому сопротивлению Z_{c1}. Подстановка значений $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ в ф-лу (2.19) дает

$$g = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot{U}_1(\dot{U}_1/Z_{c1})}{\dot{U}_2(\dot{U}_2/Z_{c2})} = \ln\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} + \frac{1}{2}\ln\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}. \qquad (2.22)$$

Уравнения симметричного четырехполюсника. В случае симметричного четырехполюсника (т. е. при $Z_{c1}=Z_{c2}$) последнее слагаемое ф-лы (2.22) обращается в нуль и мы получаем

$$g = \ln\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}. \qquad (2.23)$$

Для выяснения смысла величин a и b запишем комплексы на-

пряжений в показательной форме и выполним логарифмирование:

$$g = a + \mathrm{i}\, b = \ln \frac{U_1 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\psi_{U1}}}{U_2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\psi_{U2}}} = \ln \frac{U_1}{U_2} + \mathrm{i}\,(\psi_{U1} - \psi_{U2}),$$

откуда

$$a = \ln \frac{U_1}{U_2}\ ; \tag{2.24}$$

$$b = \psi_{U1} - \psi_{U2}. \tag{2.25}$$

Таким образом, *в случае симметричного четырехполюсника характеристическое затухание a характеризует уменьшение амплитуды напряжения в результате прохождения через четырехполюсник, а характеристическая фазовая постоянная b численно равна разности фаз входного и выходного напряжений (при согласованной нагрузке выходных зажимов четырехполюсника).*

Начальные фазы напряжений и токов принято выражать в градусах. Однако при логарифмировании по формуле $\ln \mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi} = \mathrm{i}\psi$ предполагается, что величина ψ выражена в радианах. Таким образом, *характеристическая фазовая постоянная b* в ф-лах (2.19), (2.22) и (2.23) *должна быть выражена в радианах.*

Вычисление выходного напряжения четырехполюсника. При расчете цепей связи чаще всего приходится решать следующую задачу. Цепь представляет собой симметричный согласованно нагруженный четырехполюсник. Заданы характеристическая постоянная передачи g и одно из напряжений $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$. Требуется определить другое (неизвестное) напряжение.

В основе таких расчетов лежит ф-ла (2.23): $g = \ln (\dot{U}_1/\dot{U}_2)$.

Потенцируя это выражение, получаем

$$\mathrm{e}^g = \dot{U}_1/\dot{U}_2. \tag{2.26}$$

Теперь, например, при заданных $\dot{U}_1$ и g находим

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{\mathrm{e}^g} = \dot{U}_1 \mathrm{e}^{-g} = \dot{U}_1 \mathrm{e}^{-(a+\mathrm{i}b)} = \dot{U}_1 \mathrm{e}^{-a} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,b}.$$

Умножив все эти равенства почленно на $\sqrt{2}$, получим формулу для комплексных амплитуд

$$\dot{U}_{2m} = \dot{U}_{1m} \mathrm{e}^{-a} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,b}. \tag{2.27}$$

При работе с выражениями вида $\mathrm{e}^{-a}\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}b}$ полезно иметь в виду следующее:

1) $\mathrm{e}^0 = 1$;

2) при положительном значении a величина e^a по мере возрастания a растет, а величина $\mathrm{e}^{-a} = 1/\mathrm{e}^a$ убывает.

3) $|\mathrm{e}^{\mathrm{i}b}| = 1$. Действительно, представляя $\mathrm{e}^{\mathrm{i}b}$ формулой Эйлера, находим

$$|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,b}| = |\cos b + \mathrm{i} \sin b| = \sqrt{\cos^2 b + \sin^2 b} = 1.$$

Пример 1. Найти напряжение u_2 между выходными зажимами симметричного согласованно нагруженного четырехполюсника, если входное напряжение, измеряемое в вольтах (В), изменяется по закону $u_1=2\sin(\omega_1 t+30°)$, а характеристическая постоянная передачи четырехполюсника имеет величину $g=3+i0,4$.

Решение. Сначала найдем комплексную амплитуду выходного напряжения по ф-ле (2.27):

$$\dot U_{2m}=\dot U_{1m}\,e^{-a}\,e^{-i\,b}=2\,e^{i\,30°}\;e^{-3}\;e^{-i\,22,9°}=2\,e^{-3}\,e^{i(30°-22,9°)}=0,1\,e^{i\,7,1°},$$

где величина 22,9° получена в результате перехода от радианной меры величины b к градусной мере по формуле

$$b\,(\text{град})\approx 57,3\;b.$$

По найденной комплексной амплитуде выходного напряжения запишем его мгновенное значение

$$u_2=0,1\sin(\omega_1 t+7,1°).$$

Пример 2. Найти входное напряжение симметричного согласованно нагруженного четырехполюсника, если $U_2=0,4$ В и $g=2,3+i\,4$.

Решение. Напомним, что термин напряжение без определения «мгновенное» или «комплексное» обозначает *действующее* значение напряжения. Из ф-лы (2.26) для действующих значений напряжения находим

$$U_1=U_2\,e^{a}=0,4\,e^{2,3}=0,4\cdot 10=4\ \text{В}.$$

Пример 3. Напряжения на входе и выходе симметричного согласованно нагруженного четырехполюсника оказались равными: $U_1=1,55$ В; $U_2=0,775$ В. Определить характеристическое затухание четырехполюсника.

Решение. По ф-ле (2.24) находим

$$a=\ln\frac{U_1}{U_2}=\ln\frac{1,55}{0,775}=\ln 2=0,69\approx 0,7\ \text{Нп}.$$

Уравнение несимметричного четырехполюсника. Расчет напряжений на входе и выходе несимметричного четырехполюсника следует выполнять по формуле

$$e^{g}=\frac{\dot U_1}{\dot U_2}\sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}}, \tag{2.28}$$

которую легко получить из ф-лы (2.22).

2.5. Соединение четырехполюсников по принципу согласованности характеристических сопротивлений

Понятие о согласованности характеристических сопротивлений. На рис. 2.12 показано каскадное соединение двух Г-образных четырехполюсников. Первый четырехпо-

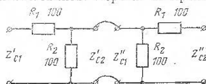


Рис. 2.12. Пример соединения четырехполюсников по принципу согласованности характеристических сопротивлений

люсник имеет характеристические сопротивления $Z'_{c1}=141$ Ом и $Z'_{c2}=70,7$ Ом. Второй имеет характеристические сопротивления $Z''_{c1}=70,7$ Ом и $Z''_{c2}=141$ Ом. Четырехполюсники соединены друг

с другом таким образом, что *в точках соединения зажимов* первого и второго четырехполюсников характеристические сопротивления обоих четырехполюсников имеют одинаковую величину ($Z'_{c2}=Z''_{c1}$). Такое соединение четырехполюсников называется *соединением по принципу согласованности характеристических сопротивлений.*

Характеристические сопротивления эквивалентного четырехполюсника. Цепь из нескольких четырехполюсников, соединенных каскадно, имеет одну пару входных и одну пару выходных зажимов, т. е., в свою очередь, является четырехполюсником. Такой четырехполюсник, образованный путем каскадного соединения двух других, показан в общем виде на рис. 2.13 (заключен в штриховую рамку).

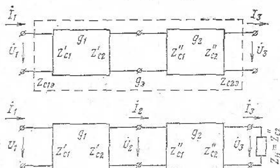


Рис. 2.13. Определение параметров эквивалентного четырехполюсника

Найдем характеристические параметры четырехполюсника, эквивалентного двум, соединенным каскадно, *для случая, когда* четырехполюсники соединены по принципу согласованности характеристических сопротивлений, т. е. применительно к рис. 2.13 $Z'_{c2}=Z''_{c1}$. (Два других сопротивления могут иметь как одинаковую, так и разную величину.)

Для определения характеристических сопротивлений $Z_{c1э}$ и $Z_{c2э}$ эквивалентного четырехполюсника мысленно замкнем выходные зажимы второго четырехполюсника на согласованное сопротивление нагрузки ($Z_{н2}=Z''_{c2}$). При такой нагрузке входное сопротивление второго четырехполюсника будет равно: $Z_{вх2}=Z''_{c1}$.

Входное сопротивление второго четырехполюсника играет роль нагрузки по отношению к первому. Поскольку $Z_{вх2}=Z''_{c1}$ и по условию $Z''_{c1}=Z'_{c2}$, то первый четырехполюсник со стороны выходных зажимов оказывается нагруженным согласованно. По этой причине его входное сопротивление будет равно величине Z'_{c1}.

Если же мысленно замкнуть входные зажимы первого четырехполюсника на согласованное нагрузочное сопротивление ($Z_{н1}=Z'_{c1}$), то рассуждая, как и в предыдущем случае, можно

найти, что входное сопротивление цепи со стороны выходных зажимов второго равно величине Z''_{c2}.

Таким образом: а) при нагрузке выходных зажимов эквивалентного четырехполюсника на сопротивление $Z_{н2}=Z''_{c2}$ входное сопротивление со стороны другой пары зажимов получается равным Z'_{c1}; б) при нагрузке входных зажимов на сопротивление $Z_{н1}=Z'_{c1}$ входное сопротивление со стороны другой пары зажимов получается равным Z''_{c2}. Но выполнение этих условий означает, что сопротивления Z'_{c1} и Z''_{c2} являются характеристическими сопротивлениями четырехполюсника, эквивалентного двум соединенным.

К такому же результату можно прийти, рассматривая цепь из любого количества четырехполюсников, соединенных каскадно по принципу согласованности характеристических сопротивлений.

При каскадном соединении нескольких четырехполюсников по принципу согласованности характеристических сопротивлений получаем эквивалентный четырехполюсник, характеристические сопротивления которого $Z_{c1э}$ и $Z_{c2э}$ равны соответственно характеристическому сопротивлению со стороны входных зажимов первого четырехполюсника цепочки и характеристическому сопротивлению со стороны выходных зажимов последнего четырехполюсника цепочки.

Характеристическая постоянная передачи эквивалентного четырехполюсника. Мы установили, что характеристические сопротивления составного четырехполюсника, заключенного на рис. 2.13 в штриховую рамку, соответственно равны: $Z_{c1э}=Z'_{c1}$; $Z_{c2э}=Z''_{c2}$.

По определению характеристической постоянной передачи имеем

$$g_э = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_3 \dot I_3}\bigg|_{Z_{н2}=Z_{c2э}}, \qquad (2.29)$$

где индекс «э» при букве g напоминает, что речь идет о характеристической постоянной передачи четырехполюсника, *эквивалентного двум соединенным*. Обозначения напряжений и токов показаны на нижнем рисунке.

Умножим и разделим выражение под знаком логарифма на величину $\dot U_2 \dot I_2$ и представим логарифм произведения в виде суммы логарифмов сомножителей:

$$g_э = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2}\,\frac{\dot U_2 \dot I_2}{\dot U_3 \dot I_3} = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2} + \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_2 \dot I_2}{\dot U_2 \dot I_3}. \qquad (2.30)$$

Второе слагаемое в правой части формулы содержит под знаком логарифма отношение произведений комплексов напряжения и тока на входе и выходе второго четырехполюсника при согласованной нагрузке последнего ($Z_{н2}=Z_{c2э}=Z''_{c2}$). Иными словами, это слагаемое представляет собой характеристическую постоянную передачи второго четырехполюсника (т. е. величину g_2).

Первое слагаемое в правой части формулы содержит под знаком логарифма напряжения и токи на входе и выходе первого четырехполюсника. Ранее мы установили, что первый четырехполюсник в рассматриваемой схеме нагружен согласованно. Поэтому данное выражение представляет собой характеристическую постоянную передачи первого четырехполюсника (т. е. величину g_1). С учетом сказанного ф-ла (3.30) приобретает вид

$$g_э = g_1 + g_2.$$

Полученный результат остается справедливым при любом количестве соединенных четырехполюсников, если обеспечена согласованность *характеристических сопротивлений* в месте соединения зажимов каждой пары четырехполюсников.

Итак, *при каскадном соединении нескольких четырехполюсников по принципу согласованности характеристических сопротивлений характеристическая постоянная передачи составного четырехполюсника, эквивалентного всем соединенным, равна сумме характеристических постоянных передачи всех соединенных четырехполюсников:*

$$g_э = \sum_{k=1}^{N} g_k, \qquad (2.31)$$

где N — число соединенных четырехполюсников.

Применение принципа согласованности. Возможность суммирования — замечательное свойство характеристической постоянной передачи, благодаря которому характеристическая постоянная передачи получила широкое распространение при *проектировании и расчетах.*

Современный канал связи большой протяженности представляет собой каскадное соединение десятков, а иногда и сотен четырехполюсников. Расчет четырехполюсников на стадии проектирования ведут таким образом, чтобы все четырехполюсники, составляющие канал, были соединены друг с другом по принципу согласованности *характеристических сопротивлений.* Такое соединение облегчает расчет характеристических параметров канала связи в целом (рассматриваемого как четырехполюсник), а с энергетической точки зрения позволяет свести к минимуму *потерю* мощности сигнала в четырехполюсниках канала связи.

Удлинитель и магазин затуханий. Для устойчивой работы канала связи иногда приходится вводить в его схему четырехполюсники из чисто активных сопротивлений (резисторов), имеющие затухание, равное 0,4—0,8 Нп. Такие четырехполюсники называются *удлинителями,* поскольку включение четырехполюсника увеличивает затухание канала связи и с этой точки зрения равносильно увеличению длины физической линии связи.

При измерениях параметров четырехполюсников и каналов связи широко применяется специальный прибор — четырехполюсник, характеристическое затухание которого можно изменять сту-

пенями (с помощью переключателя), не изменяя при этом величины характеристического сопротивления. Такой прибор называют *магазином затуханий*.

Магазин затуханий обычно состоит из трех четырехполюсников (трех декад), соединенных друг с другом каскадно по принципу согласованности характеристических сопротивлений.

Характеристическое затухание одной декады можно изменять в пределах от 0 до 0,1 Нп ступенями по 0,01 Нп. Вторая декада имеет десять ступеней по 0,1 Нп, а характеристическое затухание третьей декады изменяется ступенями по 1 Нп.

Каждая декада магазина обычно выполняется по симметричной и уравновешенной так называемой *перекрытой мостовой схеме*. Эта схема и ее расчет рассмотрены в гл. 11.

2.6. Важные формулы теории четырехполюсника

Выражение характеристической постоянной передачи через A-параметры. Чтобы выразить характеристическую постоянную передачи g через A-параметры, подставим в формулу

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2} \bigg|_{Z_{н2} = Z_{c2}}$$

значения входного напряжения и тока из системы уравнений с A-параметрами:

$$\dot U_1 = A\dot U_2 + B\dot I_2 = A\dot U_2 + B\frac{\dot U_2}{Z_{н2}} = \dot U_2\left(A + B\sqrt{\frac{CA}{DB}}\right);$$

$$\dot I_1 = C\dot U_2 + D\dot I = C Z_{н2}\dot I_2 + D\dot I_2 = \dot I_2\left(C\sqrt{\frac{DB}{CA}} + D\right),$$

где в качестве $Z_{н2}$ подставлено выражение характеристического сопротивления Z_{c2} через A-параметры.

После сокращения дроби под знаком логарифма на $\dot U_2$ и $\dot I_2$ и перемножения двучленов в числителе получаем

$$g = \frac{1}{2}\ln\left(BC + 2\sqrt{ABCD} + AD\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}\right)^2 =$$

$$= \ln\left(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}\right).$$

Таким образом, характеристическая постоянная передачи связана с элементами матрицы A-параметров соотношением

$$g = \ln\left(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}\right). \qquad (2.32)$$

Как известно, в случае пассивного четырехполюсника при изменении направления передачи коэффициенты A и D в уравнениях передачи меняются местами. Поскольку оба коэффициента входят в ф-лу (2.32) только в виде произведения, можно сделать вывод, *что величина характеристической постоянной передачи g не зависит от направления передачи сигнала через четырехполюсник.*

Формула $\text{th}\,g = f_1(Z_{1\text{к}}, Z_{1\text{х}})$. Выведем формулу, которая устанавливает связь между характеристической постоянной передачи и входными сопротивлениями четырехполюсника в режиме короткого замыкания и холостого хода.

Потенцируя выражение (2.32), находим

$$e^g = \sqrt{AD} + \sqrt{BC}, \tag{2.33}$$

откуда

$$e^{-g} = \frac{1}{\sqrt{AD} + \sqrt{BC}}.$$

Умножив и разделив правую часть последнего равенства на $(\sqrt{AD} - \sqrt{BC})$, получим

$$e^{-g} = \frac{1}{\sqrt{AD} + \sqrt{BC}} \cdot \frac{\sqrt{AD} - \sqrt{BC}}{\sqrt{AD} - \sqrt{BC}} = \sqrt{AD} - \sqrt{BC}, \tag{2.34}$$

поскольку в знаменателе дроби имеем выражение $(AD - BC)$, которое в случае пассивного четырехполюсника равно единице.

Из математики известно, что выражение вида

$$\frac{e^g - e^{-g}}{e^g + e^{-g}} = \text{th}\,g \tag{2.35}$$

называется гиперболическим тангенсом аргумента g. (Величина g в общем случае является комплексной: $g = a + ib$.) Подставляя в ф-лу (2.35) значения показательных функций из (2.33) и (2.34), получаем

$$\text{th}\,g = \frac{\sqrt{BC}}{\sqrt{AD}} = \frac{\sqrt{B/D}}{\sqrt{A/C}} = \sqrt{\frac{Z_{1\text{к}}}{Z_{1\text{х}}}}. \tag{2.36}$$

Эта формула дает возможность по результатам измерения или *вычисления сопротивлений* $Z_{1\text{к}}$ *и* $Z_{1\text{х}}$ (т. е. по результатам опыта холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника) определить численное значение функции $\text{th}\,g$, а от него с помощью соответствующих формул перейти к величине характеристической постоянной передачи g. Полученная формула широко применяется в измерительной практике и при расчетах четырехполюсников.

Система уравнений четырехполюсника с характеристическими параметрами. Совокупность трех величин Z_{c1}, Z_{c2} и g образует *систему характеристических параметров* четырехполюсника. До сих пор мы рассматривали применение характеристических параметров к расчету согласованно *нагруженного четырехполюсника. Теперь перейдем к выводу уравнений* передачи с характеристическими параметрами для случая любой (не обязательно согласованной) нагрузки. Ограничимся рассмотрением симметричного четырехполюсника. A-параметры такого четырехполюсника удовлетворяют условию $A = D$. Из курса математики известно, что выражения вида

$$\frac{e^g - e^{-g}}{2} = \text{sh}\,g \quad \text{и} \quad \frac{e^g + e^{-g}}{2} = \text{ch}\,g$$

называются соответственно *гиперболическим синусом* и *гиперболическим косинусом* аргумента g.

Подставляя в эти формулы значения показательных функций из (2.33) и (2.34):

$$e^{g}=\sqrt{AD}+\sqrt{BC};\quad e^{-g}=\sqrt{AD}-\sqrt{BC},\ -$$

находим:

$$\operatorname{sh} g=\sqrt{BC};\quad \operatorname{ch} g=\sqrt{AD}.$$

Упоминалось, что в случае симметричного четырехполюсника $A=D$ и поэтому

$$Z_{c1}=Z_{c2}=Z_c=\sqrt{B/C}.$$

Три последних уравнения образуют систему, которую можно решить относительно A-параметров:

$$A=D=\operatorname{ch} g;\quad B=Z_c\operatorname{sh} g;\quad C=(\operatorname{sh} g)/Z_c.$$

Подставив эти значения в систему уравнений с A-параметрами, получим систему уравнений симметричного четырехполюсника с характеристическими параметрами:

$$\left.\begin{aligned}\dot U_1&=\dot U_2\operatorname{ch} g+Z_c\dot I_2\operatorname{sh} g;\\ \dot I_1&=\frac{\dot U_2}{Z_c}\operatorname{sh} g+\dot I_2\operatorname{ch} g.\end{aligned}\right\}\qquad(2.37)$$

Для расчетов по этим формулам необходимо иметь таблицы гиперболических функций.

2.7. Рабочее затухание и рабочая постоянная передачи

Недостатки характеристической постоянной передачи. Характеристическая постоянная передачи как параметр четырехполюсника заметно облегчает расчет напряжений и токов при согласованной нагрузке четырехполюсника, а также расчет каскадного соединения четырехполюсников по принципу согласованности характеристических сопротивлений. Но такое описание четырехполюсника имеет и некоторые недостатки.

Во-первых, четырехполюсник не всегда удается нагрузить согласованно, особенно если его характеристическое сопротивление сложным образом зависит от частоты. (С таким случаем мы встретимся при изучении фильтров типа K и m и при изучении двухпроводных линий связи.) А при несогласованной нагрузке расчет напряжений и токов усложняется: необходимо применять систему ур-ний (2.37) с гиперболическими функциями комплексного аргумента g.

Во-вторых, характеристическое затухание учитывает только потерю полной мощности в схеме четырехполюсника и совершенно не отражает потерю мощности внутри генератора (передатчика)

сигнала связи. Между тем известно, что любой реальный генератор не только обладает способностью развивать («вырабатывать») некоторую ЭДС E, но также имеет конечное и не равное нулю внутреннее сопротивление $R_г$ ($Z_г$), *на котором неизбежно выделяется* часть мощности, развиваемой источником ЭДС.

Учесть потерю мощности не только внутри четырехполюсника, но также и на внутреннем сопротивлении генератора при любом нагрузочном сопротивлении (не обязательно согласованном с характеристическим сопротивлением четырехполюсника) позволяет специальный расчетный параметр — *рабочее затухание четырехполюсника.*

Рабочее затухание четырехполюсника. *Рабочим затуханием четырехполюсника называется величина*

$$a_р = \frac{1}{2} \ln \frac{S_0}{S_2}, \qquad (2.38)$$

где S_2 — полная мощность, которую заданная нагрузка с сопротивлением $Z_н$ получает от заданного генератора с параметрами $\dot{E}$ и $Z_г$ при ее подключении к этому генератору через четырехполюсник, рабочее затухание которого определяется рис. 2.14*а*; S_0 —

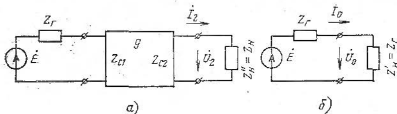


Рис. 2.14. Определение рабочего затухания

полная мощность, которую тот же генератор мог бы отдать в согласованную с его внутренним сопротивлением нагрузку при ее непосредственном подключении к зажимам генератора (рис. 2.14*б*).

Величина рабочего затухания, вычисленная по ф-ле (2.38), будет выражена в неперах.

Случай чисто активного внутреннего сопротивления генератора. Передатчики аппаратуры связи, усилители электрических сигналов связи, а также генераторы для измерения каналов связи конструируют таким образом, чтобы внутреннее сопротивление каждого из этих приборов было чисто активным, т. е. удовлетворяло бы условию $Z_г = R_г$.

Для такого же (чисто активного) внутреннего сопротивления генератора осуществляют расчет четырехполюсников аппаратуры, а также расчет каналов связи.

В случае чисто активного внутреннего сопротивления генератора полная мощность S_0 в формуле рабочего затухания (2.38) представляет собой *максимальную мощность,* которую генератор

с параметрами $\dot{E}$ и $R_г$ *может отдать сопротивлению* нагрузки. Поэтому при чисто активном внутреннем сопротивлении генератора величина рабочего затухания представляет собой результат сравнения наибольшей полной мощности, которую этот генератор мог бы отдавать в нагрузочное сопротивление, с величиной полной мощности, которую заданная нагрузка получает от того же генератора в реальных «рабочих» условиях, т. е. при подключении ее к генератору через четырехполюсник, рабочее затухание которого определяется.

Если, например, в результате измерения или расчета установлено, что рабочее затухание некоторого четырехполюсника равно нулю, то это означает, что нагрузочное сопротивление в данной схеме получает максимально возможную мощность, которую может отдать в нагрузку заданный генератор, и дальнейшее увеличение мощности в нагрузке за счет усовершенствования схемы четырехполюсника не представляется возможным.

Если же, например, рабочее затухание равно 1 Нп, то это означает, что нагрузка в заданной схеме получает приблизительно в 7,4 раза меньшую мощность по сравнению с той, которую заданный генератор мог бы отдать нагрузочному сопротивлению в самом наилучшем, с точки зрения передачи мощности, случае.

Поскольку при чисто активном сопротивлении генератора величина S_0 представляет собой наибольшую мощность, которую заданный генератор может отдать в нагрузочное сопротивление, то всегда имеем $S_0 \geqslant S_2$. По этой причине при чисто активном сопротивлении генератора рабочее затухание не может быть отрицательной величиной.

Если полные мощности S_0 и S_2 в ф-ле (2.38) выразить через действующие значения напряжений и токов, то формула приобретает вид

$$a_р = \frac{1}{2} \ln \frac{U_0 I_0}{U_2 I_2}, \qquad (2.39)$$

где обозначения напряжений и токов соответствуют принятым на рис. 2.14.

Рабочая постоянная передачи. Величина рабочего затухания позволяет оценить потерю полной мощности в цепи из генератора, четырехполюсника и нагрузки, но она не содержит никакой информации о фазовых соотношениях в упомянутой цепи. Такая информация содержится в более универсальном параметре — *в рабочей постоянной передачи*, которая обозначается буквой $g_р$.

Формула рабочей постоянной передачи имеет такой же вид, как и формула рабочего затухания (2.39), за единственным исключением: формула рабочей постоянной передачи $g_р$ содержит не действующие значения, а комплексы напряжений и токов:

$$g_р = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_0 \dot{I}_0}{\dot{U}_2 \dot{I}_2}, \qquad (2.40)$$

где обозначения по-прежнему соответствуют принятым на рис. 2.14.

В словесной формулировке *рабочая постоянная передачи четырехполюсника — это величина, численно равная одной второй натурального логарифма дроби, в числителе которой имеем произведение комплексов напряжения $\dot{U}_0$ и тока $\dot{I}_0$, а в знаменателе — произведение комплексов напряжения $\dot{U}_2$ и тока $\dot{I}_2$*, где $\dot{U}_0$ и $\dot{I}_0$ — комплексы напряжения на зажимах нагрузки и тока в нагрузке для случая, когда нагрузка согласована с генератором ($Z'_н=Z_г$) и подключена к его зажимам «напрямое», а $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ — комплексы напряжения на зажимах нагрузки и тока в нагрузке, которая подключена к тому же генератору через четырехполюсник и имеет заданное условиями задачи сопротивление $Z_н$.

Записав комплексы напряжения и тока в показательной форме, как это было сделано при анализе характеристической постоянной передачи, можно убедиться, что рабочая постоянная передачи — величина комплексная:

$$g_р = a_р + i\, b_р.$$

Вещественная часть рабочей постоянной передачи — это не что иное, как рабочее затухание $a_р$. Мнимая часть рабочей постоянной передачи обозначается символом $b_р$ и называется рабочей *фазовой постоянной*:

$$b_р = \frac{1}{2}\left(\psi_{U0} + \psi_{I0} - \psi_{U2} - \psi_{I2}\right). \tag{2.41}$$

Рабочая фазовая постоянная измеряется в радианах и характеризует соотношение между начальными фазами напряжений и токов в схемах на рис. 2.14.

Исключение комплексов токов. Для исключения комплексов токов $\dot{I}_0$ и $\dot{I}_2$ из формулы рабочей постоянной передачи выразим эти комплексы через комплексы напряжений и нагрузочных сопротивлений в соответствии со схемами на рис. 2.14:

$$\dot{I}_0 = \dot{U}_0/Z_н; \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_2/Z_н.$$

Если подставить эти значения $\dot{I}_0$ и $\dot{I}_2$ в ф-лу (2.40) и учесть, что напряжение $\dot{U}_0$ в схеме на рис. 2.14б равно половине ЭДС: $\dot{U}_0=\dot{E}/2$, то получим

$$g_р = \ln\frac{(\dot{E}/2)}{\dot{U}_2}\sqrt{\frac{Z_н}{Z_г}}. \tag{2.42}$$

Случай равенства нагрузочных сопротивлений. При равенстве сопротивлений генератора и нагрузки ($Z_н=Z_г$) формула рабочего затухания (2.42) принимает наиболее простой вид

$$g_р = \ln\frac{(\dot{E}/2)}{\dot{U}_2}. \tag{2.43}$$

Запишем комплексы напряжений в показательной форме:

$$g_р = \ln \frac{\left(E e^{i\psi_E}/2\right)}{U_2 e^{i\psi_{U2}}} = \ln \frac{E/2}{U_2} + \ln \frac{e^{i\psi_E}}{e^{i\psi_{U2}}} = a_р + i\, b_р.$$

Таким образом, при равенстве нагрузочных сопротивлений ($Z_н = Z_г$) величина рабочего затухания характеризует соотношение между напряжением на выходе четырехполюсника и величиной половины ЭДС генератора:

$$a_р = \ln \frac{E/2}{U_2}, \qquad (2.44)$$

а рабочая фазовая постоянная численно равна разности начальных фаз ЭДС генератора и напряжения на зажимах нагрузки четырехполюсника:

$$b_р = \psi_E - \psi_{U2}. \qquad (2.45)$$

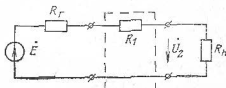


Рис. 2.15. Пример расчета рабочего затухания

В качестве примера найдем величину рабочего затухания одноэлементного четырехполюсника, показанного на рис. 2.15, для случая, когда $R_г = R_н = R$ и $R_1 = 2R$.

Учитывая равенство нагрузочных сопротивлений, воспользуемся ф-лой (2.44), для чего вычислим и подставим в нее величину напряжения U_2 между зажимами нагрузочного сопротивления в схеме рис. 2.15:

$$\dot{U}_2 = \dot{E} \frac{R_н}{R_г + R_1 + R_н} = \frac{\dot{E}}{4};$$

$$a_р = \ln \frac{(E/2)}{U_2} = \ln 2 = 0{,}7 \text{ Нп}.$$

Расчет выходного напряжения. На практике часто возникает такая задача. Зная ЭДС генератора и рабочее затухание четырехполюсника, необходимо определить напряжение на зажимах нагрузки четырехполюсника. Задача легко решается потенцированием ф-л (2.42) и (2.43). В частности, потенцирование выражения (2.43), которое относится к случаю равенства нагрузочных сопротивлений, дает

$$e^{g_р} = \frac{(\dot{E}/2)}{\dot{U}_2},$$

откуда

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{E}}{2} e^{-g_р} = \frac{\dot{E}}{2} e^{-a_р}\, e^{-i\, b_р}. \qquad (2.46)$$

Для определения напряжения U_2 (т. е. действующего значения

напряжения) достаточно знать только величину рабочего затухания

$$U_2 = \frac{E}{2} e^{-a_p}, \quad \text{поскольку } \left| e^{-i\,b_p} \right| = 1.$$

Обратим внимание на то обстоятельство, что *при* $Z_г = Z_н$ *и* $a_p = 0$ напряжение на выходе нагруженного четырехполюсника равно половине ЭДС генератора.

Приемы устного счета. Полезно запомнить численные значения логарифмов двух величин: $\ln 2 = 0{,}69 \approx 0{,}7$ и $\ln 10 = 2{,}3$. Знание этих логарифмов *позволяет, не прибегая к таблицам*, оценить величину логарифма практически любого заданного числа. Например:

$$\ln 100 = \ln 10^2 = 2 \ln 10 = 2 \cdot 2{,}3 = 4{,}6;$$

$$\ln 1000 = \ln 10^3 = 3 \ln 10 = 3 \cdot 2{,}3 = 6{,}9;$$

$$\ln 4 = \ln 2 \cdot 2 = \ln 2 + \ln 2 = 0{,}7 + 0{,}7 = 1{,}4;$$

$$\ln 5 = \ln (10/2) = \ln 10 - \ln 2 = 2{,}3 - 0{,}7 = 1{,}6.$$

Выражение рабочего затухания через характеристические параметры. *Если в формулу рабочей* постоянной передачи (2.40) подставить значения комплексов $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$, выраженные через $\dot{U}_1$ и $\dot{I}_1$ из системы ур-ний (2.37), то с учетом соотношений

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_2 / Z_н \quad \text{и} \quad \dot{U}_1 = \dot{E} - \dot{I}_1 Z_г,$$

справедливых для схемы рис. 2.14*а*, после ряда преобразований *можно* получить формулу, выражающую величину рабочего затухания *симметричного* четырехполюсника через его характеристические параметры и нагрузочные сопротивления:

$$a_p = a + \ln \left| \frac{Z_г + Z_c}{2\sqrt{Z_г Z_c}} \right| + \ln \left| \frac{Z_н + Z_c}{2\sqrt{Z_н Z_c}} \right| + $$
$$+ \ln \left| 1 - \frac{Z_г - Z_c}{Z_г + Z_c} \, \frac{Z_н - Z_c}{Z_н + Z_c} e^{-2g} \right|, \qquad (2.47)$$

где $g = a + ib$ — характеристическая постоянная передачи.

Правая часть формулы содержит четыре слагаемых. В качестве *первого слагаемого* выступает величина характеристического затухания четырехполюсника. Второе слагаемое зависит только от характеристического сопротивления Z_c и сопротивления генератора $Z_г$. Это слагаемое обращается в нуль при *согласованной* нагрузке входных зажимов четырехполюсника, т. е. при $Z_г = Z_c$.

Если оба сопротивления чисто активны ($Z_г = R_г$; $Z_c = R_c$), то отклонение величины сопротивления генератора от характеристического сопротивления как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения отражается на *величине второго слагаемого* формулы одинаково, а именно приводит к увеличению этого слагаемого.

Чем больше отличаются друг от друга по величине оба сопротивления или, как говорят, чем больше величина рассогласования между характеристическим и нагрузочным сопротивлениями со стороны входных зажимов, тем больше величина второго слагаемого формулы. Следовательно, второе слагаемое отражает влияние *рассогласования на входе* четырехполюсника (между сопротивлениями $Z_г$ и $Z_с$) на величину рабочего затухания.

Все, что было сказано о втором слагаемом формулы, можно сказать и о третьем ее слагаемом с той только разницей, что это слагаемое зависит от величин $Z_н$ и $Z_с$ и, следовательно, отражает влияние рассогласования нагрузочного и характеристического сопротивлений *на выходе* четырехполюсника на величину рабочего затухания.

Наконец, четвертое слагаемое рассматриваемой формулы учитывает, как принято говорить, эффект взаимодействия рассогласований на входе и выходе четырехполюсника. При согласованной нагрузке хотя бы одной пары зажимов четырехполюсника величина этого слагаемого обращается в нуль.

2.8. Измерение затухания в децибелах

Наряду с измерением затухания в неперах издавна практиковалось измерение затухания в других, более мелких единицах — *децибелах* (дБ). Величина затухания в децибелах определяется по формуле

$$a = 10 \lg \frac{S_а}{S_б}, \tag{2.48}$$

где $S_а$ и $S_б$ — полные мощности на соответствующих участках цепи.

Таким образом, при измерении затухания в децибелах берут десятичный логарифм (т. е. логарифм по основанию 10) вместо натурального и умножают величину логарифма на 10 вместо умножения на 1/2 при определении затухания в неперах.

Если в ф-лу (2.48) подставить значения полных мощностей:

$$S_а = \frac{U_а^2}{z_а}; \quad S_б = \frac{U_б^2}{z_б},$$

то при равенстве полных сопротивлений $z_а$ и $z_б$ тех участков, между зажимами которых измеряются полные мощности $S_а$ и $S_б$, получим

$$a = 10 \lg \frac{U_а^2}{U_б^2} = 20 \lg \frac{U_а}{U_б}.$$

В течение нескольких десятилетий в нашей стране существовала традиция: в технике проводной связи применять «натуральные» единицы затухания (неперы), а в технике радиосвязи — «десятичные» единицы (децибелы). Применение двух различных единиц всегда создавало определенные неудобства при проектировании и

эксплуатации аппаратуры и стало особенно ощутимым после начала работ по созданию ЕАСС (Единой автоматизированной системы связи страны), поскольку каналы этой системы могут быть образованы путем соединения линий связи различного характера: проводных, радиорелейных и спутниковых.

С целью введения единых норм и единиц измерения для всех видов аппаратуры электрической связи (как проводной, так и радиосвязи) было принято специальное решение о том, что *в нашей стране в официальной технической документации и в измерительной практике разрешается к применению только одна единица затухания — децибел.*

Читатель вправе спросить: почему в этой главе учебника понятие о затухании было введено на основе натуральных, а не десятичных логарифмов?

Для ответа вспомним, что символический метод расчета цепей синусоидального тока основан на применении формулы Эйлера, в соответствии с которой операции над гармоническими функциями вида $A_m \sin(\omega_1 t+\psi_a)$ *заменяются выполнением* операций над функциями вида $A(i\omega)=A_m e^{i(\omega_1 t+\psi_a)}$. Иными словами, символическое изображение гармонической функции содержит величину e (основание натуральных логарифмов), *а в роли показателя степени* при этой величине выступает мгновенная фаза гармонического колебания. Получить символическое изображение гармонической функции, не привлекая основания натуральных логарифмов, *нельзя*.

Второй, не менее важный довод в пользу применения натуральных, а не десятичных единиц затухания состоит в том, что именно натуральные единицы затухания (неперы) составляют основу всей стройной и полезной теории характеристических параметров четырехполюсников. Мы знаем, например, что выражения $\operatorname{sh} g$ и $\operatorname{ch} g$ вошли в уравнения передачи четырехполюсника, знаем также о существовании зависимости $\operatorname{th} g=\sqrt{Z_{1к}/Z_{1х}}$. Во всех *упомянутых функциях и формулах* вещественная часть величины g выражена в неперах, а не в децибелах. Заметим также, что натуральные единицы затухания лежат в основе одного из методов синтеза частотных фильтров.

Наконец, третий довод. В процессе распространения по двухпроводной линии связи (при согласованной нагрузке линии) гармоническое напряжение изменяется по закону $\dot{U}_x=\dot{U}_1 e^{-\gamma x}$, где $\dot{U}_1$ — комплекс напряжения в начале линии; $\dot{U}_x$ — комплекс напряжения на расстоянии x, км, от начала линии; γ — комплексная величина, которая зависит от конструкции линии.

Таким образом, *создание и развитие теории связи по проводам без применения натуральных логарифмов, в принципе, невозможны.* Поэтому в ходе дальнейшего изложения наряду с десятичными единицами измерения затухания мы будем применять также и натуральные в тех случаях, когда это окажется действительно необходимым.

В условиях, когда существуют и находят применение две различные единицы затухания, специалист должен уверенно опериро-

вать обеими и уметь переходить от натуральных единиц к десятичным и обратно.

Для сравнения выпишем еще раз формулы затухания в натуральных и десятичных единицах:

$$a\,(\text{Нп}) = \frac{1}{2}\ln\frac{S_а}{S_б}; \quad a\,(\text{дБ}) = 10\lg\frac{S_а}{S_б}.$$

Если полные мощности $S_а$ и $S_б$ измерены на участках с одинаковым полным сопротивлением z, то формулы затуханий приобретают вид:

$$a\,(\text{Нп}) = \ln\frac{U_а}{U_б}; \quad a\,(\text{дБ}) = 20\lg\frac{U_а}{U_б}.$$

Предположим, что отношение напряжений под знаком логарифма равно 10. Тогда:

$$a\,(\text{Нп}) = \ln 10 = 2{,}3; \quad a\,(\text{дБ}) = 20\lg 10 = 20.$$

Величине затухания, равной 2,3 Нп в натуральной системе единиц, соответствует в десятичной системе единиц величина затухания, равная 20 дБ.

Поскольку 2,3/20=0,115 и 20/2,3=8,69, то *затухание в 1 дБ соответствует затуханию в 0,115 Нп, а затухание в 1 Нп соответствует затуханию в 8,69 дБ.*

В предыдущем параграфе была рассмотрена формула, которая выражает величину рабочего затухания симметричного четырехполюсника через характеристические параметры и величины нагрузочных сопротивлений. При расчете затухания в децибелах формула приобретает вид

$$a_р = a + 20\lg\left|\frac{Z_г + Z_c}{2\sqrt{Z_г Z_c}}\right| + 20\lg\left|\frac{Z_н + Z_c}{2\sqrt{Z_н Z_c}}\right| + \\ + 20\lg\left|1 - \frac{Z_г - Z_c}{Z_г + Z_c}\,\frac{Z_н - Z_c}{Z_н + Z_c}\,e^{-2g}\right|, \qquad (2.49)$$

где величина характеристического затухания a в первом слагаемом правой части равенства должна быть выражена в *децибелах*, в то время как этот же параметр a в выражении характеристической постоянной передачи в четвертом слагаемом правой части равенства должен быть выражен в *неперах.*

3

Глава

ДВУХПОЛЮСНИКИ

3.1. Основные понятия и определения

Схему любого четырехполюсника можно рассматривать как соединение более простых цепей, каждая из которых имеет толь-

ко два выделенных зажима, посредством которых соединяется с остальной схемой.

Электрическая цепь любой сложности, имеющая два выделенных зажима, называется двухполюсником. Примеры схем двухполюсников приведены на рис. 3.1, где двухполюсники для наглядности заключены в штриховые рамки.

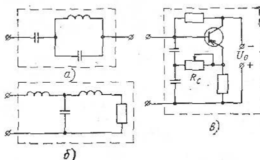


Рис. 3.1. Примеры схем двухполюсников

Зная электрические характеристики тех двухполюсников, из которых составлена схема четырехполюсника, можно получить представление о частотной зависимости затухания и о других характеристиках четырехполюсника, не прибегая к составлению уравнений Кирхгофа и к выполнению расчетов.

Электрические свойства двухполюсника, как бы сложна ни была его схема, полностью определяются одной-единственной характеристикой: *формулой частотной зависимости его комплексного сопротивления.*

Двухполюсники, схема которых содержит только элементы индуктивности L и емкости C, *называются реактивными* двухполюсниками, потому что они потребляют от внешних источников только реактивную мощность.

Комплексное сопротивление пассивного двухполюсника $Z = r + \mathrm{i}x$ в общем случае имеет вещественную (r) и мнимую (x) составляющие.

Сопротивление реактивного двухполюсника при любых частотах имеет вещественную составляющую, равную нулю ($r=0$), и является чисто мнимой величиной:

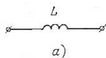
$$Z = \mathrm{i}\,x. \tag{3.1}$$

Характер частотной зависимости сопротивления реактивного двухполюсника удобно изображать в виде графика, откладывая вдоль оси абсцисс круговую частоту ω, а вдоль оси ординат — реактивное сопротивление, которое может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Например, комплексное сопротивление двухполюсника из одного элемента индуктивности L (рис. 3.2*а*) выражается формулой

$Z = i\omega L$. Сравнивая эту ф-лу с (3.1), приходим к выводу, что реактивное сопротивление такого двухполюсника выражается формулой $x = \omega L$.

График зависимости $x(\omega)$, построенный в системе координат $(\omega;\ x)$, имеет вид прямой линии, проходящей через начало координат, как показано на рис. 3.2*б*. Величина x остается положительной во всем диапазоне частот от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$.



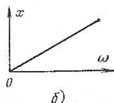
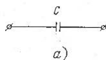


Рис. 3.2. Элемент индуктивности L и частотная зависимость его реактивного сопротивления



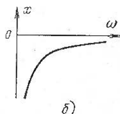


Рис. 3.3. Элемент емкости C и частотная зависимость его реактивного сопротивления

Комплексное сопротивление двухполюсника из одного только элемента емкости C (рис. 3.3*а*) выражается формулой $Z = 1/i\omega C = -i\ 1/\omega C$.

Очевидно, реактивное сопротивление x такого двухполюсника является отрицательной величиной во всем диапазоне частот от 0 до ∞ и выражается формулой $x = -1/\omega C$. График зависимости $x(\omega)$ для элемента емкости показан на рис. 3.3*б*.

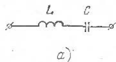
3.2. Реактивные двухполюсники из двух элементов

Последовательное соединение элементов L и C. Комплексное сопротивление двухполюсника из последовательно соединенных индуктивности L и емкости C (рис. 3.4*а*) выражается формулой

$$Z = i\omega L + \frac{1}{i\omega C} = i\omega L - i\frac{1}{\omega C} = i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \qquad (3.2)$$

Характер частотной зависимости $x(\omega)$ можно найти также графически, не прибегая к расчетам, как это сделано на рис. 3.4*б*. Здесь графики x_1 и x_2 представляют собой частотную зависимость реактивного сопротивления элементов индуктивности и емкости соответственно. Поскольку оба элемента соединены последовательно, а при последовательном соединении двухполюсников их

сопротивления складываются, то график $x(\omega)$ двухэлементного двухполюсника получим путем алгебраического суммирования ординат графиков x_1 и x_2. Результат суммирования показан на этом же чертеже штриховой линией.



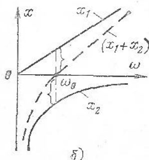


Рис. 3.4. Последовательное соединение элементов L и C и частотная зависимость его реактивного сопротивления

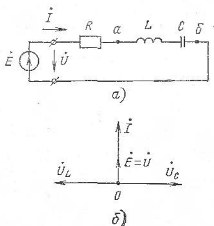


Рис. 3.5. Схема цепи и векторная диаграмма резонанса напряжений

Резонанс напряжений. Поскольку сопротивления x_1 и x_2 имеют разные знаки и при увеличении частоты величина x_1 растет, а величина x_2 убывает по модулю, то при некоторой частоте их сумма должна обратиться в нуль. Обозначим эту частоту символом ω_0.

Режим работы двухполюсника из последовательно соединенных элементов L и C, при котором реактивное сопротивление двухполюсника равно нулю, называется резонансом напряжений.

Частота, при которой наступает резонанс напряжений, называется *частотой резонанса напряжений* или просто *резонансной частотой* двухполюсника. Эта частота зависит от величин элементов L и C. Для доказательства запишем условие резонанса для частоты $\omega = \omega_0$:

$$x(\omega_0) = \omega_0 L - 1/\omega_0 C = 0$$

и решим полученное выражение относительно ω_0:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \tag{3.3}$$

Формула свидетельствует о том, что увеличение элемента индуктивности или емкости влияет на резонансную частоту одинаково, т. е. приводит к ее уменьшению.

Рассматривая график сопротивления двухэлементного двухполюсника на рис. 3.4*б*, убеждаемся, что при увеличении частоты ω

от 0 до ∞ реактивное сопротивление двухполюсника непрерывно возрастает (в алгебраическом смысле с учетом знака) от $-\infty$ до $+\infty$. При переходе через резонансную частоту сопротивление изменяет свой знак: из отрицательного становится положительным.

Наличие резонансной частоты у рассматриваемого двухполюсника можно отчетливо показать в формуле $Z(\mathrm{i}\omega)$. Для этого достаточно из выражения (3.2) вынести в виде множителя дробь $L/\mathrm{i}\omega$:

$$Z = \mathrm{i}\,\omega\, L + \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega\, C} = \frac{L}{\mathrm{i}\,\omega}\left(-\omega^2 + \frac{1}{LC}\right) = L\,\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\mathrm{i}\,\omega}, \qquad (3.4)$$

где в соответствии с (3.3) принято

$$\omega_0^2 = 1/LC.$$

Сомножитель $(\omega^2_0 - \omega^2)$ в числителе ф-лы (3.4) является отчетливым признаком резонансной частоты. Действительно, в процессе увеличения частоты ω (начиная со значения $\omega=0$) ее численное значение неизбежно становится равным ω_0. При этом выражение в скобках обращается в нуль. А поскольку скобка является сомножителем числителя выражения $x(\omega)$, то при $(\omega^2_0 - \omega^2) = 0$ в нуль обращается также и величина x.

Происхождение термина «резонанс напряжений» можно понять, рассматривая векторную диаграмму схемы рис. 3.5*а* при частоте $\omega=\omega_0=1/\sqrt{LC}$. Поскольку при этой частоте сопротивление участка цепи между точками *а* и *б* равно нулю (последовательное соединение элементов L и C при резонансной частоте), то сопротивление всей цепи RLC является чисто активным $(Z=R)$, ток $\dot I$ в цепи достигает своего *максимального* значения и совпадает по фазе с ЭДС источника (см. векторную диаграмму на рис. 3.5*б*).

Напряжение $\dot U_L$ на элементе индуктивности L опережает по фазе ток $\dot I$ на 90°, а напряжение $\dot U_C$ на элементе емкости C отстает по фазе от тока на такой же угол. Поскольку при резонансной частоте имеет место равенство модулей реактивных сопротивлений элементов L и C (т. е. $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$), то напряжения на зажимах этих двух элементов равны по модулю, в то время как их сумма (напряжение $\dot U_{аб}$) равна нулю. Отмеченное обстоятельство послужило причиной назвать рассмотренный режим резонансом напряжений.

Резонанс напряжений как колебательный процесс. На рис. 3.6 показаны график тока в цепи из последовательно соединенных элементов индуктивности и емкости и график напряжения на зажимах элемента емкости. Можно убедиться, что в те моменты времени, когда ток в цепи достигает максимальных (по модулю) значений и когда соответственно максимальна энергия, запасенная в магнитном поле элемента индуктивности, напряжение на зажимах емкости и запасенная элементом емкости энергия равны нулю. Наоборот, когда напряжение на емкости (и запасенная в виде электрического поля энергия) дости-

гают максимума, ток в цепи и энергия магнитного поля равны нулю. Таким образом, *резонанс в двухполюснике из последовательно соединенных элементов L и C — это периодический колебательный процесс обмена энергией между элементами индуктивности и емкости.*

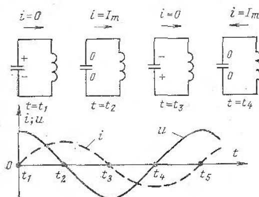
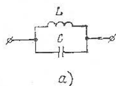


Рис. 3.6. Колебания напряжения и тока в *одиночном контуре*



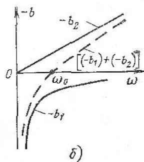


Рис. 3.7. Параллельное соединение элементов L и C и частотная зависимость его реактивной проводимости

По этой причине двухполюсник из последовательно соединенных элементов L и C называют *последовательным колебательным контуром.*

Параллельное соединение элементов L и C. Резонанс токов. Двухполюсник из элементов L и C, соединенных параллельно, изображен на рис. 3.7*а*. Комплексное сопротивление двухполюсника выражается формулой

$$Z = \frac{\mathrm{i}\,\omega L \cdot 1/\mathrm{i}\,\omega C}{\mathrm{i}\,\omega L + 1/\mathrm{i}\,\omega C}.$$

Формула приобретает более наглядный вид, если вынести в виде множителя дробь $\mathrm{i}\omega/C$:

$$L = \frac{\mathrm{i}\,\omega}{C}\,\frac{1}{(-\omega^2 + 1/LC)} = \frac{\mathrm{i}}{C}\,\frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (3.5)$$

Сомножитель $\left(-\omega^2 + \frac{1}{LC}\right)$ на этот раз появляется в знаменателе формулы $Z(\mathrm{i}\omega)$. Значит, при $\omega = \omega_0$ в нуль обращается знаменатель выражения $x(\omega)$ и реактивное сопротивление двухполюсника становится бесконечно большим.

Режим работы электрической цепи из элементов индуктивности и емкости, соединенных параллельно, при котором реактивное сопротивление цепи становится бесконечно большим (реактивная

проводимость обращается в нуль), называется резонансом токов.

Частота, при которой наступает такой режим, называется *частотой резонанса токов* или просто *резонансной частотой* двухполюсника.

Формула (3.5) свидетельствует, что резонансная частота двухполюсника из элементов индуктивности L и емкости C, соединенных параллельно, определяется формулой $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ и численно равна частоте резонанса напряжений двухполюсника из тех же элементов, соединенных последовательно.

При графическом анализе параллельного соединения двух элементов удобно оперировать не сопротивлениями, а проводимостями, поскольку при параллельном соединении элементов складываются их проводимости. Комплексная проводимость представляет собой величину, обратную комплексному сопротивлению:

$$Y = 1/Z = g - \mathrm{i}\, b,$$

где g—активная, а $(-b)$—реактивная проводимости. (Знак «минус» в правой части формулы комплексной проводимости установлен ГОСТ).

Для элемента индуктивности L находим

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega L} = -\mathrm{i}\,\frac{1}{\omega L} = -\mathrm{i}\, b_1, \quad \text{откуда}$$

$$(-b_1) = -\frac{1}{\omega L}, \qquad (3.6)$$

т. е. *величина $(-b_1)$ для элемента индуктивности отрицательна.*

Для элемента емкости C

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{1/\mathrm{i}\,\omega C} = \mathrm{i}\,\omega C = -\mathrm{i}\, b_2, \quad \text{откуда}$$

$$(-b_2) = \omega C, \qquad (3.7)$$

и величина $(-b_2)$ для элемента емкости положительна.

При построении графиков частотной зависимости реактивной проводимости будем откладывать по оси абсцисс круговую частоту ω, а по оси ординат—величину $(-b)$, как это сделано на рис. 3.7б для величин $(-b_1)$ и $(-b_2)$, полученных по ф-лам (3.6) и (3.7).

Эквивалентную проводимость параллельного соединения элементов L и C найдем путем алгебраического сложения графиков проводимости обоих элементов (см. штриховую линию на том же рисунке). Теперь остается перейти от графика реактивной проводимости двухполюсника к графику реактивного сопротивления.

В соответствии с определением комплексной проводимости

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{-\mathrm{i}\, b} = -\mathrm{i}\,\frac{1}{(-b)} = \mathrm{i}\, x, \quad \text{откуда}$$

$$x = -\frac{1}{(-b)}.$$

Таким образом, *величина реактивного сопротивления x реактивного двухполюсника по модулю обратна величине модуля реактивной проводимости этого двухполюсника и имеет знак, обратный знаку последней, т. е. знаку величины* ($-b$). Построение графика $x(\omega)$ по графику $[-b(\omega)]$ для двухполюсника из параллельно соединенных элементов L и C показано на рис. 3.8.

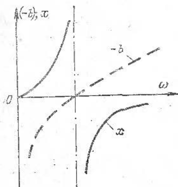


Рис. 3.8. Переход от графика реактивной проводимости к графику реактивного сопротивления

Из рисунка видно, что по мере увеличения круговой частоты ω от нуля до резонансной реактивная проводимость двухполюсника убывает по модулю, а реактивное сопротивление растет, имея индуктивный характер. При $\omega=\omega_0$ проводимость обращается в нуль, а сопротивление имеет точку разрыва: при стремлении частоты ω к ω_0 «снизу» (от меньших значений частоты) величина x неограниченно возрастает (стремится к $+\infty$). При переходе через резонансную частоту знак реактивного сопротивления меняется на отрицательный, а модуль величины сопротивления с ростом частоты убывает от $-\infty$ до 0.

Происхождение термина «резонанс токов» становится понятным из рассмотрения векторной диаграммы схемы рис. 3.9*а* при

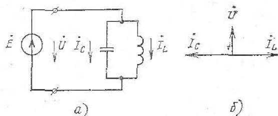


Рис. 3.9. Схема цепи и векторная диаграмма резонанса токов

частоте $\omega=\omega_0$. Ток $\dot{I}_c$ в ветви с емкостью опережает по фазе напряжение $\dot{U}$ на угол, равный 90°. Ток $\dot{I}_L$ в ветви с индуктивностью отстает по фазе от этого же напряжения на 90°. Токи равны друг другу по модулю, но отличаются по фазе на 180°, в результате чего ток $\dot{I}_0$ в общей ветви, который представляет собой сумму токов $\dot{I}_C$ и $\dot{I}_L$, оказывается равным нулю.

Резонанс токов как колебательный процесс. Графики мгновенных значений напряжения u_C на зажимах элемента емкости и тока i_L в элементе индуктивности для схемы рис. 3.9*а* имеют такой же вид, как и для схемы на рис. 3.6. Следовательно, *резонанс токов в цепи из параллельно соединенных эле-*

ментов индуктивности и емкости представляет собой периодический колебательный процесс обмена энергией между этими элементами. По этой причине двухполюсник из параллельно соединенных элементов индуктивности и емкости называют *параллельным колебательным контуром.* Но, в отличие от последовательного контура, изображенного на рис. 3.5, в параллельном колебательном контуре ток разряда емкости замыкается через элемент индуктивности, не проходя через источник. Источник в схеме рис. 3.9*а* понадобился только для сообщения первоначального заряда конденсатору, т. е. для возбуждения колебаний в контуре, после чего мгновенное напряжение на элементе емкости в процессе колебаний в любой момент времени оказывается равным ЭДС источника, а ток через источник равен нулю.

3.3. Многоэлементные реактивные двухполюсники

Предварительное замечание. Рассмотрим схемы трехэлементных двухполюсников на рис. 3.10. В схеме *а*) две индуктивности, соединенные параллельно, можно заменить одной: $L' = L_2L_3/(L_2 + L_3)$.

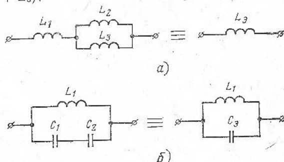


Рис. 3.10. Эквивалентные преобразования схем двухполюсников

В результате замены получаем схему из двух индуктивностей (L_1 и L'), соединенных последовательно. Такое соединение можно *заменить одной эквивалентной индуктивностью* $L_э = L_1 + L'$.

В схеме *б*) можно заменить две емкости, соединенные последовательно, одной эквивалентной: $C_э = C_1C_2/(C_1 + C_2)$, после чего будет получен двухполюсник из элементов L_1 и $C_э$, соединенных параллельно.

Таким образом, хотя схемы двухполюсников на рис. 3.10 содержат по три элемента, но зависимость $x(\omega)$ для схемы *а*) имеет такой вид, как у одноэлементного двухполюсника, а для схемы *б*), как у двухэлементного. Это происходит по той причине, что схемы рис. 3.10 содержат элементы одинакового характера, соединенные последовательно или параллельно. Такое соединение двух элементов можно заменить одним эквивалетным элементом, в ре-

зультате чего общее количество элементов схемы уменьшается без изменения ее частотной характеристики.

В этом параграфе мы будем рассматривать двухполюсники, схемы которых не содержат последовательного или параллельного соединения элементов одинакового характера (индуктивностей или емкостей).

Двухполюсники из трех элементов. С учетом принятого ограничения можно составить только четыре различные схемы двухполюсников LC из трех элементов. Все эти схемы, формулы комплексного сопротивления и графики $x(\omega)$ для каждой из них приведены в табл. 3.1.

Рассмотрим получение графика и формулы для схемы № 1. Схема представляет собой последовательное соединение индуктивности и параллельного колебательного контура. График зависимости $x(\omega)$ для всего двухполюсника получим путем алгебраического сложения графиков $x_1(\omega)$ для элемента индуктивности и $x_2(\omega)$ для параллельного контура, как это сделано на рис. 3.11, где график суммы сопротивлений показан штриховой линией. Из рисунка следует, что по мере увеличения частоты от $\omega=0$ сопротивление всего двухполюсника растет и обращается в бесконечность при $\omega=\omega_2$, когда слагаемое x_2 обращается в бесконечность (т. е. при частоте резонанса токов параллельного колебательного контура). При дальнейшем увеличении частоты слагаемое x_1 остается положительным, а слагаемое x_2 становится отрицательным и изменяется от $-\infty$ до 0. На некоторой частоте сумма сопротивлений x_1 и x_2 неизбежно становится равной нулю (слагаемые равны по модулю и имеют разные знаки). Обозначим эту частоту символом ω_3 и заметим, что в данной схеме независимо от величин ее элементов всегда имеет место соотношение $\omega_3>\omega_2$.

На интервале частот $\omega_2<\omega<\omega_3$ сопротивление двухполюсника является отрицательной величиной. При переходе через частоту ω_3 оно становится положительным и монотонно возрастает по мере увеличения частоты, стремясь к бесконечно большой величине при стремлении частоты к бесконечности. Таким образом, при частоте ω_2 обращается в нуль величина проводимости двухполюсника, а при частоте ω_3—величина его сопротивления. Первый режим соответствует определению *резонанса токов*, а второй режим—определению *резонанса напряжений*. *Следовательно, схема двухполюсника № 1 имеет две резонансные частоты: частоту резонанса токов ω_2 и частоту резонанса напряжений ω_3.*

Перейдем к выводу формулы комплексного сопротивления двухполюсника № 1, для чего представим сопротивление параллельного контура L_2C_2 в виде ф-лы (3.5), и будем выполнять алгебраические преобразования не «наугад», а с определенным расчетом, имея в виду, что наличие резонанса токов при частоте $\omega=\omega_2$ приведет к появлению множителя $(\omega_2^2-\omega^2)$ в знаменателе формулы комплексного сопротивления, а наличие резонанса напряжений при $\omega=\omega_3$ — к появлению множителя $(\omega_3^2-\omega^2)$ в числителе формулы комплексного сопротивления. Именно к получе-

Схемы	Формулы сопротивлений и резонансных частот	Частотные зависимости сопротивлений
№1 L_0, L_2, C_2	$Z_1 = i\omega L_0 \frac{\omega_3^2-\omega^2}{\omega_2^2-\omega^2}$ $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ $\omega_3 = \sqrt{\frac{L_0+L_2}{L_0 L_2 C_2}}$	x, ω, 0, ω_2, ω_3
№2 L_1, C_1, C_0	$Z_2 = \frac{1}{i\omega C_0} \frac{\omega_1^2-\omega^2}{\omega_2^2-\omega^2}$ $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{C_0+C_1}{C_0 C_1 L_1}}$	x, ω, 0, ω_1, ω_2
№3 L_3, C_3, L_0	$Z_3 = i\omega \frac{L_0 L_1}{L_0+L_1} \frac{\omega_3^2-\omega^2}{\omega_2^2-\omega^2}$ $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C_3(L_0+L_3)}}$ $\omega_3 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}$	x, ω, 0, ω_2, ω_3
№4 C_0, L_2, C_2	$Z_4 = \frac{C_0+C_2}{i\omega C_0 C_2} \frac{\omega_1^2-\omega^2}{\omega_2^2-\omega^2}$ $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_2(C_0+C_2)}}$ $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$	x, ω, 0, ω_1, ω_2

Примечание: В формуле Z_3 вместо L_1 следует читать L_3.

нию таких множителей следует стремиться при выполнении преобразований. Итак,

$$Z_1 = i\,\omega L_0 + \frac{i\,\omega}{C_2(\omega_2^2 - \omega^2)} = \frac{i\,\omega L_0 C_2(\omega_2^2 - \omega^2) + i\,\omega}{C_2(\omega_2^2 - \omega^2)} =$$

$$= \frac{i\,\omega L_0 C_2\left(\omega_2^2 + \frac{1}{L_0 C_2} - \omega^2\right)}{C_2(\omega_2^2 - \omega^2)} = \frac{i\,\omega L_0(\omega_3^2 - \omega^2)}{\omega_2^2 - \omega^2},$$

где $\omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2}$, а $\omega_3^2 = \omega_2^2 + \frac{1}{L_0 C_2} = \frac{1}{L_2 C_2} + \frac{1}{L_0 C_2} = \frac{L_0 + L_2}{L_0 L_2 C_2}$.

Легко заметить, что частота резонанса токов всего двухполюсника совпадает с частотой резонанса токов параллельного контура L_2C_2. Сопротивление всего двухполюсника становится бесконечно

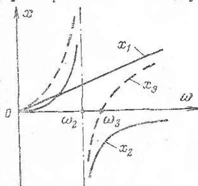


Рис. 3.11. Получение графика зависимости $x(\omega)$ для схемы № 1

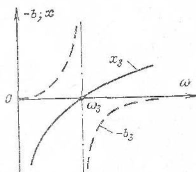


Рис. 3.12. Получение графика реактивной проводимости последовательного колебательного контура

большим, потому что стало бесконечно большим сопротивление одного из двух участков схемы, соединенных последовательно. В то же время в образовании резонанса напряжений принимают участие все три элемента схемы: элемент L_0 имеет сопротивление индуктивного характера, а параллельный контур L_2C_2 при частотах, превышающих резонансную, имеет сопротивление емкостного характера и образует совместно с элементом индуктивности L_0 последовательный колебательный контур.

Методика построения графика $x(\omega)$ и вывода формулы комплексного сопротивления схемы № 4 табл. 3.1 не отличается от рассмотренной выше.

Схема № 3 представляет собой параллельное соединение двух ветвей: элемента индуктивности L_0 и последовательного колебательного контура из элементов L_3 и C_3. Для получения графика $x(\omega)$ *необходимо предварительно сложить графики реактивной* проводимости обеих ветвей. На рис. 3.12 штриховой линией пока-

зан переход от графика зависимости $x(\omega)$ для последовательного колебательного контура (сплошная линия на чертеже) к графику зависимости $[-b(\omega)]$.

Сложение проводимостей обеих ветвей двухполюсника № 3 выполнено на рис. 3.13*а*, где график $(-b_0)$ относится к элементу индуктивности, а график $(-b_3)$—к последовательному контуру.

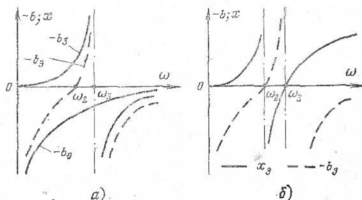


Рис. 3.13. Получение графика зависимости $x(\omega)$ для схемы № 3

Переход от графика эквивалентной проводимости всего двухполюсника к графику эквивалентного сопротивления показан на рис. 3.13*б*. Рассматривая график частотной зависимости сопротивления, убеждаемся, что схема *двухполюсника имеет два резонанса*: резонанс токов при частоте ω_2 и резонанс напряжений при частоте ω_3. Резонанс напряжений всего двухполюсника (*обращение величины сопротивления двухполюсника в нуль*) объясняется наступлением резонанса напряжений в ветви L_3C_3, сопротивление которой при частоте $\omega = \omega_3$ становится равным нулю. Зато в образовании резонанса токов участвуют все три элемента схемы: ветвь с элементом L_0 имеет сопротивление индуктивного характера, а ветвь L_3C_3 при $\omega < \omega_3$ имеет сопротивление емкостного характера и образует совместно с ветвью L_0 параллельный колебательный контур. Таким же образом можно выполнить анализ схемы № 2.

Общие свойства трехэлементных двухполюсников. Рассматривая схемы двухполюсников в табл. 3.1 и их электрические характеристики, убеждаемся в справедливости следующих правил:

1. *Для любой схемы двухполюсника из числа приведенных* в таблице число резонансов схемы на единицу меньше числа ее элементов.

2. *Резонансы напряжений и токов* при увеличении частоты чередуются (т. е. наступают по очереди). В цепи не могут наступить один за другим два однотипных резонанса подряд (например, два резонанса напряжений или два резонанса токов).

3. Если между зажимами схемы двухполюсника имеется путь постоянному току (от одного зажима до другого), то при увеличении частоты от нулевого значения первым наступает резонанс токов. Если же пути постоянному току нет, то первым наступает резонанс напряжений.

4. При увеличении частоты ω величина реактивного сопротивления x всегда возрастает [за исключением частот резонанса токов, при которых функция $x(\omega)$ имеет точки разрыва и величина x изменяется скачком от $+\infty$ до $-\infty$].

Зная эти правила, можно построить график $x(\omega)$ непосредственно по внешнему виду схемы двухполюсника, не прибегая к построению и суммированию графиков сопротивления и проводимости составных частей двухполюсника.

Многоэлементные двухполюсники. В аппаратуре проводной связи находят применение двухполюсники не только с тремя, а с четырьмя и более элементами, схемы которых образованы по следующим правилам:

1. Двухполюсник образован путем последовательного соединения нескольких параллельных контуров (рис. 3.14*а*). Кроме того,

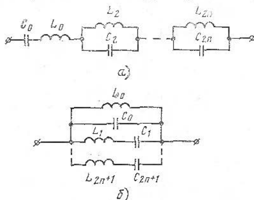


Рис. 3.14. Типичные схемы двухполюсников

схема двухполюсника может содержать элемент индуктивности L_0 или элемент емкости C_0 или оба эти элемента одновременно, также соединенные последовательно с упомянутой цепочкой параллельных контуров.

2. Двухполюсник образован путем параллельного соединения нескольких последовательных колебательных контуров (рис. 3.14*б*). Кроме того, схема может содержать элемент индуктивности L_0 или емкости C_0 или оба эти элемента, подключенные параллельно всем остальным ветвям.

Графики частотной зависимости реактивного сопротивления таких двухполюсников при любом количестве элементов в схеме можно построить, руководствуясь теми четырьмя правилами, которые были получены при анализе частотных зависимостей сопротивления двухполюсников из трех элементов.

В качестве примера построим график частотной зависимости сопротивления двухполюсника из четырех элементов, схема которого изображена на рис. 3.15*а*. Порядок решения задачи следующий.

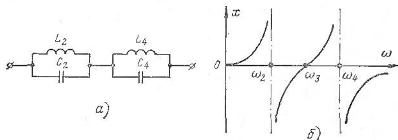


Рис. 3.15. Схема двухполюсника и частотная зависимость ее реактивного сопротивления

Сравниваем заданную схему со схемами рис. 3.14 и убеждаемся, что ее можно рассматривать как частный случай схемы на рис. 3.14*а*, который соответствует значениям $L_0=0$ и $C_0=\infty$. Поэтому график зависимости $x(\omega)$ можно построить, руководствуясь четырьмя упомянутыми правилами.

1. В схеме двухполюсника есть путь постоянному току. Следовательно, первой резонансной частотой должна быть частота резонанса токов.

2. Поскольку схема содержит четыре элемента, то она имеет три резонансных частоты. Обозначим частоты резонанса токов символами ω_2 и ω_4, а частоту резонанса напряжений—символом ω_3 и нанесем соответствующие точки на ось ω (без соблюдения масштаба).

3. В точках с абсциссами $\omega=\omega_2$ и $\omega=\omega_3$ восстановим перпендикуляры к оси частот ω (см. штрихпунктирные линии на рис. 3.15*б*). Эти перпендикуляры будут символизировать разрывы графика $x(\omega)$ при частотах резонанса токов.

4. Строим кривую $x(\omega)$, учитывая, что она начинается из начала координат (в схеме есть путь постоянному току) и что при увеличении частоты величина реактивного сопротивления должна увеличиваться. Построенный график показан на рис. 3.15*б* сплошной линией.

3.4. Эквивалентные двухполюсники

Обратимся к табл. 3.1 и рассмотрим схемы двухполюсников № 1 и № 3. Если подобрать величины элементов таким образом, чтобы у обоих двухполюсников совпали частоты резонанса токов ω_2 и резонанса напряжений ω_3, а также численные значения L_0 для схемы № 1 и $L_0L_3/(L_0+L_3)$ для схемы № 3, то функции комп-

лексного сопротивления двухполюсников $Z_1(i\omega)$ и $Z_3(i\omega)$ будут тождественно равны друг другу. Частотная зависимость реактивного сопротивления $x(\omega)$ у обоих двухполюсников будет одинакова.

Можно, например, в любом устройстве связи цепь, выполненную по схеме № 1, заменить цепью, выполненной по схеме № 3, и при соответствующем расчете величин элементов схемы № 3 такая замена никак не отразится на работе устройства.

Двухполюсники $Z_а$ и $Z_б$, имеющие различную конфигурацию схемы, но одинаковую функцию комплексного сопротивления

$$Z_а(i\,\omega) = Z_б(i\,\omega),$$

называются эквивалентными.

Конструктор в процессе проектирования имеет возможность рассчитать пару эквивалентных схем, сравнить величины их элементов и выбрать ту из схем, в которой величины элементов окажутся более удобными для реализации. Это одно из применений понятия об эквивалентности.

Понятие об эквивалентности оказывается полезным также при качественном анализе частотных характеристик некоторых двухполюсников. В качестве примера на рис. 3.16 изображена схема

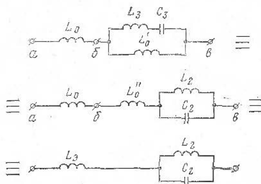


Рис. 3.16. Эквивалентные преобразования схемы двухполюсника

двухполюсника из четырех элементов. Применить непосредственно к этой схеме известные нам правила построения графика зависимости $x(\omega)$ нельзя, потому что вся схема в целом не относится к числу изображенных на рис. 3.14. Но участок цепи между точками *б* и *в* представляет собой одну из схем табл. 3.1. Если заменить этот участок эквивалентной ему цепью, как показано на рис. 3.16, то появится возможность выполнить еще одно эквивалентное преобразование: заменить последовательное соединение двух индуктивностей одной эквивалентной. В результате получаем схему из трех элементов, для которой можно построить график $x(\omega)$ и которая эквивалентна первоначальной схеме из четырех элементов.

3.5. Двухполюсники с потерями

Эквивалентная схема катушки индуктивности. В реальных электрических цепях аппаратуры связи *элементы индуктивности реализуются катушками индуктивности*, а *элементы емкости — конденсаторами*.

Идеальный элемент индуктивности при включении его в цепь синусоидального тока периодически (2 раза в течение периода тока) потребляет от источника *электрическую энергию и запасает* ее в виде энергии магнитного поля и столько же раз полностью возвращает запасенную энергию обратно источнику.

Медный проводник, из которого обычно выполняется катушка, неизбежно имеет некоторое активное сопротивление. При прохождении тока через активное сопротивление в последнем происходит *необратимый* процесс преобразования электрической энергии в тепловую. Энергия, выделяемая на сопротивлении в виде тепла, безвозвратно теряется для источника. Поэтому реальная катушка представляет собой *двухполюсник с потерями* (подразумеваются потери электрической энергии, вырабатываемой генератором). Наличие потерь отражают в эквивалентной схеме катушки, включив последовательно с элементом индуктивности L элемент активного сопротивления R_L, как показано на рис. 3.17.

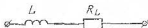


Рис. 3.17. Эквивалентная схема катушки индуктивности

Чем меньше величина активного сопротивления катушки R_L при заданной величине ее индуктивности L, тем меньше потери энергии в катушке и тем меньше отличается поведение катушки в электрической цепи от поведения идеального элемента индуктивности L.

В инженерной практике *принято характеризовать* относительную величину потерь в катушке при заданной частоте с помощью специального параметра—добротности катушки.

Добротность Q_L индуктивной катушки—это величина, равная отношению реактивной мощности, которую катушка при заданной частоте ω потребляет от генератора, к активной мощности. Поскольку при последовательном соединении элементов общим сигналом для обоих элементов является ток, то при сравнении величин активной и реактивной мощностей (P и Q соответственно) удобно выразить обе мощности через величину тока в катушке:

$$P = R_L I^2; \quad Q = x_L I^2 = \omega L I^2.$$

Отсюда величина добротности катушки

$$Q_L = Q/P = \omega L/R_L. \tag{3.8}$$

Чтобы увеличить индуктивность катушки и, следовательно, величину Q_L (при *заданном числе витков и сопротивлении провода* R_L), внутрь каркаса помещают магнитопровод из материала с большой величиной магнитной проницаемости и с большим

удельным сопротивлением. (Последнее необходимо для уменьшения потерь на вихревые токи.) *Примерами таких материалов* служат карбонильное железо, сплав альсифер (по первым слогам слов «алюминий», «силиций» и «феррум»), различные марки ферритов.

В аппаратуре проводной связи применяют почти исключительно катушки с *тороидальными или* броневыми магнитопроводами из тех же материалов. (Тор—геометрическое тело, имеющее форму бублика.) Наличие замкнутого магнитопровода в обеих конструкциях обеспечивает малое рассеяние магнитного потока катушки в окружающее пространство.

Применяя ф-лу (3.8) для определения добротности катушки с магнитопроводом, следует иметь в виду, что величина R_L в этой формуле сама является функцией частоты и по мере увеличения частоты возрастает. Это объясняется вытеснением *тока высокой* частоты на поверхность проводника, а также увеличением потерь *на гистерезис* (перемагничивание) магнитопровода и на вихревые токи по мере увеличения частоты. В результате частотная зависимость величины Q_L приобретает такой вид, как на рис. 3.18: сна-

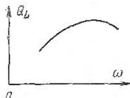


Рис. 3.18. Частотная зависимость добротности катушки с сердечником

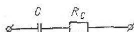
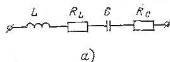


Рис. 3.19. Эквивалентная схема конденсатора



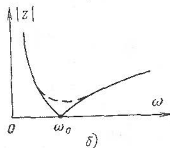


Рис. 3.20. Эквивалентная схема последовательного контура и частотная зависимость модуля его сопротивления

чала добротность катушки при увеличении частоты растет, а затем, достигнув максимума, начинает убывать. Конструктивный расчет катушки выполняют *так, чтобы уменьшение* величины Q_L происходило за пределами рабочей полосы частот аппаратуры.

Ферриты с большой величиной магнитной проницаемости μ сильно искажают форму тока в катушке индуктивности по сравнению с формой синусоидального напряжения на ее зажимах. *Это заставляет применять материалы* с меньшей величиной μ, но с более линейной основной кривой намагничивания (карбонильное

железо, альсифер). В результате катушки индуктивности, применяемые в аппаратуре связи, в полосе частот от одного до нескольких килогерц имеют добротность $Q_L=40\div70$. В диапазоне частот от десятков до сотен килогерц добротность достигает значений $Q_L=100\div120$. При частотах в десятки и сотни герц дело обстоит совсем плохо: величина R_L практически не меняется, а величина ωL становится слишком малой, и характеристики двухполюсников из катушек и конденсаторов начинают резко отличаться от характеристик идеальных реактивных двухполюсников.

Эквивалентная схема конденсатора. При подключении элемента емкости C к зажимам источника синусоидальной ЭДС этот элемент потребляет от источника только реактивную мощность: он дважды в течение каждого периода ЭДС запасает энергию в своем электрическом поле и дважды полностью возвращает запасенную энергию источнику.

Реальный конденсатор ведет себя иначе. Пространство между его обкладками заполнено диэлектриком. При каждом изменении полярности зарядов на обкладках несколько изменяется ориентация молекул диэлектрика и этот процесс сопровождается преобразованием части энергии электрического поля в тепловую. Наличие потерь электрической энергии в конденсаторе можно отразить, включив в эквивалентную схему конденсатора элемент активного сопротивления R_C, как это показано на рис. 3.19. По аналогии с добротностью катушки вводят понятие о добротности конденсатора.

Добротность конденсатора Q_C—это параметр, который при заданной частоте ω равен отношению реактивной мощности Q, потребляемой конденсатором от источника, к активной мощности P. Если по цепи, изображенной на рис. 3.19, проходит ток I, то для нее:

$$P=R_C I^2;\quad Q=x_C I^2=\frac{1}{\omega C}I^2.$$

Отсюда

$$Q_C=\frac{Q}{P}=\frac{1}{\omega C R_C}. \tag{3.9}$$

В соответствии с этой формулой добротность конденсатора при увеличении частоты должна убывать вследствие двух причин: уменьшения величины реактивного сопротивления емкости x_C и увеличения сопротивления R_C.

Однако применение в качестве изоляции между обкладками материалов с малыми тепловыми потерями (слюда, стирофлекс, керамика) позволяет в широком диапазоне частот (до десятков мегагерц) обеспечить величину добротности конденсаторов, в десятки и сотни раз бо́льшую, чем величина добротности катушек.

От названных выше изолирующих материалов резко отличается в худшую сторону бумажная изоляция. Конденсаторы с бумажной изоляцией уже в тональном диапазоне частот могут иметь добротность порядка $Q_C=50$, и применение таких конденсаторов

в электрических фильтрах LC может резко ухудшить характеристики затухания последних.

Последовательный контур из элементов с потерями. Эквивалентная схема последовательного колебательного контура из элементов с потерями изображена на рис. 3.20*а*. Сопротивление этой схемы выражается формулой

$$Z = (R_L + R_C) + \mathrm{i}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Второе слагаемое в правой части формулы представляет собой формулу сопротивления идеального двухполюсника LC, т. е. двухполюсника без потерь.

Сопротивление реального двухполюсника заметнее всего отличается от сопротивления идеального при резонансной частоте ($\omega = \omega_0$), поскольку сопротивление идеального двухполюсника на этой частоте обращается в нуль, а сопротивление реального равно величине ($R_L + R_C$). На рис. 3.20*б* показана для сравнения частотная зависимость модуля сопротивления последовательного контура без потерь (сплошная линия) и модуля сопротивления такого же контура при наличии потерь в элементах (штриховая линия). Графики свидетельствуют, что по мере удаления от резонансной частоты влияние потерь на величину модуля сопротивления уменьшается.

Чаще всего инженера интересуют характеристики последовательного контура в окрестности резонансной частоты. Поскольку при резонансной частоте имеет место равенство $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$, то из условия $Q_C \gg Q_L$ получаем $R_C \ll R_L$. В большинстве случаев можно пренебречь величиной R_C по сравнению с R_L.

Добротность катушки индуктивности последовательного контура легко определить экспериментально, подключив контур к зажимам генератора по схеме рис. 3.21 и настроив генератор на ре-

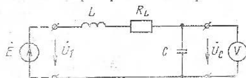


Рис. 3.21. Экспериментальное определение добротности катушки

зонансную частоту контура (о чем можно судить по максимуму напряжения на емкости). После этого добротность контура (практически равную добротности катушки) можно найти как отношение напряжения U_C на зажимах конденсатора к напряжению U_1 на зажимах контура. Действительно, при резонансе имеем:

$$\dot{U}_1 = \dot{I} Z_\mathrm{p} = \dot{I} R_L; \quad U_C = \frac{1}{\omega_0 C} I;$$

$$\frac{U_C}{U_1} \approx \frac{1}{\omega_0 C R_L} = \frac{\omega_0 L}{R_L} = Q_L.$$

Таким образом, *напряжение на элементе емкости (или индуктивности) последовательного колебательного контура при резонан-*

се имеет в Q раз бо́льшую величину, чем напряжение на зажимах контура. (Здесь Q—добротность контура, приблизительно равная добротности катушки.)

Параллельный контур из элементов с потерями. Параллельный контур из элементов L и C при резонансной частоте имеет проводимость, равную нулю, и не потребляет тока при подключении к его зажимам генератора с резонансной частотой. Контур с потерями потребляет активную мощность от источника напряжения при любой частоте. Следовательно, его проводимость при резонансной частоте не может равняться нулю, а сопротивление—бесконечности.

Комплексное сопротивление параллельного контура с потерями *(схема рис. 3.22а)* выражается формулой

$$Z = \frac{(R_L + \mathrm{i}\,\omega L)\left(R_C + \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega C}\right)}{R_L + R_C + \mathrm{i}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}.$$

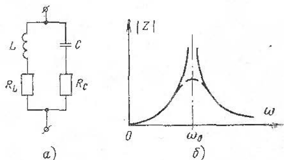


Рис. 3.22. Эквивалентная схема параллельного контура и частотная зависимость модуля его сопротивления

Можно показать, что при сравнительно малых потерях, т. е. при $R_L \ll \omega L$ и $R_C \ll \frac{1}{\omega C}$, резонансная частота контура мало отличается от значения $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Но при этом значении ω мнимая часть знаменателя обращается в нуль. В то же время в каждой скобке числителя формулы можно пренебречь вещественной величиной (R_L и R_C соответственно) по сравнению с величиной модуля мнимой.

Формула сопротивления параллельного контура при резонансной частоте приобретает вид

$$Z = \frac{L}{(R_L + R_C)\,C} \approx \frac{L}{R_L\,C}. \qquad (3.10)$$

Таким образом, сопротивление параллельного контура с потерями заметнее всего отличается от сопротивления контура без потерь при резонансной частоте.

Модуль сопротивления контура без потерь при резонансной частоте стремится к бесконечности (см. сплошную линию на рис. 3.22б). В то же время модуль сопротивления контура с потерями имеет при резонансной частоте хотя и максимальную, но конечную величину (см. штриховую линию на рис. 3.22б). Сопротивление параллельного контура при резонансной частоте является чисто вещественной величиной и определяется ф-лой (3.10). По мере удаления частоты от резонансной влияние потерь на величину модуля уменьшается. Формула (3.10) свидетельствует о том, что при заданной резонансной частоте (при заданных элементах L и C) увеличение добротности катушки приводит к увеличению сопротивления контура при резонансе. Практически резонансное сопротивление параллельного контура, выполненного из современных катушек и конденсаторов, составляет десятки и может достигать даже сотен килоом.

Многоэлементные двухполюсники с потерями. Полученные результаты легко распространить на многоэлементные двухполюсники. Например, *резонанс напряжений* в схемах двухполюсников № 2 и № 3 из таб. 3.1 объясняется тем, что обращаются в нуль сопротивления ветвей L_1C_1 (схема № 2) или L_3C_3 (схема № 3).

При наличии потерь в элементах упомянутых последовательных контуров сопротивление каждого контура при резонансной частоте обратиться в нуль не может. Не может обратиться в нуль и эквивалентное сопротивление всего двухполюсника (между выделенными на схеме зажимами).

Резонанс токов в схемах двухполюсников № 1 и № 4 объясняется наступлением резонанса в параллельных контурах (L_2C_2 в схеме № 1 и L_2C_2 в схеме № 4). При этом обращается в бесконечность сопротивление каждого параллельного контура и всего двухполюсника в целом.

При наличии потерь в элементах параллельного контура его сопротивление при резонансной частоте равно уже не бесконечности, а конечной величине. По этой причине и сопротивление всего двухполюсника (сумма сопротивлений всех участков цепи, соединенных последовательно) будет равно не бесконечности, а конечной величине.

К аналогичным выводам приходим и в тех случаях, когда в образовании резонанса участвуют не два элемента, а все элементы канонической схемы двухполюсника (например, при резонансе напряжений в схемах № 1 и № 4 или при резонансе токов в схемах № 2 и № 3).

При наличии потерь в элементах схемы многоэлементного двухполюсника его сопротивление при частоте резонанса напряжений не обращается в нуль, а при частоте резонанса токов не обращается в бесконечность.

В обоих случаях сопротивление двухполюсника при резонансе является вещественной величиной.

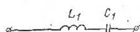
Анализ показывает, что появление потерь в элементах двухполюсника меньше отражается на характеристиках схемы с последовательными контурами (см. рис. 3.14*б*), чем на характеристиках схемы с параллельными контурами (см. рис. 3.14*а*), при одинаковой добротности элементов обеих схем. Поэтому при ограниченной добротности элементов и при малой относительной разнице в резонансных частотах схемам № 2 и № 3 из табл. 3.1 следует отдать предпочтение перед схемами № 1 и № 4.

3.6. Обратные двухполюсники

Понятие об обратном двухполюснике. Рассмотрим пример. Известно, что сопротивление последовательного колебательного контура из элементов L_1 и C_1 (рис. 3.23*а*) выражается формулой

$$Z_a = L_1 \frac{\omega_{1a}^2 - \omega^2}{i\omega},$$

где $\omega_{1a} = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ — резонансная частота контура.



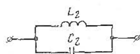


Рис. 3.23. Пример обратных двухполюсников



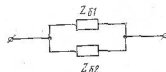


Рис. 3.24. Составление схемы двухполюсника, обратного заданному

Известно также, что сопротивление параллельного колебательного контура из элементов L_2 и C_2 (рис. 3.23*б*) выражается формулой

$$Z_б = \frac{1}{C_2} \frac{i\omega}{\omega_{2б}^2 - \omega^2},$$

где $\omega_{2б} = 1/\sqrt{L_2 C_2}$ — резонансная частота контура.

При $\omega_{1a} = \omega_{2б}$ получаем замечательный результат: в то время, как комплексное сопротивление каждого из двухполюсников Z_a и $Z_б$ является достаточно сложной функцией частоты, произведение этих функций представляет собой постоянную величину, равную L_1/C_2, и от частоты не зависит.

Двухполюсники $Z_а$ и $Z_б$, формулы комплексных сопротивлений которых удовлетворяют условию

$$Z_а Z_б = K^2 = \mathrm{const}, \tag{3.11}$$

называются взаимно обратными относительно параметра K^2, где K^2—положительная вещественная величина, имеющая размерность (Ом^2).

Одноэлементные обратные двухполюсники. Предположим, что двухполюсник $Z_а$ представляет собой активное сопротивление ($Z_а = R_а$) и найдем схему двухполюсника $Z_б$, обратного $Z_а$ относительно параметра K^2. Для этого решим ур-ние (3.11) относительно $Z_б$ и подставим в полученную формулу значение $Z_а = R_а$:

$$Z_б = K^2/Z_а = K^2/R_а = R_б,$$

где символом $R_б$ обозначена положительная вещественная величина, имеющая размерность сопротивления.

Если двухполюсник $Z_а$ представляет собой элемент индуктивности ($Z_а = i\omega L_а$), то аналогичным образом получаем

$$Z_б = \frac{K^2}{Z_а} = \frac{K^2}{i\omega L_а} = \frac{1}{i\omega (L_а/K^2)}.$$

Окончательное выражение можно рассматривать как формулу комплексного сопротивления емкости $C_б = L_а/K^2$, поскольку произведение $i\omega$ находится уже не в числителе, а в знаменателе формулы, а выражение $L_а/K^2$ имеет размерность емкости.

Наконец, если двухполюсник $Z_а$ представляет собой элемент емкости ($Z_а = 1/i\omega C_а$), то формула двухполюсника $Z_б$ приобретает вид

$$Z_б = \frac{K^2}{Z_а} = \frac{K^2}{1/i\omega C_а} = i\omega C_а K^2,$$

что можно рассматривать как формулу сопротивления индуктивности $L_б = C_а K^2$, поскольку произведение $i\omega$ фигурирует в числителе формулы $Z_б$, а произведение $C_а K^2$ имеет размерность индуктивности.

Таким образом, *двухполюсником, обратным (относительно параметра K^2) элементу активного сопротивления $R_а$, является элемент активного сопротивления*

$$R_б = K^2/R_а, \tag{3.12}$$

обратным элементу индуктивности $L_а$ является элемент емкости

$$C_б = L_а/K^2, \tag{3.13}$$

а обратным элементу емкости $C_а$ является элемент индуктивности

$$L_б = C_а K^2. \tag{3.14}$$

Многоэлементные обратные двухполюсники. Предположим, что двухполюсник $Z_а$ образован путем последовательного соединения двух других: $Z_{а1}$ и $Z_{а2}$, как показано на

рис. 3.24*а*. Предположим далее, что схема двухполюсника $Z_б$ состоит из двух параллельно соединенных двухполюсников (см. рис. 3.24*б*), каждый из которых является обратным одному из двухполюсников $Z_{а1}$ и $Z_{а2}$ относительно параметра K^2:

$$Z_{б1} = K^2/Z_{а1}; \quad Z_{б2} = K^2/Z_{а2}.$$

Найдем произведение сопротивлений обоих сложных двухполюсников:

$$Z_а Z_б = Z_а \frac{1}{Y_б} = Z_а \frac{1}{\frac{1}{Z_{б1}} + \frac{1}{Z_{б2}}} = (Z_{а1} + Z_{а2}) \frac{1}{\frac{Z_{а1}}{K^2} + \frac{Z_{а2}}{K^2}} = K^2.$$

Очевидно, двухполюсники $Z_а$ и $Z_б$ являются взаимно обратными относительно параметра K^2.

Для получения схемы двухполюсника $Z_б$, обратного заданному (многоэлементному) $Z_а$ относительно параметра K^2, необходимо последовательное соединение двухполюсников в схеме $Z_а$ заменить параллельным в схеме $Z_б$ и наоборот (т. е. параллельное соединение в схеме $Z_а$ заменить последовательным в схеме $Z_б$).

Процесс замены продолжается вплоть до одноэлементных двухполюсников включительно, после чего каждый элемент активного сопротивления схемы двухполюсника $Z_а$ заменяют в схеме обратного двухполюсника также активным сопротивлением, каждый элемент индуктивности заменяют емкостью, а каждый элемент емкости—индуктивностью, причем величины новых элементов определяют по ф-лам (3.12—3.14).

В качестве примера найдем схему двухполюсника, обратного изображенному на рис. 3.25*а*.

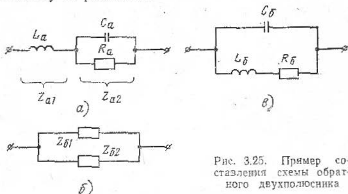


Рис. 3.25. Пример составления схемы обратного двухполюсника

Поскольку заданный двухполюсник $Z_а$ можно рассматривать как последовательное соединение двух более простых—$Z_{а1}$ и $Z_{а2}$, то схема обратного двухполюсника должна представлять собой параллельное соединение двух двухполюсников (рис. 3.25*б*), каждый из которых обратен по отношению к одному из двухполюсников схемы $Z_а$. Двухполюсник $Z_{а1}$ состоит из одного элемента индуктивности. Поэтому обратный ему двухполюсник состоит из од-

ного элемента емкости $C_б$. Двухполюсник $Z_{а2}$ сам является составным. Он представляет собой параллельное соединение одноэлементных двухполюсников $C_а$ и $R_а$. Двухполюсник $Z_{б2}$, обратный $Z_{а2}$, будет последовательным соединением двухполюсников, обратных двухполюсникам $C_а$ и $R_а$, т. е. состоит из элемента индуктивности $L_б$ и элемента активного сопротивления $R_б$. Полученная схема двухполюсника, обратного $Z_а$, полностью изображена на рис. 3.25*в*.

4

Глава

РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ ПО РАБОЧИМ ПАРАМЕТРАМ

4.1. Основные понятия

Электрические частотные фильтры являются важнейшими элементами аппаратуры связи, без которых было бы невозможно частотное уплотнение цепей. Поэтому изобретение частотного фильтра (1915 г.) по степени его важности было поставлено связистами в один ряд с изобретением электронной усилительной лампы.

Первым методом расчета фильтров был метод, основанный на теории характеристических параметров. В соответствии с ним схему фильтра составляли путем каскадного соединения нескольких четырехполюсников «стандартной» конфигурации (так называемых звеньев типов K и m) по принципу согласованности характеристических сопротивлений.

В настоящее время этот метод вытесняется новым, более совершенным и перспективным. Фильтры рассчитываются по рабочим параметрам. При расчете задаются некоторой формулой частотной зависимости рабочего затухания и в результате вычислений получают схему фильтра, у которой частотная зависимость рабочего затухания точно соответствует выбранной в начале расчета.

В этой главе рассматривается расчет фильтров по рабочим параметрам. Основы расчета по характеристическим параметрам будут рассмотрены в следующей главе.

Электрическим частотным фильтром называется четырехполюсник, рабочее затухание которого в некоторой полосе частот сравнительно невелико (0,5—3 дБ), а в другой полосе частот, за пределами первой, имеет во много раз большую величину (30—70 дБ). Первая полоса частот называется *рабочей полосой пропускания,* а вторая—*рабочей полосой задерживания.* Определение

«рабочая» часто опускают и говорят просто о «полосе пропускания» и «полосе задерживания».

Пример частотной зависимости рабочего затухания фильтра приведен на рис. 4.1. Полоса пропускания здесь занимает интервал частот от 0 до $\omega = \omega_2$, а полоса задерживания — от ω_3 до $\omega = \infty$. В полосе пропускания рабочее затухание при изменении частоты не остается постоянной величиной, а изменяется от нулевого значения до некоторой величины $a_{р.макс}$. Допустимый размах колебаний рабочего затухания в полосе пропускания фильтра называется *неравномерностью величины рабочего затухания в полосе пропускания* и обозначается символом $\Delta a_р$. В полосе задерживания величина затухания не падает ниже некоторой минимально допустимой величины $a_{р.мин}$.

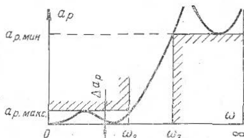


Рис. 4.1. Пример графика частотной зависимости рабочего затухания фильтра

Величина рабочего затухания при увеличении частоты изменяется плавно, и изменение затухания от величины $a_{р.макс}$ до $a_{р.мин}$ может произойти только на конечном, не равном нулю, интервале частот. Этот *интервал частот между границей рабочей полосы пропускания* (ω_2) *и границей рабочей полосы задерживания* (ω_3) *называется переходной полосой* (имеется в виду переход от полосы пропускания к полосе задерживания).

Фильтры можно классифицировать *по расположению полосы пропускания на частотной оси*.

Фильтр с полосой пропускания от нулевой частоты до некоторой частоты ω_2 называется *фильтром нижних частот (ФНЧ)*. Графики частотной зависимости рабочего затухания такого фильтра показаны на рис. 4.1 и 4.2*а*.

Фильтр с полосой пропускания от некоторой частоты ω_2 до бесконечно большой частоты ($\omega = \infty$) называется *фильтром верхних частот (ФВЧ)*. График частотной зависимости рабочего затухания *ФВЧ* показан на рис. 4.2*б*.

Предостережем читателя от одной распространенной ошибки в терминологии. Было бы неправильным называть *ФНЧ* «фильтром низких частот». Правильное название — фильтр нижних частот, потому что он пропускает все частоты, которые ниже частоты ω_2. Сама же частота ω_2 может быть как угодно высокой.

Точно так же было бы ошибкой говорить «фильтр высоких частот». Правильное название—фильтр верхних частот, потому что такой фильтр пропускает все частоты, превышающие частоту ω_2, численное значение которой может быть как угодно малым.

Полосовой фильтр (ПФ) пропускает некоторую полосу частот, задерживая более низкие и высокие (рис. 4.2*в*).

Заграждающий или режекторный фильтр (ЗФ), наоборот, задерживает некоторую полосу частот и пропускает более низкие и высокие, как показано на рис. 4.2г.

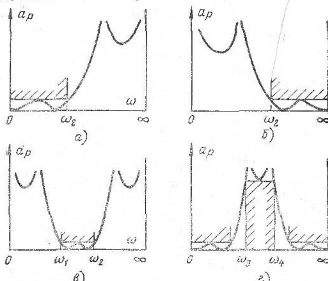


Рис. 4.2. К понятию о фильтрах НЧ, ВЧ, полосовом и заграждающем

Фильтры можно классифицировать также по *виду элементов*, из которых выполнена схема. Различают фильтры *LC*, фильтры *RC*, фильтры с пьезоэлектрическими и магнитострикционными резонаторами.

Существует деление схем фильтров на *пассивные* и *активные*. Последние содержат электронные лампы или транзисторы.

Наконец, по **конфигурации** схемы каждый фильтр можно отнести к одному из двух классов: *фильтры лестничной схемы* или *фильтры мостовой схемы*. Пример *ФНЧ* лестничной схемы

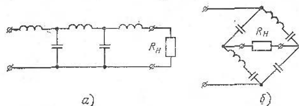


Рис. 4.3. Фильтры лестничной (*а*) и мостовой (*б*) схем

приведен на рис. 4.3*а*. Конфигурация схемы такого фильтра напоминает лестницу. В то же время схема мостового фильтра действительно представляет собой электрический мост (рис. 4.3*б*).

4.2. Характеристики фильтров НЧ

Пример получения формулы рабочего затухания. Чтобы получить представление о формулах частотной зависимости рабочего затухания пассивных фильтров LC, найдем такую формулу для пассивного четырехполюсника, изображенного на рис. 4.4*а* в штриховой рамке.

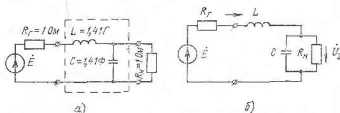


Рис. 4.4. К примеру расчета рабочего затухания фильтра

С этой целью выразим выходное напряжение четырехполюсника $\dot{U}_2$ через ЭДС генератора $\dot{E}$ и величины элементов схемы, которая в более наглядном для расчета виде представлена на рис. 4.4*б*. Ток $\dot{I}$ определяется по формуле

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R_г + \mathrm{i}\,\omega L + Z_э},$$

где $Z_э$—сопротивление параллельного соединения элементов C и $R_н$, равное

$$Z_э = \frac{R_н \dfrac{1}{\mathrm{i}\,\omega C}}{R_н + \dfrac{1}{\mathrm{i}\,\omega C}} = \frac{R_н}{\mathrm{i}\,\omega C R_н + 1}.$$

Проходя по сопротивлению $Z_э$, ток $\dot{I}$ создает между зажимами последнего напряжение, которое и является выходным напряжением четырехполюсника: $\dot{U}_2 = \dot{I} Z_э$.

Если подставить значение $Z_э$ в формулу тока $\dot{I}$ и принять (для данной схемы) $R_г = R_н = R$, то после несложных преобразований (рекомендуется выполнить их самостоятельно!) получим

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{E}}{2 + \mathrm{i}\,\omega\left(CR + \dfrac{L}{R}\right) - \omega^2 LC}. \qquad (4.1)$$

Теперь подставим численные значения величин элементов и вынесем двойку в знаменателе в качестве общего множителя:

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{E}}{2\,(1 + \mathrm{i}\,1{,}41\,\omega - \omega^2)},$$

откуда

$$\frac{\dot{E}}{2\,\dot{U}_2} = 1 + \mathrm{i}\,1{,}41\,\omega - \omega^2. \qquad (4.2)$$

(Необычно большие значения величин индуктивности и емкости схемы выбраны для удобства вычислений.)

Рабочее затухание четырехполюсника в децибелах при равенстве сопротивлений генератора и нагрузки выражается формулами

$$a_р = 20 \lg \frac{E}{2U_2} = 10 \lg \left(\frac{E}{2U_2}\right)^2. \qquad (4.3)$$

Выражение под знаком логарифма в правой части последнего равенства можно рассматривать как квадрат модуля величины $\dot{E}/2\dot{U}_2$:

$$\left(\frac{E}{2U_2}\right)^2 = \left|\frac{\dot{E}}{2\dot{U}_2}\right|^2.$$

Поэтому для определения рабочего затухания остается найти квадрат модуля выражения, стоящего в правой части ф-лы (4.2), и подставить его в ф-лу (4.3) вместо $(E/2U_2)^2$.

Упомянутое выражение содержит как вещественные, так и чисто мнимые слагаемые. Поэтому квадрат модуля его величины находим как сумму квадратов вещественной и мнимой частей:

$$|1 + i\,1{,}41\,\omega - \omega^2|^2 = (1 - \omega^2)^2 + (1{,}41\,\omega)^2 =$$
$$= 1 - 2\omega^2 + \omega^4 + 2\omega^2 = 1 + \omega^4$$

и ф-ла (4.3) для рассматриваемой схемы приобретает вид

$$a_р = 10 \lg (1 + \omega^4). \qquad (4.4)$$

Заметим, что при вычислении квадрата модуля мы возводили в квадрат выражение при мнимой единице, а сама мнимая единица в квадрат не возводилась. Здесь сохраняется полная аналогия с вычислением модуля постоянной комплексной величины, например,

$$|4 + i\,3|^2 = 4^2 + 3^2.$$

Полученный нами результат [ф-ла (4.4)] подтверждает, что формула рабочего затухания пассивного фильтра LC в общем случае имеет вид

$$a_р = 10 \lg [1 + F(\omega^2)], \qquad (4.5)$$

где $F(\omega^2)$ — многочлен или дробно-рациональная функция (т. е. отношение двух многочленов) исключительно с *четными* степенями переменной ω и с вещественными коэффициентами.

В рассмотренном нами примере этот многочлен вырождается в одночлен: $F(\omega^2) = \omega^4$.

Наибольшее распространение в аппаратуре связи получили фильтры НЧ с характеристиками Баттерворта, Чебышева и Золотарева. Формулы частотной зависимости рабочего затухания этих фильтров отличаются друг от друга только видом функции $F(\omega^2)$. Наиболее простой вид формулы принимают для случая, когда по-

лоса пропускания занимает интервал круговых частот от 0 до $\omega_2 = 1$ рад/с и, следовательно, имеет ширину

$$\Delta\omega = 1 \text{ рад/с}.$$

Такой фильтр называют фильтром НЧ с *единичной шириной полосы пропускания*. Именно для случая единичной ширины полосы пропускания мы рассмотрим все три разновидности фильтров.

Фильтр НЧ с характеристикой Баттерворта. Частотная зависимость рабочего затухания такого фильтра выражается формулой

$$a_р = 10 \lg (1 + \omega^{2n}), \tag{4.6}$$

где n—целое положительное число, которое называется *порядком характеристики* рабочего затухания или *порядком фильтра*. Порядок фильтра n численно совпадает с количеством реактивных элементов в его схеме.

Возвращаясь, например, к ф-ле (4.4), убеждаемся, что фильтр имеет характеристику Баттерворта второго порядка ($n=2$) и что количество реактивных элементов в его схеме также равно двум.

Характеристика Баттерворта названа по имени инженера-электрика, предложившего и исследовавшего ее в начале 30-х годов. Она обладает следующими свойствами:

1. При нулевой частоте рабочее затухание фильтра равно нулю, а по мере увеличения частоты оно *монотонно* возрастает.

2. При круговой частоте $\omega = 1$ рад/с (что соответствует границе рабочей полосы пропускания) *независимо от численного значения* n выражение в скобках под знаком логарифма равно двум, а величина рабочего затухания составляет 3 дБ.

3. Влияние численного значения n на характер частотной зависимости рабочего затухания отражают графики рис. 4.5, которые

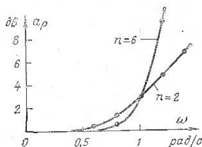


Рис. 4.5. Частотная зависимость рабочего затухания фильтра Баттерворта 2 и 6-го порядков

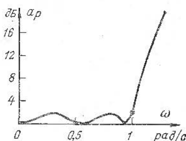


Рис. 4.6. Рабочее затухание фильтра с характеристикой Чебышева

построены по ф-ле (4.6) для $n=2$ и $n=6$. Рисунок свидетельствует, что по мере увеличения порядка n растет крутизна рабочего затухания в окрестности точки с абсциссой $\omega=1$ рад/с.

Чем больше величина n, тем больше рабочее затухание фильтра при любой заданной частоте в полосе задерживания ($\omega > 1$)

и тем меньше рабочее затухание при любой заданной частоте в полосе пропускания ($\omega<1$).

4. Наименьшую крутизну характеристика затухания имеет при самых низких частотах. По этой причине фильтр Баттерворта называют также фильтром с *максимально плоской (в окрестности нулевой частоты) характеристикой.*

Фильтр НЧ с характеристикой Чебышева. График частотной зависимости рабочего затухания фильтра с характеристикой Чебышева приведен на рис. 4.6. Легко заметить, что в полосе пропускания ($0\leqslant\omega\leqslant1$) график рабочего затухания фильтра Чебышева, в отличие от фильтра Баттерворта, имеет не монотонный, а колебательный характер, причем размах (амплитуда) колебаний на всем протяжении полосы пропускания остается одинаковым. По этой причине характеристику Чебышева называют *равномерно-колебательной в полосе пропускания.*

За пределами полосы пропускания рабочее затухание фильтра с характеристикой Чебышева монотонно возрастает по мере увеличения частоты.

Формула частотной зависимости рабочего затухания фильтра с характеристикой Чебышева имеет вид

$$a_p = 10\lg[1+\varepsilon^2 T_n^2(\omega)], \qquad (4.7)$$

где ε—некоторая постоянная величина, как правило, не превышающая единицы; $T_n(\omega)$—так называемый полином (многочлен) Чебышева (назван по имени великого русского математика П. Л. Чебышева, который создал теорию таких полиномов); ω—независимая переменная или аргумент полинома (в нашем случае круговая частота), а индекс n обозначает порядок полинома. Порядок n численно равен высшей степени переменной ω в составе полинома и количеству реактивных элементов в схеме фильтра. Обратим внимание, что в ф-ле (4.7) фигурирует не сам полином $T_n(\omega)$, а его квадрат.

Полиномы Чебышева нулевого, первого и второго порядков соответственно имеют вид: $T_0(\omega)=1$; $T_1(\omega)=\omega$; $T_2(\omega)=2\omega^2-1$. Полиномы более высоких порядков можно найти с помощью формулы

$$T_{n+1}(\omega) = 2\,\omega\,T_n(\omega) - T_{n-1}(\omega).$$

Например, $T_3(\omega)=2\omega T_2(\omega)-T_1(\omega)=2\omega(2\omega^2-1)-\omega=4\omega^3-3\omega$.

Графики полиномов Чебышева первого, второго и третьего порядков для интервала $-1\leqslant\omega\leqslant1$ приведены на рис. 4.7. Эти графики свидетельствуют, что численное значение полинома n-го порядка ровно в n точках интервала обращается в нуль, а в промежутках между этими точками становится то положительным, то отрицательным и по модулю достигает единицы. За пределами интервала $-1\leqslant\omega\leqslant1$ величина полинома резко возрастает по модулю.

Легко заметить, что при изменении круговой частоты ω от 0 до 1 численное значение квадрата полинома Чебышева будет из-

меняться в пределах от 0 до 1, оставаясь все время положительной величиной. Максимальное значение выражения под знаком логарифма в ф-ле (4.7) в пределах полосы пропускания будет равно $(1+\varepsilon^2)$, а максимальная величина рабочего затухания в полосе пропускания соответственно равна:

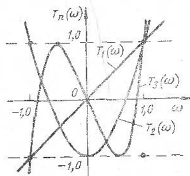


Рис. 4.7. Графики полиномов Чебышева при $n=1$, 2 и 3

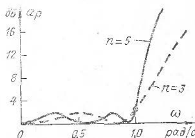


Рис. 4.8. Частотная зависимость рабочего затухания фильтров Чебышева 3 и 5-го порядков

$$a_{\text{р.макс}} = \Delta a_{\text{р}} = 10 \lg (1 + \varepsilon^2). \tag{4.8}$$

Таким образом, от численного значения ε зависит величина неравномерности рабочего затухания фильтра в полосе пропускания. При уменьшении величины ε неравномерность рабочего затухания фильтра в полосе пропускания уменьшается, т. е. характеристика фильтра становится лучше. Но улучшение характеристики достигается не даром: ф-ла (4.7) свидетельствует, что уменьшение ε при заданном n приводит также к уменьшению рабочего затухания фильтра в полосе задерживания [при $\omega > 1$ функция $T^2{}_n(\omega)$ по мере увеличения частоты быстро возрастает и затухание фильтра практически определяется величиной выражения $\varepsilon^2 T^2{}_n(\omega)$].

От численного значения порядка характеристики n зависит количество «всплесков» (максимумов) характеристики затухания в полосе пропускания, а также величина затухания в полосе задерживания. Чем больше порядок n при заданных ε и ω, тем больше рабочее затухание фильтра в полосе задерживания. Влияние порядка n на характеристику затухания поясняется рис. 4.8.

Фильтр с характеристикой Золотарева. Мы установили, что рабочее затухание фильтра НЧ с характеристикой Баттерворта монотонно возрастает как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания. Затухание фильтра с характеристикой Чебышева изменяется по равномерно-колебательному закону в полосе пропускания и монотонно—в полосе задерживания.

Еще более сложный вид имеет график рабочего затухания *фильтра с характеристикой Золотарева*. У такого фильтра характеристика рабочего затухания является равномерно-колебательной

не только в полосе пропускания, но и в рабочей полосе задерживания, где рабочее затухание на некоторых частотах становится бесконечно большим, а в промежутках между этими частотами уменьшается до некоторой величины $a_{\text{р.мин}}$, как показано на рис. 4.1.

При одном и том же количестве элементов в схемах фильтров Баттерворта, Чебышева и Золотарева и при одинаковой неравномерности затухания в полосе пропускания фильтр Золотарева обеспечивает наибольшую крутизну графика рабочего затухания в переходной полосе от полосы пропускания к полосе задерживания. Следовательно, при заданном значении граничной круговой частоты *рабочей полосы задерживания* ω_3 *фильтр Золотарева обеспечит* при $\omega=\omega_3$ наибольшую величину затухания по сравнению с двумя другими фильтрами. Фильтр Чебышева обеспечивает меньшую величину затухания, чем фильтр Золотарева, а фильтр Баттерворта—меньшую, чем фильтр Чебышева.

В то же время фильтр Золотарева имеет более сложную схему, а его характеристика затухания более чувствительна к отклонениям величин элементов от их номинальных (расчетных) значений, нежели характеристики двух других фильтров.

В свою очередь, при заданном порядке передаточной функции n фильтр Баттерворта обеспечивает наименьшие искажения формы импульсов при их передаче.

Фазовые характеристики фильтров НЧ. Формула частотной зависимости рабочей фазовой постоянной фильтра НЧ имеет более сложный вид, чем формула рабочего затухания.

Рабочая фазовая постоянная фильтра НЧ при нулевой частоте равна нулю, а по мере увеличения частоты монотонно растет, достигая при $\omega\to\infty$ величины $b_{\text{р}}=n\frac{\pi}{2}$ радиан, где n—порядок передаточной функции.

При граничной частоте рабочей полосы пропускания величина $b_{\text{р}}$ составляет примерно половину указанного выше значения.

4.3. Каталоги нормированных схем фильтров НЧ

Понятие о синтезе схемы фильтра. Все задачи расчета электрических цепей, с которыми встречаемся в теории связи по проводам, можно разбить на две группы: определение электрических характеристик некоторой заданной цепи, или задача *анализа цепи*, и получение (разработка) схемы электрической цепи по заданным ее электрическим характеристикам, или задача *синтеза цепи*. В частности, процедура получения схемы электрического частотного фильтра (включая численные значения ее элементов) по заданной частотной зависимости рабочего затухания называется *синтезом фильтра*.

Решение задачи синтеза фильтра основано на сложном математическом аппарате и выходит за рамки данного курса. Однако

сама идея синтеза достаточно проста, и ее можно отразить в виде следующей условной записи:

$$a_p(\omega^2) \to \left(\frac{\dot{E}}{2\dot{U}_2} = F(\mathrm{i}\,\omega)\right) \to \| A(\mathrm{i}\,\omega) \| \to Z_{\text{вх}}(\mathrm{i}\,\omega) \to \text{схема}.$$

В соответствии с этой записью от формулы частотной зависимости рабочего затухания переходят к формуле, которая выражает отношение $\dot{E}/2\dot{U}_2$ в виде функции переменной величины $\mathrm{i}\omega$. (Заметим, что при анализе схемы на рис. 4.4 мы решали обратную задачу: от функции $\dot{E}/\dot{U}_2$ переходили к формуле затухания.)

После этого можно определить матрицу A-параметров искомого четырехполюсника (фильтра), рассматривая каждый элемент этой матрицы как функцию переменного $\mathrm{i}\omega$.

Например, для обратного Г-образного четырехполюсника на рис. 4.4*а* элемент A выражается формулой $A = 1 + Z_1/Z_2$.

При $Z_1 = \mathrm{i}\omega L$ и $Z_2 = 1/\mathrm{i}\omega C$, что имеет место для схемы на рис. 4.4*а*, получаем $A = 1 - \omega^2 LC$, т. е. элемент матрицы действительно является функцией частоты (переменного $\mathrm{i}\omega$).

Располагая формулами элементов матрицы A-параметров искомого четырехполюсника, можно составить из них формулу входного сопротивления, а от нее перейти к схеме самого четырехполюсника (фильтра).

Основы синтеза фильтра по рабочей передаточной функции были разработаны в конце 30-х годов текущего столетия, накануне второй мировой войны. Один метод был предложен немецким ученым В. Кауэром, а другой—американским специалистом в области теории цепей С. Дарлингтоном. В обоих случаях для реализации передаточной функции n-го порядка требуется находить корни вспомогательного алгебраического уравнения степени $2n$, причем корни должны быть найдены не менее чем с шестью и даже восемью значащими цифрами. Метод синтеза, не требующий вычисления корней вспомогательного уравнения, был предложен только в 1973 г. автором этой книги [11].

Решение алгебраического уравнения высокой степени представляет собой очень трудоемкую задачу, поэтому синтез фильтров по рабочей передаточной функции не получал распространения в инженерной практике до тех пор, пока были изобретены быстродействующие электронные вычислительные машины (ЭВМ). Но даже после появления и широкого распространения ЭВМ синтез фильтров по рабочей передаточной функции оставался практически недоступным широкому кругу инженеров и техников по причине отсутствия специальных знаний и программ машинного счета.

Между тем было замечено, что в инженерной практике находит применение довольно ограниченное количество типов передаточных функций. Возникла идея: раз и навсегда рассчитать схемы наиболее употребительных фильтров с помощью ЭВМ и представить результаты расчета в виде каталога схем.

Один из первых в мировой практике каталогов схем был составлен советским инженером М. Е. Альбацем и издан в нашей стране в 1963 г. [2].

П о н я т и е о к а т а л о г е н о р м и р о в а н н ы х с х е м. Практически невозможно было бы составить каталог схем, который содержал бы схемы фильтров для всех возможных значений величины нагрузочного сопротивления и ширины полосы пропускания. Но в составлении такого каталога и нет никакой необходимости. *Вполне достаточно для передаточной функции каждого* типа синтезировать с помощью ЭВМ только одну схему, задавшись каким-либо значением величины нагрузочного сопротивления $R_н$ и граничной круговой частоты полосы пропускания ω_2.

Имея синтезированную схему, легко пересчитать величины ее элементов для перехода к любой другой величине нагрузочного сопротивления и граничной частоты рабочей полосы пропускания. Такой пересчет можно выполнить с помощью логарифмической линейки. Методика пересчета рассматривается в следующем параграфе этой главы.

Обычно при синтезе схемы с помощью ЭВМ принимают $R_н = 1$ Ом и $\omega_2 = 1$ рад/с, и полученную при этом схему называют схемой с единичной величиной нагрузочного сопротивления и с единичной шириной полосы пропускания. Иное название таких схем—это *схемы с нормированной величиной нагрузочного сопротивления и с нормированной шириной полосы пропускания.*

В каталогах обычно содержатся только схемы фильтров нижних частот. Схемы фильтров верхних частот, полосовых и заграждающих, как правило, не синтезируют заново, а получают путем несложного преобразования схем фильтров НЧ. Методика преобразования также рассматривается в этой главе.

О п и с а н и е т а б л и ц. Примером таблиц с величинами элементов нормированных схем фильтров НЧ служат табл. 4.1 и 4.2.

ТАБЛИЦА 4.1

Величины элементов нормированных схем фильтра Баттерворта ($R_г = R_н = 1$ Ом)

n	C_1 (L_1)	L_2 (C_2)	C_3 (L_3)	L_4 (C_4)	C_5 (L_5)	L_6 (C_6)	C_7 (L_7)
1	2,000	—	—	—	—	—	—
2	1,414	1,414	—	—	—	—	—
3	1,000	2,000	1,000	—	—	—	—
4	0,765	1,848	1,848	0,765	—	—	—
5	0,618	1,618	2,000	1,618	0,618	—	—
6	0,518	1,414	1,932	1,932	1,414	0,518	—
7	0,445	1,247	1,802	2,000	1,802	1,247	0,445

Первая содержит величины элементов (в генри и фарадах) фильтров Баттерворта, а вторая—фильтров Чебышева с первого по седьмой порядок включительно, причем величины элементов в табл. 4.2 приведены для трех значений неравномерности рабочего затухания: $\Delta a_р = 1$, 2, 3 дБ.

Для каждой передаточной функции существуют, по меньшей мере, две схемные реализации, показанные на рис. 4.9. Схема на

Величины элементов нормированных схем фильтра Чебышева ($R_г = R_н = 1$ Ом)

n	C_1 (L_1)	L_2 (C_2)	C_3 (L_3)	L_4 (C_4)	C_5 (L_5)	L_6 (C_6)	C_7 (L_7)
			Неравномерность 1 дБ				
1	1,018	—	—	—	—	—	—
3	2,024	0,994	2,024	—	—	—	—
5	2,135	1,091	3,000	1,091	2,135	—	—
7	2,167	1,111	3,094	1,174	3,094	1,111	2,167
			Неравномерность 2 дБ				
1	1,530	—	—	—	—	—	—
3	2,711	0,833	2,711	—	—	—	—
5	2,831	0,899	3,723	0,899	2,831	—	—
7	2,865	0,912	3,877	0,954	3,877	0,912	2,865
			Неравномерность 3 дБ				
1	1,995	—	—	—	—	—	—
3	3,349	0,712	3,349	—	—	—	—
5	3,481	0,762	4,538	0,762	3,481	—	—
7	3,519	0,772	4,639	0,804	4,639	0,772	3,519

рис. 4.9*а* начинается (считая от зажимов нагрузочного сопротивления) с элемента емкости C_1, включенного параллельно этому сопротивлению. Схема на рис. 4.9*б* начинается с элемента индук-

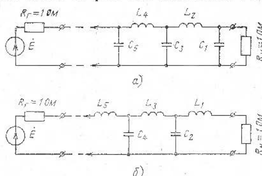


Рис. 4.9. Общий вид схем фильтров НЧ с характеристиками Баттерворта и Чебышева

тивности L_1, включенного последовательно с нагрузочным сопротивлением. Нумерация элементов обеих схем осуществлена в направлении от выходных зажимов схемы ко входным и соответствует принятой в таблицах. В заголовках столбцов обеих таблиц буквенные обозначения элементов схемы на рис. 4.9*а* приведены без скобок, а обозначения элементов схемы на рис. 4.9*б* заключены в скобки. Подразумевается, что ко входным зажимам каждой схемы подключен генератор с внутренним сопротивлением $R_г = 1$ Ом.

Если известны тип фильтра (фильтр Баттерворта или Чебышева), порядок характеристики n и величина неравномерности рабочего затухания, то для получения одного варианта нормированной схемы и величин ее элементов с помощью таблиц необходимо перечертить схему рис. 4.9*а*, сохранив в ней ровно n реактивных элементов, *считая от зажимов нагрузочного сопротивления*, после чего следует выписать из таблицы величины элементов схемы, взяв их из строки с заданным значением n. Пример такого построения приведен на рис. 4.10*б* для случая фильтра Баттерворта 3-го порядка. Рекомендуем читателю сравнить обозначения элементов на этом рисунке с обозначениями на рис. 4.9*а* и численные значения величин элементов сравнить с табличными.

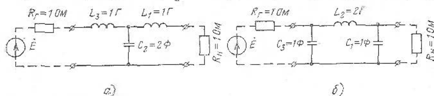


Рис. 4.10. Две схемы фильтра НЧ с характеристикой Баттерворта 3-го порядка

Второй вариант схемы получаем из общей схемы рис. 4.9*б*, оставив в ней также три реактивных элемента, считая от зажимов нагрузочного сопротивления. Соответствующая схема *ФНЧ* 3-го порядка показана на рис. 4.10*а*.

4.4. Пересчет схемы на новую нагрузку и ширину полосы пропускания

Пересчет схемы на новую нагрузку. *Предположим*, что в электрической цепи рис. 4.11 мы увеличили в несколько раз величину нагрузочного сопротивления $R_н$. Это немедленно приведет к изменению величины напряжения $\dot U_2$ (на зажимах нагрузки) и рабочего затухания четырехполюсника.

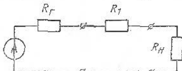


Рис. 4.11. К примеру пересчета нагрузочного сопротивления схемы

Но если увеличить в одно и то же число раз численные значения всех трех сопротивлений схемы, то величина напряжения $\dot U_2$ и, следовательно, величина рабочего затухания схемы останутся неизменными.

Это рассуждение остается справедливым и в случае схемы из элементов всех трех видов: R, L и C. Следует только иметь в виду, что при заданной неизменной круговой частоте ω для увеличения сопротивления индуктивности $x_L=\omega L$ в некоторое число

раз необходимо *увеличить* во *столько же раз саму индуктивность* L, а для увеличения в несколько раз сопротивления емкости $x_C = 1/\omega C$ следует *уменьшить* величину емкости во столько же раз. Если такому пересчету подвергаются все величины элементов, включая нагрузку и генератор, *то график частотной зависимости рабочего затухания схемы остается неизменным.*

В качестве подтверждения обратимся к ф-ле (4.1) из примера расчета затухания. Легко заметить, что одновременное умножение величины каждого сопротивления R и индуктивности L на некоторый вещественный множитель n_Z и деление величины каждой емкости C на такой же множитель совершенно не влияют на величину отношения $\dot{E}/2\dot{U}_2$, поскольку все упомянутые множители n_Z в правой части формулы сокращаются.

Рассмотренное преобразование называется *изменением уровня сопротивления схемы,* поскольку в результате его выполнения все комплексные сопротивления схемы увеличиваются или уменьшаются по модулю в одинаковое число раз. Можно применять и другое название—*пересчет элементов схемы на новое сопротивление нагрузки.*

Пересчет схемы на новую ширину полосы пропускания. Снова обратимся к схеме фильтра, изображенного на рис. 4.4*а*. Мы знаем, что ее рабочее затухание при $\omega = 1$ рад/с равно 3 дБ. Предположим, что оставив неизменной величину *каждого активного сопротивления,* мы уменьшили величину каждой индуктивности и каждой емкости, например, в 10 раз. В результате этого при любой заданной частоте, например при $\omega = \omega_2$, сопротивления всех индуктивностей схемы уменьшатся в 10 раз, а сопротивления всех емкостей увеличатся во столько же раз, что неизбежно приведет к изменению величины рабочего затухания.

Рассмотрим теперь поведение пересчитанной схемы при частоте $\omega'_2 = 10\omega_2$. Очевидно, каждый пересчитанный элемент индуктивности будет иметь при этой частоте такое же сопротивление, какое он имел до пересчета при частоте $\omega = \omega_2$. То же самое относится и к сопротивлению каждого элемента емкости. По этой причине рабочее затухание пересчитанной схемы при частоте $\omega'_2 = 10\omega_2$ будет иметь такую же величину, какая наблюдалась до пересчета схемы при частоте $\omega = \omega_2$.

Таким образом, *если оставить величины всех активных сопротивлений схемы неизменными, а величину каждой индуктивности и каждой емкости уменьшить в n_ω раз, то все характерные частоты фильтра (например, граница рабочей полосы пропускания ω_2, граница рабочей полосы задерживания ω_3* и т. д.) *увеличатся в n_ω раз.* Для подтверждения сказанного обратимся к ф-ле (4.1) из примера расчета затухания фильтра. Легко заметить, что одновременное деление каждой величины индуктивности и емкости на n_ω и умножение круговой частоты ω на такую же величину не отражается на численном значении функции $\dot{E}/2\dot{U}_2$, поскольку множители n_ω сокращаются.

Рассмотренную операцию называют *изменением масштаба частоты характеристик схемы*, поскольку для получения частотных характеристик пересчитанной схемы достаточно у характеристик первоначальной изменить масштаб частоты, т. е. построить *новую шкалу частот*. Можно применять и более простое название: *пересчет схемы на новую ширину полосы пропускания.*

Одновременный пересчет элементов схемы на новое сопротивление нагрузки и новую ширину полосы. Если схему с нагрузочным сопротивлением $R_н$ и граничной частотой полосы пропускания ω_2 требуется пересчитать на новое сопротивление нагрузки, равное $R'_н$, и на новую границу полосы пропускания, равную ω'_2, то оба преобразования можно выполнить одновременно, руководствуясь следующим планом:

1. Определяют преобразующий множитель сопротивления

$$n_Z = R'_н/R_н \tag{4.9}$$

и преобразующий множитель частоты

$$n_\omega = \omega'_2/\omega_2, \tag{4.10}$$

где сопротивление и частота пересчитанной (искомой) схемы помечены штрихом.

2. Величину каждого активного сопротивления R первоначальной схемы умножают на множитель

$$k_R = n_Z, \tag{4.11}$$

величину каждой индуктивности первоначальной схемы—на множитель

$$k_L = n_Z/n_\omega, \tag{4.12}$$

а величину каждой емкости первоначальной схемы—на множитель

$$k_C = 1/n_Z n_\omega. \tag{4.13}$$

На этом пересчет величин элементов схемы заканчивается. Пример такого пересчета можно найти в следующем параграфе.

4.5. Синтез фильтра НЧ с помощью каталога схем

В техническом задании на расчет фильтра НЧ должны быть указаны: граничные частоты рабочей полосы пропускания f_1 и f_2; граничные частоты рабочей полосы задерживания f_3 и f_4; неравномерность рабочего затухания в полосе пропускания, т. е. величина $\Delta a_р$; минимально допустимая величина затухания в рабочей полосе задерживания, т. е. величина $a_{р.мин}$; величины нагрузочных сопротивлений $R_н$ и $R_г$.

Первым шагом синтеза является построение эскиза *заданных требований к частотной характеристике рабочего затуха-*

ния. Эскиз строят без соблюдения масштабов по обеим осям. Он необходим только для того, чтобы отчетливо представить себе, какой именно фильтр (НЧ, ВЧ, ПФ) требуется синтезировать, а также для того, чтобы показать нумерацию частот, принятую при расчете.

При анализе характеристик фильтров обычно считают, что граничная круговая частота рабочей полосы пропускания равна $\omega_2=1$ рад/с. Для этого же значения граничной частоты полосы пропускания приведены величины элементов в каталогах нормированных схем фильтров.

Чтобы можно было применить расчетные формулы и каталог нормированных схем к решению задачи синтеза фильтра, имеющего любую иную граничную частоту полосы пропускания, выполняют *второй шаг:* изменяют масштаб частоты требований к фильтру таким образом, чтобы граничная частота полосы пропускания стала равной 1 рад/с. Практически для такого изменения масштаба достаточно разделить численные значения всех заданных частот на безразмерную величину, численно равную заданной граничной частоте рабочей полосы пропускания, и рассматривать результат каждого деления как пересчитанную круговую частоту.

Третий шаг синтеза заключается в выборе типа характеристики фильтра и в определении ее порядка. Для этого вычисляют и сравнивают друг с другом порядки передаточных функций характеристик Баттерворта, Чебышева и иных (при наличии каталога схем). Кроме того, при выборе характеристики учитывают требования к точности реализации элементов. В случае фильтров с характеристиками Баттерворта и Чебышева эти требования менее жесткие, чем в случае фильтра с характеристикой Золотарева.

Порядок передаточной функции находят следующим образом. По условию расчета фильтр при пересчитанной частоте ω_3 должен иметь рабочее затухание, равное или бо́льшее, чем $a_{р.мин}$. Если оба численные значения ($\omega=\omega_3$ и $a_р=a_{р.мин}$) подставить в формулу рабочего затухания фильтра с характеристикой Баттерворта (4.6) и решить ее относительно n, то будет получена необходимая для выполнения заданных требований величина порядка n передаточной функции фильтра с характеристикой Баттерворта:

$$n=\frac{\lg\sqrt{10^{0,1\,a_{р.мин}}-1}}{2\lg\omega_3}. \quad (4.14)$$

Аналогично из ф-лы (4.7) определим порядок n передаточной функции фильтра с характеристикой Чебышева, предварительно подставив в (4.7) аналитическое выражение полинома Чебышева через гиперболический косинус $T_n(\omega)=\mathrm{ch}\,(n\;\mathrm{ar\,ch}\;\omega)$:

$$n=\frac{\mathrm{ar\,ch}\left(\frac{1}{\varepsilon}\sqrt{10^{0,1\,a_{р.мин}}-1}\right)}{\mathrm{ar\,ch}\;\omega_3}. \quad (4.15)$$

Все величины в правой части этой формулы являются известными, поскольку при заданной неравномерности рабочего затухания в полосе пропускания $\Delta a_р$ величину ε можно определить из ф-лы (4.8):

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1\,\Delta a_р} - 1}, \qquad (4.16)$$

а символом $\operatorname{ar\,ch} x$ обозначена обратная функция гиперболического косинуса, т. е. величина аргумента, соответствующая величине гиперболического косинуса, равной x.

При заданном x функцию $\operatorname{ar\,ch} x$ можно либо найти с помощью таблицы гиперболического косинуса, либо вычислить по формуле

$$\operatorname{ar\,ch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right). \qquad (4.17)$$

Полученное по приведенным выше формулам значение порядка n следует округлить в бóльшую сторону до ближайшего целого числа, поскольку фильтр может содержать только целое число реактивных элементов, что соответствует целочисленному значению n. Такое округление n приведет к тому, что рабочее затухание при частоте $\omega_з$ окажется больше, чем $a_{р.мин}$, т. е. требования к величине затухания в рабочей полосе задерживания заведомо будут выполнены.

Четвертый шаг выполняется с помощью каталога схем и заключается в выборе и перечерчивании соответствующей схемы, имеющей единичную ширину полосы пропускания и сопротивление нагрузки, равное одному ому.

Пятый шаг — пересчет нормированной схемы на требуемую ширину полосы пропускания и величину нагрузочного сопротивления.

Шестой (и последний) шаг синтеза — расчет затухания фильтра и построение графика затухания. Расчет и построение графика удобно выполнять по формулам для фильтра с единичной шириной полосы пропускания, а затем построить дополнительную ось частот со шкалой, первоначально заданной в технических требованиях.

Рассмотрим пример синтеза фильтра нижних частот с полосой пропускания 0—80 кГц, у которого неравномерность рабочего затухания в упомянутой полосе не должна превышать 3 дБ. В полосе частот $f \geqslant 128$ кГц рабочее затухание фильтра должно быть не менее 20 дБ. Фильтр предназначен для работы между нагрузочными сопротивлениями $R_н = R_г = 1000$ Ом. Задача решается следующим образом.

1. Строим (без соблюдения масштаба) эскиз требований к частотной зависимости рабочего затухания, как показано на рис. 4.12, и принимаем следующие обозначения: $f_1 = 0$; $f_2 = 80$ кГц; $f_3 = 128$ кГц; $f_4 = \infty$; $\Delta a_р = 3$ дБ; $a_{р.мин} = 20$ дБ.

2. Изменяем масштаб частоты заданной характеристики рабочего затухания с целью получения граничной круговой частоты

полосы пропускания, равной 1 рад/с. Пересчет частот осуществляем по формуле

$$\overline{\omega}_i = \frac{f_i}{n_2}, \qquad (4.18)$$

где i — индекс в обозначении частоты; n_2 — безразмерная величина, численно равная частоте f_2, а пересчитанные частоты обозначаются буквой ω с черточкой сверху ($\overline{\omega}$), чтобы в ходе решения можно было отличать их от первоначально заданных.

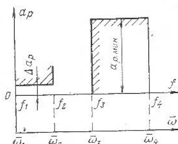


Рис. 4.12. К понятию о пересчете (нормировании) ширины полосы пропускания

В нашем случае пересчет по ф-ле (4.18) дает: $\overline{\omega}_1 = 0$; $\overline{\omega}_2 = 1$; $\overline{\omega}_3 = 1{,}6$; $\overline{\omega}_4 = \infty$, причем численные значения частот даны в радианах в секунду.

3. Величину неравномерности рабочего затухания в полосе пропускания, равную 3 дБ, обеспечивают как фильтр с характеристикой Баттерворта, так и фильтр с характеристикой Чебышева.

Определяем порядок фильтра с характеристикой Баттерворта по ф-ле (4.14):

$$n = \frac{\lg\sqrt{10^{0,1a_{р.мин}} - 1}}{2\lg\overline{\omega}_3} = \frac{\lg\sqrt{10^{0,1\cdot 20} - 1}}{2\lg 1,6} = 4,85.$$

Чтобы определить порядок фильтра с характеристикой Чебышева, вычисляем предварительно величину ε по ф-ле (4.16):

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1\,\Delta a_р} - 1} = \sqrt{10^{0,1\cdot 3} - 1} = 1.$$

Теперь можно вычислить порядок n по ф-ле (4.15):

$$n = \frac{\operatorname{ar\,ch}\left(\frac{1}{\varepsilon}\sqrt{10^{0,1\,a_{р.мин}} - 1}\right)}{\operatorname{ar\,ch}\overline{\omega}_3} = \frac{\operatorname{ar\,ch}\left(\frac{1}{1}\sqrt{10^{0,1\cdot 20} - 1}\right)}{\operatorname{ar\,ch} 1,6} =$$

$$= \frac{2,99}{1,05} = 2,84,$$

где численные значения функций $\operatorname{ar\,ch} x$ определены по ф-ле (4.17). Например,

$$\operatorname{ar\,ch} 1,6 = \ln\left(1,6 + \sqrt{1,6^2 - 1}\right) = \ln 2,85 = 1,05.$$

Округляя найденные значения порядков характеристик до ближайшего бо́льшего целого числа, убеждаемся, что заданные требования к величине рабочего затухания могут быть выполнены с помощью характеристики Баттерворта 5-го порядка или с помощью характеристики Чебышева 3-го порядка. Схемная реализация характеристики 3-го порядка содержит три реактивных элемента и является более экономичной, чем схемная реализация

характеристики пятого порядка, которая содержит пять реактивных элементов. Поэтому будем синтезировать фильтр с характеристикой Чебышева 3-го порядка.

4. Для составления схемы фильтра обращаемся к рис. 4.9. Один вариант схемы получим, сохранив три реактивных элемента (считая от зажимов нагрузочного сопротивления) в схеме рис. 4.9*а*. Другой вариант получим, сохранив три реактивных элемента схемы рис. 4.9*б*. Первый вариант содержит один элемент индуктивности и является экономичнее второго, содержащего два элемента индуктивности. Поэтому из двух возможных схем выбираем первую, П-образную, как более экономичную и удобную для изготовления.

Составляем П-образную схему фильтра, руководствуясь рис. 4.9*а*, и выписываем из табл. 4.2 округленные численные значения элементов схемы для случая $\Delta a_p = 3$ дБ и $n = 3$:

$$C_1 = 3{,}35; \quad L_2 = 0{,}712; \quad C_3 = 3{,}35,$$

где величины индуктивностей указаны в генри, а емкостей—в фарадах. Полученная нормированная схема вместе с величинами ее элементов показана на рис. 4.13*а*.

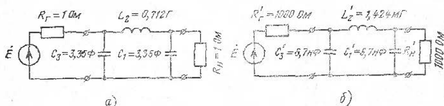


Рис. 4.13. Пример пересчета схемы фильтра НЧ на новую величину нагрузочного сопротивления и ширину полосы пропускания

5. *Изменяем уровень сопротивления и масштаб частоты* характеристик нормированной схемы с целью получения заданных в условии задачи величин нагрузочного сопротивления и граничной частоты рабочей полосы пропускания. Для этого:

а) по ф-лам (4.9) и (4.10) вычисляем преобразующие множители сопротивления и частоты n_Z и n_ω:

$$n_Z = \frac{R'_н}{R_н} = \frac{1 \cdot 10^3}{1} = 1 \cdot 10^3;$$

$$n_\omega = \frac{\omega'_2}{\omega_2} = \frac{2\pi f'_2}{\omega_2} = \frac{2\pi\, 80 \cdot 10^3}{1} \approx 0{,}5 \cdot 10^6,$$

где буквы без штрихов относятся к параметрам нормированной схемы, а буквы со штрихами—к параметрам *искомой* (синтезируемой) схемы;

б) по ф-лам (4.11)—(4.13) определяем коэффициенты пересчета величин сопротивлений, индуктивностей и емкостей нормированной схемы:

$$k_R = n_Z = 1 \cdot 10^3;$$

$$k_L = \frac{n_Z}{n_\omega} = \frac{1 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-3};$$

$$k_C = \frac{1}{n_Z\, n_\omega} = \frac{1}{1 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-9};$$

в) осуществляем пересчет величин элементов нормированной схемы:

$$R'_г = k_R R_г = 1 \cdot 10^3 \cdot 1 = 1 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$R'_н = k_R R_н = 1 \cdot 10^3 \cdot 1 = 1 \cdot 10^3 \text{ Ом};$$

$$C'_1 = k_C C_1 = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 3,35 = 6,7 \cdot 10^{-9}\, Ф = 6,7 \text{ нФ};$$

$$L'_2 = k_L L_2 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,712 = 1,424 \cdot 10^{-3}\, Г = 1,424 \text{ мГ};$$

$$C'_3 = k_C C_3 = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 3,35 = 6,7 \cdot 10^{-9}\, Ф = 6,7 \text{ нФ},$$

где штрихами помечены буквенные обозначения параметров пересчитанной (т. е. синтезируемой) схемы. Полученная схема показана на рис. 4.13*б*.

6. Рабочее затухание фильтра с характеристикой Чебышева определяется ф-лой (4.7). Но эта формула содержит в своем составе полином Чебышева $T_n(\omega)$, вычисление которого при большом n является трудоемкой задачей. Расчет облегчается, если воспользоваться «тригонометрической» формой записи полинома Чебышева. Тогда для рабочей полосы пропускания, т. е. для значений $0 \leqslant \omega \leqslant 1$, расчетная формула приобретает вид

$$a_р = 10 \lg [1 + \varepsilon^2 \cos^2 (n \arccos \omega)]. \quad (4.19)$$

Для рабочей полосы задерживания $(\omega > 1)$ тригонометрические функции переходят в гиперболические и формула приобретает вид

$$a_р = 10 \lg [1 + \varepsilon^2 \operatorname{ch}^2 (n \operatorname{ar ch} \omega)]. \quad (4.20)$$

В качестве примера вычислим затухание нормированной схемы фильтра при круговых частотах $\bar\omega = 0,2 < 1$ и $\bar\omega = 1,2 > 1$:

$$а) \quad \bar\omega = 0,2; \quad \arccos \bar\omega = \arccos 0,2 = 78,45°;$$

$$n \arccos \bar\omega = 3 \cdot 78,45° \approx 235,4°;$$

$$\cos (n \arccos \bar\omega) = \cos 235,4° = -0,567.$$

По ф-ле (4.19)

$$a_р = 10 \lg [1 + \varepsilon^2 \cos^2 (n \arccos \bar\omega)] = 10 \lg [1 + 1^2 \cdot (-0,567)^2] = 1,21 \text{ дБ};$$

$$б) \quad \bar\omega = 1,2; \quad \operatorname{ar ch} \bar\omega = \operatorname{ar ch} 1,2 = 0,623;$$

$$n \operatorname{ar ch} \bar\omega = 3 \cdot 0,623 = 1,869;$$

$$\operatorname{ch} (n \operatorname{ar ch} \bar\omega) = \operatorname{ch} 1,869 = 3,3.$$

По ф-ле (4.20)

$$a_р = 10 \lg [1 + \varepsilon^2 \operatorname{ch}^2 (n \operatorname{arc ch} \overline{\omega})] = 10 \lg [1 + 1^2 \cdot 3{,}3^2] = 10{,}7 \text{ дБ}.$$

Поскольку для построения графика затухания такие расчеты необходимо повторять многократно, то их целесообразно свести в две таблицы: одну для полосы пропускания, другую для полосы задерживания. Первая из них содержит графы:

$$\theta = \arccos \overline{\omega}; \quad n\theta; \quad \cos n\theta; \quad A = \varepsilon \cos n\theta; \quad A^2;$$

$$(1 + A^2); \quad B = \lg (1 + A^2); \quad a\,(\text{дБ}) = 10 \lg B.$$

Расчет и построение графика выполняется для нормированной схемы, после чего на графике затухания этой схемы дополнительно строится ось частот со шкалой первоначально заданных частот f.

4.6. Физические процессы в схеме фильтра НЧ

Из предыдущего ясно, что синтез фильтра по заданной зависимости рабочего затухания сводится к выполнению ряда чисто математических операций. Возникает вопрос: какие физические явления в схеме фильтра скрываются *за этими операциями, как* достигается малая величина рабочего затухания в полосе пропускания и большая—в полосе задерживания?

Для ответа вспомним, что частотный фильтр представляет собой цепь из элементов индуктивности и емкости и что в такой цепи *при подключении к ней генератора на определенных частотах* обнаруживаются резонансные явления. Например, в схеме фильтра рис. 4.14*а* при $\omega \to 0$ напряжение на выходе стремится к максимально возможному за счет малой величины сопротивления индуктивностей L_1 и L_3. При увеличении частоты в параллельном контуре из элементов L_1, C_2, $R_н$ наступает резонанс токов. Токи в параллельных ветвях контура при резонансе могут превышать величину тока в общей ветви (в индуктивности L_3), и в результате этого величина напряжения на зажимах сопротивления нагрузки снова оказывается близкой к величине напряжения при нулевой частоте.

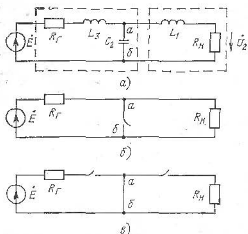


Рис. 4.14. Пример качественного анализа частотной зависимости рабочего затухания фильтра LC

На более высоких частотах вслед за резонансом токов в схеме наступает резонанс напряжений (между элементом индуктивности L_3 и упомянутым выше параллельным колебательным контуром, который после резонанса токов ведет себя подобно элементу емкости с потерями). Чередование резонансов напряжений и токов в схеме фильтра приводит к тому, что в некоторой полосе частот выходное напряжение фильтра остается почти неизменным по амплитуде. Это и есть полоса пропускания фильтра.

В полосе задерживания схему фильтра, начиная от зажимов источника ЭДС $\dot{E}$, можно представить в виде каскадного соединения двух Г-образных четырехполюсников, как показано на рис. 4.14*а* штриховыми линиями. Каждый четырехполюсник играет роль делителя напряжения. Затухание сигнала при прохождении через делитель зависит от частоты: оно увеличивается по мере роста частоты, поскольку сопротивление продольной ветви каждого Г-образного четырехполюсника с увеличением частоты растет, а сопротивление поперечной ветви убывает.

Таким образом, *относительное постоянство величины рабочего затухания в полосе пропускания фильтра объясняется резонансными явлениями в схеме фильтра. Быстрое увеличение затухания при переходе к полосе задерживания объясняется тем, что отдельные Г-образные участки схемы фильтра начинают работать как делители напряжения.*

Полезно уметь по одному только внешнему виду схемы фильтра (не прибегая к составлению формул и выполнению расчетов) определять, к какому типу фильтров относится схема: *ФНЧ*, *ФВЧ*, *ПФ* или *ЗФ*. Задача решается путем составления и анализа эквивалентных схем фильтра для очень низких ($\omega \to 0$) и очень высоких ($\omega \to \infty$) частот.

Для указанных предельных значений частоты величина сопротивления любого реактивного двухполюсника стремится либо к нулю, либо к бесконечности. В первом случае двухполюсник ведет себя подобно короткому замыканию тех точек, между которыми он включен, а во втором случае—подобно обрыву ветви.

В качестве примера проанализируем схему фильтра рис. 4.14*а*. Эквивалентная схема фильтра при стремлении частоты к нулю принимает вид, изображенный на рис. 4.14*б*: индуктивности ведут себя подобно соединительным перемычкам, а емкость—подобно обрыву ветви. В результате нагрузка и генератор оказываются соединенными как бы напрямое, что соответствует нулевому затуханию, т. е. полосе пропускания фильтра.

Эквивалентная схема рассматриваемого фильтра при $\omega \to \infty$ показана на рис. 4.14*в*: каждая индуктивность ведет себя подобно обрыву ветви, а емкость — подобно короткому замыканию тех точек, между которыми она включена. В результате тракт передачи сигнала между генератором и нагрузкой приобретает в эквивалентной схеме два обрыва и одно короткое замыкание. Напряжение на зажимах нагрузки будет при этом равно нулю, а рабочее затухание—бесконечности. Таким образом, рассматриваемая

схема имеет малое затухание при нулевой частоте и большое — при достаточно большой частоте и, следовательно, представляет собой фильтр нижних частот.

Затухание рассмотренного фильтра в полосе задерживания изменяется монотонно (растет по мере увеличения частоты), потому что ветви схемы не содержат колебательных контуров. Наличие колебательных контуров в ветвях схемы фильтра НЧ или ВЧ приводит к появлению «всплесков» затухания в полосе задерживания, т. е. к появлению бесконечно большого затухания фильтра на частотах резонанса.

В качестве примера рассмотрим схему фильтра, изображенную на рис. 4.15*а*. Она представляет собой фильтр нижних частот, по-

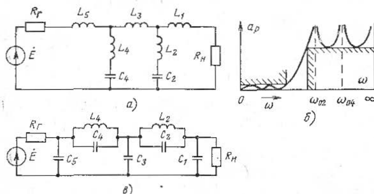


Рис. 4.15. Получение бесконечно большого затухания при конечной частоте с помощью последовательного и параллельного колебательных контуров

скольку при $\omega \to 0$ генератор соединен с нагрузкой в эквивалентной схеме напрямое, а при $\omega \to \infty$ тракт передачи сигнала в эквивалентной схеме оборван за счет индуктивностей. Но, в отличие от фильтров с характеристикой Чебышева или Баттерворта, рассматриваемый фильтр имеет бесконечно большое затухание не только при бесконечно большой частоте, но и при двух конечных значениях частоты.

Действительно, сопротивление последовательного контура из элементов L_2C_2 при частоте $\omega_{02} = 1/\sqrt{L_2C_2}$ становится равным нулю, и контур замыкает накоротко тракт передачи сигнала. В результате напряжение на зажимах контура, а также и на зажимах нагрузочного сопротивления обращается в нуль, что соответствует бесконечно большой величине рабочего затухания. Такое же явление наблюдаем при резонансной частоте колебательного контура из элементов L_4 и C_4: $\omega_{04} = 1/\sqrt{L_4C_4}$. С учетом сказанного характеристика рабочего затухания фильтра в полосе задерживания должна иметь такой вид, как на рис. 4.15*б*, т. е. соответствовать характеристике Золотарева.

Такую же зависимость рабочего затухания в полосе задерживания имеет схема фильтра, показанная на рис. 4.15*в*. Здесь бесконечно большое затухание при частотах ω_{02} и ω_{04} объясняется наличием параллельных колебательных контуров L_2C_2 и L_4C_4 в продольных ветвях схемы. Сопротивление каждого контура при резонансной частоте становится бесконечно большим, и контур ведет себя подобно обрыву ветви. Но обрыв продольной ветви лестничной схемы равносилен обрыву тракта передачи сигнала: напряжение на зажимах нагрузки обращается в нуль, а затухание фильтра становится бесконечно большой величиной.

4.7. Фильтр верхних частот

Преобразование схемы ФНЧ в схему ФВЧ. Заменим в схеме фильтра НЧ, изображенной на рис. 4.16*а*, элементы индуктивности L_1 и L_3 элементами емкости C'_1 и C'_3 соот-

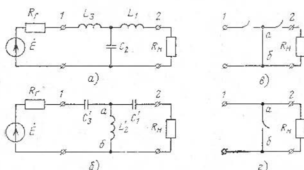


Рис. 4.16. Преобразование схемы фильтра НЧ в схему фильтра ВЧ

ветственно, а элемент емкости C_2—элементом индуктивности L'_2, как показано на рис. 4.16*б*, и исследуем частотные свойства полученной схемы. Эквивалентная схема полученного фильтра при $\omega \to 0$ показана на рис. 4.16*в*: тракт передачи сигнала между генератором и нагрузкой в двух местах оборван, а 1 раз замкнут накоротко. Эквивалентная схема при $\omega \to \infty$ показана на рис. 4.16*г*: генератор и нагрузка соединены друг с другом напрямое.

Таким образом, выполнив рассмотренную выше замену элементов, мы получили из схемы фильтра НЧ схему фильтра ВЧ. Такой результат не является случайным. Строгий математический анализ убеждает в следующем: *Если в схеме фильтра НЧ, имеющего граничную круговую частоту полосы пропускания, равную 1 рад/с, каждый элемент индуктивности L_q заменить элементом емкости, численно (без учета размерности) равной*

$$C'_q = 1/L_q, \tag{4.21}$$

а каждый элемент емкости C_q заменить элементом индуктивности L'_q, численно (без учета размерности) равной

$$L'_q = 1/C_q, \tag{4.22}$$

и оставить неизменными величины всех активных сопротивлений схемы, то в результате будет получена схема фильтра ВЧ, у которой граничная круговая частота рабочей полосы пропускания будет равна, как и у схемы ФНЧ, 1 рад/с.

Получение характеристик ФВЧ из характеристик фильтра-прототипа. Фильтр нижних частот, из схемы которого путем замены элементов по приведенным выше правилам получают схему фильтра верхних частот, называется *фильтром-прототипом* (по отношению к полученному фильтру ВЧ).

Между характеристиками фильтра-прототипа и фильтра ВЧ, схема которого получена путем преобразования схемы прототипа, существует простая зависимость.

Элемент индуктивности L_q схемы фильтра НЧ имеет сопротивление

$$Z_q = \mathrm{i}\,\omega\,L_q.$$

При переходе к схеме фильтра ВЧ этот элемент заменяется элементом емкости $C'_q = 1/L_q$, сопротивление которого выражается формулой

$$Z'_q = \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega_\text{в} C'_q} = \frac{L_q}{\mathrm{i}\,\omega_\text{в}}.$$

Сравнивая формулы сопротивлений Z_q и Z'_q, убеждаемся, что замена элементов схемы фильтра НЧ при переходе к схеме фильтра ВЧ по ф-лам (4.21) и (4.22) равносильна замене переменной ω в формулах фильтра НЧ на переменную $\omega_\text{в}$ путем подстановки

$$\mathrm{i}\,\omega = \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega_\text{в}}. \tag{4.23}$$

Формулы, полученные в результате такой замены, будут описывать преобразованную схему, т. е. схему фильтра ВЧ. Например, ф-ла (4.2), относящаяся к фильтру НЧ, после упомянутой подстановки приобретает вид

$$\frac{\dot{E}}{2\dot{U}_2} = \frac{-\omega_\text{в}^2 + 1{,}41\,\mathrm{i}\,\omega_\text{в} + 1}{-\omega_\text{в}^2} \tag{4.24}$$

и относится уже к фильтру ВЧ.

Вычислить значение $\dot{E}/2\dot{U}_2$ при любой заданной частоте $\omega_\text{в}$ можно двумя способами. Первым из них является подстановка заданного значения $\omega_\text{в}$ в (4.24). Второй способ более нагляден и поучителен. Сначала вычисляют с помощью (4.23) численное значение переменной $\mathrm{i}\omega$, которое соответствует заданной частоте $\omega_\text{в}$, после чего подставляют значение $\mathrm{i}\omega$ уже не в формулу фильтра верхних частот (4.24), а в формулу фильтра нижних частот. Ре-

зультат расчета даст искомое значение параметра фильтра верхних частот.

Из ф-лы (4.23) следует, что при увеличении частоты $\omega_в$ от 0 до $+\infty$ частота ω остается отрицательной и изменяется от $-\infty$ до 0. Следовательно, характеристика фильтра ВЧ на *положительной* полуоси переменной $\omega_в$ будет принимать такие численные значения, которые характеристика фильтра НЧ имела бы при *отрицательных* значениях частоты ω. Поясним, что отрицательные значения частоты ω характеристик фильтра НЧ следует рассматривать только как вспомогательное расчетное понятие, поскольку реализовать их на практике (с помощью реального физического устройства) невозможно.

Таким образом, *численное значение любого параметра схемы ФВЧ* при частоте $\omega_в=\omega_{вi}$ *равно численному значению этого же параметра фильтра НЧ (фильтра-прототипа) при частоте*

$$\omega=\omega_i=-1/\omega_{вi},$$

где буквой ω с индексом «в» обозначена круговая частота характеристики фильтра ВЧ, той же буквой без индекса «в»—круговая частота характеристики фильтра НЧ, а буква i в индексах в обоих случаях обозначает номер расчетной точки (частоты). Например, рабочее затухание фильтра ВЧ при частоте $\omega_в=5$ рад/с будет иметь такую же величину, как и затухание прототипа при частоте

$$\omega=-\frac{1}{\omega_в}=-\frac{1}{5}=-0{,}2 \text{ рад/с}.$$

Характеристики фильтра НЧ при отрицательных частотах. Получение большинства характеристик фильтра НЧ для отрицательных значений переменной ω весьма облегчается благодаря тому обстоятельству, что аналитические выражения этих характеристик являются либо четными, либо нечетными функциями переменной ω. Например, формула частотной зависимости рабочего затухания фильтра НЧ содержит только четные степени переменной ω (т. е. представляет собой четную функцию этой переменной) и удовлетворяет условию

$$a_р(-\omega)=a_р(\omega).$$

Поскольку изменение знака переменной ω не отражается на величине рабочего затухания, ветвь графика $a_р=F(\omega)$, построенная для отрицательных частот, должна быть *симметрична ветви* того же графика, построенной для положительных частот, относительно оси $\omega=0$. Пример графика зависимости $a_р(\omega)$ фильтра НЧ для положительных и отрицательных значений ω приведен в верхней части рис. 4.17.

Функция $\operatorname{tg} b_р$ (где $b_р$—рабочая фазовая постоянная) в случае фильтра НЧ представляет собой отношение нечетного полинома переменной ω к четному. Изменение знака переменной ω меняет

знак функции $\operatorname{tg} b_p$, а следовательно, и знак величины b_p на противоположный. Таким образом, рабочая фазовая постоянная фильтра НЧ представляет собой нечетную функцию переменной ω и удовлетворяет условию $b_p(-\omega) = -b_p(\omega)$. График такой функции симметричен не относительно оси, а относительно точки начала координат, как показано в верхней части рис. 4.17 штриховой линией.

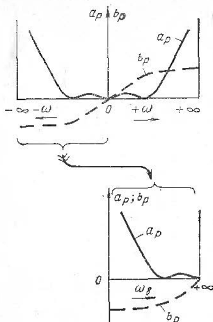


Рис. 4.17. Получение характеристик фильтра ВЧ из характеристик фильтра НЧ

Изложенное выше позволяет построить эскиз частотной зависимости рабочего затухания (а также любого иного параметра) фильтра ВЧ, полученного из схемы прототипа, если известна соответствующая характеристика прототипа.

Построение выполняют в два этапа. На первом этапе по эскизу характеристики фильтра НЧ для положительных значений частоты ω строят эскиз этой же характеристики для отрицательных значений частоты, учитывая осевую или центральную симметрию характеристики.

На втором этапе ветвь характеристики фильтра НЧ, соответствующую отрицательным частотам ω, переносят на положительную полуось частоты $\omega_в$ искомого графика характеристики фильтра ВЧ. Перенос выполняют таким образом, чтобы точка графика ФНЧ с абсциссой $\omega = -\infty$ переместилась в точку с абсциссой $\omega_в = 0$ графика ФВЧ, точка графика ФНЧ с абсциссой $\omega = -1$ переместилась в точку с абсциссой $\omega_в = +1$, а точка графика ФНЧ с абсциссой $\omega = 0$—в точку графика ФВЧ с абсциссой $\omega_в = \infty$. Пример такого построения показан на рис. 4.17, где графики фильтра ВЧ построены в нижней правой части рисунка.

С и н т е з ф и л ь т р а В Ч. Установленные выше закономерности позволяют применять при синтезе фильтров ВЧ те решения и схемы, которые были получены для фильтров НЧ. Необходимо только помнить, что замена элементов по ф-лам (4.21) и (4.22) приводит к преобразованию круговой частоты $\omega = -1$ рад/с характеристики прототипа в круговую частоту $\omega_в = 1$ рад/с характеристик фильтра ВЧ. С учетом этой закономерности можно предложить следующий план синтеза фильтра ВЧ.

1. Построить эскиз требований к частотной зависимости затухания фильтра ВЧ.

2. Изменить масштаб частоты с целью получения граничной круговой частоты рабочей полосы пропускания фильтра ВЧ, равной 1 рад/с.

3. Определить требования к частотной зависимости рабочего затухания фильтра-прототипа, для чего пересчитать частоты характеристики фильтра ВЧ по формуле, которая с учетом четного характера функции затухания имеет вид

$$\bar{\omega} = 1/\bar{\omega}_{\text{в}}, \qquad (4.25)$$

и построить эскиз требований к затуханию фильтра-прототипа, имея в виду, что затухание прототипа в рабочей полосе пропускания и в рабочей полосе задерживания должно иметь такую же величину, как и заданная норма для аналогичных полос фильтра ВЧ. (Величина $\Delta a_{\text{р}}$ ФНЧ равна величине $\Delta a_{\text{р}}$ ФВЧ. То же относится и к величине $a_{\text{р.мин}}$).

4. Синтезировать схему фильтра-прототипа, нормированную по граничной круговой частоте полосы пропускания и по величине нагрузочного сопротивления.

5. Преобразовать схему фильтра-прототипа в схему фильтра ВЧ. Поскольку преобразованию подвергается нормированная схема ФНЧ, то в результате преобразования будет получена нормированная схема фильтра ВЧ.

6. Осуществить изменение уровня сопротивления и масштаба частоты характеристик схемы фильтра ВЧ с целью получения заданной в условии задачи величины нагрузки и граничной частоты полосы пропускания.

7. Построить график затухания прототипа НЧ и пересчитать его по формуле преобразования частоты (4.23).

Расчет затухания фильтра ВЧ можно выполнить и непосредственно по ф-лам (4.6) и (4.7), если заменить в них частотную переменную ω переменной $(-1/\omega_{\text{в}})$.

Пример расчета. Задание. Синтезировать электрический частотный фильтр по заданным требованиям к частотной зависимости его рабочего затухания: в полосе частот от 0 до 80 кГц рабочее затухание должно быть не менее 20 дБ (рабочая полоса задерживания); в полосе частот $f \geqslant 128$ кГц неравномерность рабочего затухания не должна превышать 3 дБ (рабочая полоса пропускания). Фильтр предназначен для работы между нагрузочными сопротивлениями $R_{\text{н}} = R_{\text{г}} = 1000$ Ом.

Решение. 1. Вводим обозначения:

$f_{\text{в}1}$ и $f_{\text{в}2}$—граничные частоты рабочей полосы пропускания;

$f_{\text{в}3}$ и $f_{\text{в}4}$—граничные частоты рабочей полосы задерживания.

В нашем случае $f_{\text{в}1} = \infty$; $f_{\text{в}2} = 128$; $f_{\text{в}3} = 80$ и $f_{\text{в}4} = 0$ кГц.

Представив требования к частотной зависимости рабочего затухания в виде графика (рис. 4.18*а*), убеждаемся, что расчету подлежит фильтр верхних частот с параметрами: $\Delta a_{\text{р}} = 3$ дБ; $a_{\text{р.мин}} = 20$ дБ.

2. Изменяем масштаб частоты заданной характеристики с целью получения граничной круговой частоты рабочей полосы пропускания, равной 1 рад/с. Для этого разделим каждую из заданных частот на безразмерную величину $n_2 = f_{\text{в}2}$. В результате деления получаем: $\bar{\omega}_{\text{в}1} = \infty$; $\bar{\omega}_{\text{в}2} = 1$; $\bar{\omega}_{\text{в}3} = 0{,}625$; $\bar{\omega}_{\text{в}4} = 0$ рад/с. Результат пересчета частот показан на рис. 4.18*а* (ось частот $\bar{\omega}_{\text{в}}$).

3. Находим требования к частотной зависимости рабочего затухания фильтра НЧ, схема которого будет преобразована в схему фильтра ВЧ. Граничные

круговые частоты полосы пропускания и полосы задерживания фильтра НЧ (фильтра-прототипа) находим по ф-ле (4.25) путем пересчета соответствующих частот характеристики фильтра ВЧ: $\bar{\omega}_1=0$; $\bar{\omega}_2=1$; $\bar{\omega}_3=1,6$; $\bar{\omega}_4=\infty$ рад/с.

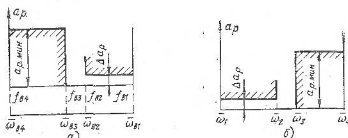


Рис. 4.18. Пересчет характеристики фильтра ВЧ в характеристику фильтра-прототипа

(Требования к величине затухания фильтра-прототипа в полосе пропускания и в полосе задерживания остаются такими же, как и требования для соответствующих участков характеристики фильтра ВЧ.) Строим эскиз требований к частотной зависимости затухания фильтра-прототипа, как показано на рис. 4.18*б*.

4. Синтезируем схему фильтра-прототипа. В данном случае фильтр НЧ, удовлетворяющий точно таким же требованиям, был синтезирован нами в § 4.5. Поэтому не будем выполнять синтез прототипа заново, а воспользуемся ранее полученной схемой, которая показана еще раз на рис. 4.19*а*. Напомним,

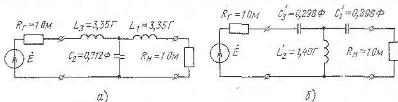


Рис. 4.19. Преобразование нормированной схемы фильтра-прототипа в нормированную схему фильтра ВЧ

что схема прототипа имеет единичную ширину полосы пропускания и сопротивление нагрузки, равное 1 Ом.

5. Преобразуем схему фильтра-прототипа в схему фильтра ВЧ, нормированную по граничной частоте рабочей полосы пропускания и по величине нагрузочного сопротивления. Пересчет величин элементов выполняем по ф-лам (4.21) и (4.22). Полученная схема фильтра ВЧ показана на рис. 4.19*б*.

6. Изменяем уровень сопротивления и масштаб частоты характеристик схемы, т. е. пересчитываем нормированную схему фильтра ВЧ на заданную величину нагрузочного сопротивления и граничную частоту полосы пропускания. Выполнение этого пункта, а также расчет характеристики затухания не требуют пояснений.

Физические процессы в схеме фильтра ВЧ. Все, что было сказано ранее о физических процессах в схеме *фильтра НЧ, остается справедливым и для фильтра ВЧ:* относительное постоянство величины выходного напряжения и малая величина рабочего затухания в полосе пропускания объясняются резонансными явлениями в схеме фильтра.

Увеличение затухания при уменьшении частоты в полосе задерживания объясняется тем, что отдельные Г-образные участки лестничной схемы ведут себя подобно делителям напряжения, затухание которых зависит от частоты.

Наличие параллельного контура в продольной ветви лестничной схемы или последовательного контура в поперечной ветви, как и у фильтра НЧ, приводит к появлению бесконечно большого затухания фильтра на резонансной частоте контура.

4.8. Полосовой фильтр

Преобразование схемы фильтра НЧ в схему полосового фильтра. Возьмем Т-образную схему фильтра НЧ из элементов L_1, C_2 и L_3 (рис. 4.20*а*) и включим последователь-

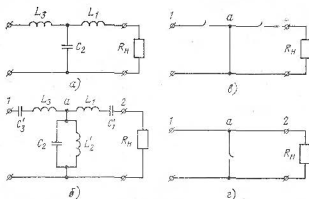


Рис. 4.20. Преобразование схемы фильтра НЧ в схему полосового фильтра

но с каждым элементом индуктивности L_q элемент емкости C'_q, величину которой определим по формуле

$$C'_q = 1/L_q\omega_0^2,$$

где ω_0—некоторая произвольно выбранная круговая частота.

Далее параллельно каждому элементу емкости C_q схемы фильтра НЧ включим элемент индуктивности L'_q, величину которой определим по формуле

$$L'_q = 1/C_q\omega_0^2,$$

где круговая частота ω_0 сохраняет то же значение, что и в предыдущем случае. Активные сопротивления схемы фильтра НЧ оставим неизменными и исследуем частотную зависимость затухания полученной цепи (рис. 4.20*б*). Эквивалентная схема цепи при очень низких частотах показана на рис. 4.20*в*: тракт передачи дважды оборван емкостями C'_1 и C'_3 и замкнут накоротко элементом индуктивности L'_2.

При бесконечно большой частоте эквивалентная схема остается такой же, только обрыв тракта осуществляется теперь элементами индуктивности L_1 и L_3, а короткое замыкание—элементом емкости C_2. Эквивалентные схемы свидетельствуют, что при очень низких и очень высоких частотах цепь имеет большое затухание (в пределе равное бесконечности).

Исследуем теперь поведение схемы при круговой частоте $\omega = \omega_0$. Эквивалентная схема для этой частоты показана на рис. 4.20*г*: последовательные контуры L_1C_1 и L_3C_3 имеют сопротивление, равное нулю, а параллельный контур L_2C_2—бесконечно большое сопротивление. В результате генератор и нагрузка оказываются соединенными при этой частоте напрямое, что соответствует полосе пропускания. Таким образом, преобразованная схема представляет собой *полосовой фильтр*. Полученный результат не случаен. Строгий анализ убеждает в следующем.

Если в схеме фильтра НЧ последовательно с каждым элементом индуктивности L_q включить элемент емкости

$$C'_q = 1/L_q \omega_0^2, \tag{4.26}$$

а параллельно каждому элементу емкости C_q *включить элемент индуктивности*

$$L'_q = 1/C_q \omega_0^2 \tag{4.27}$$

и оставить неизменными величины активных сопротивлений схемы фильтра НЧ, то в результате такого преобразования будет получена схема полосового фильтра, у которого: а) ширина полосы пропускания равна ширине полосы пропускания фильтра НЧ; б) круговая частота ω_0 *является «центральной» частотой полосы пропускания и равна среднему геометрическому верхней и нижней граничных частот полосы пропускания ПФ:*

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{2н}\,\omega_{2в}}, \tag{4.28}$$

где индексы «н» и «в» служат для обозначения нижней и верхней граничных круговых частот полосы пропускания полосового фильтра. Фильтр НЧ, из схемы которого получают схему полосового фильтра, является по отношению к последнему фильтром-прототипом.

Получение характеристик ПФ из характеристик фильтра-прототипа. Подобно тому как это было в случае фильтра ВЧ, характеристики полосового фильтра можно рассматривать как результат переноса характеристик фильтра-прототипа с оси частот ω на ось частот $\omega_п$ полосового фильтра. Особенности переноса становятся понятными при рассмотрении графиков рис. 4.21.

Здесь в верхней части рисунка показан график затухания НЧ прототипа для положительных и отрицательных значений частоты ω. Характеристика затухания полосового фильтра *при положительных* значениях частоты $\omega_п$ графиков полосового фильтра полностью повторяет весь ход соответствующей характе-

ристики прототипа как при положительных, так и при отрицательных значениях частоты ω. Характеристика, которую прототип имел бы при отрицательных значениях ω, повторяется (в сжатом вдоль оси частот виде) на участке $0 \leqslant \omega_п \leqslant \omega_0$ оси частот $\omega_п$ полосового фильтра. В свою очередь, характеристика, которую фильтр НЧ имеет при положительных значениях ω, повторяется на участке $\omega_п \geqslant \omega_0$ оси частот $\omega_п$ полосового фильтра, как показано в нижней части рис. 4.21.

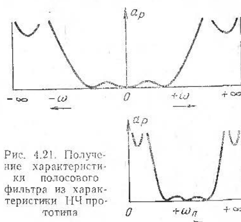


Рис. 4.21. Получение характеристики полосового фильтра из характеристики НЧ прототипа

Предположим, что нам известна величина затухания фильтра-прототипа при некоторой частоте $\omega = \omega_i$. Тогда полосовой фильтр, полученный из схемы прототипа с помощью рассмотренного преобразования, будет иметь точно такое же затухание при двух частотах: во-первых, при частоте

$$\omega''_{пi} = \frac{\omega_i}{2} + \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{\omega_i}{2}\right)^2} \qquad (4.29)$$

и, во-вторых, при частоте

$$\omega'_{пi} = \omega_0^2/\omega''_{пi}. \qquad (4.30)$$

Первая из этих частот при любом значении ω_i всегда превышает «центральную» частоту полосы пропускания ПФ ω_0, а вторая всегда меньше, чем ω_0.

4.9. Фильтры из элементов с потерями

При практическом изготовлении фильтра элемент индуктивности реализуют в виде катушки, а элемент емкости — в виде конденсатора. Катушки и конденсаторы являются элементами с необратимыми тепловыми потерями (см. гл. 3). Известно, что потери в катушке в 10 и более раз превышают величину потерь в конденсаторе. (Предполагается, что сравниваются потери в элементах, которые работают в одной и той же схеме и параметры которых удовлетворяют условию $\sqrt{L/C} = 100 \div 5000$.)

Поскольку добротность конденсаторов намного превышает величину добротности катушек, то можно при анализе фильтра из элементов с потерями учитывать только потери в катушках, а конденсаторы считать элементами без потерь.

С учетом сказанного эквивалентная схема Т-образного фильтра НЧ (рис. 4.22*а*) при $\omega \to 0$ приобретает такой вид, как на

рис. 4.22*б*: конденсатор ведет себя подобно обрыву ветви, но между генератором и нагрузкой оказываются включенными активные сопротивления катушек индуктивности. В результате даже при $\omega=0$ и при $R_н=R_г$ получаем $U_2<(E/2)$, что свидетельствует о появлении рабочего затухания при «нулевой» частоте.

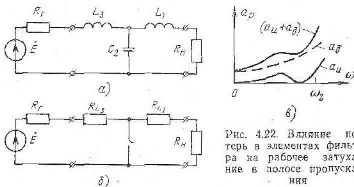


Рис. 4.22. Влияние потерь в элементах фильтра на рабочее затухание в полосе пропускания

Само по себе появление дополнительного затухания, вызванного потерями в элементах, не отразилось бы на качестве передачи сигнала, если бы это затухание оставалось на всех частотах полосы пропускания неизменным по величине. Но в действительности это дополнительное затухание возрастает по мере приближения к верхней границе полосы пропускания (кривая $a_д$ на рис. 4.22*в*). Дополнительное затухание складывается с затуханием фильтра без потерь (кривая $a_и$ на том же рисунке), в результате чего *неравномерность рабочего затухания в полосе пропускания у фильтра с потерями получается бо́льшей, чем у фильтра без потерь*, что приводит к ухудшению качества передачи сигнала.

Как показано выше, потери в элементах заметно увеличивают рабочее затухание на границе полосы пропускания фильтра. По мере удаления в глубину полосы задерживания влияние потерь на величину затухания фильтров с характеристиками Баттерворта и Чебышева становится меньше: индуктивное сопротивление каждой катушки растет и становится намного больше, чем ее активное сопротивление. Но потери заметно влияют на характеристику затухания в полосе задерживания у фильтров с характеристикой Золотарева. Затухание такого фильтра при отсутствии потерь в элементах достигает бесконечно большой величины при конечных значениях частоты ω. Это объясняется наличием колебательных контуров в ветвях схемы. В частности, последовательный колебательный контур L_2C_2, включенный в «поперечную» ветвь схемы фильтра (рис. 4.23*а*), при резонансной частоте замыкает тракт передачи между генератором и нагрузкой накоротко, а параллельный контур L_2C_2, включенный в «продольную» ветвь схемы (рис. 4.23*б*), при резонансной частоте обрывает тракт передачи между генератором и нагрузкой.

Наличие потерь в элементах существенно меняет картину. Сопротивление последовательного колебательного контура при *резонансной частоте становится* равным не нулю, а сопротивлению катушки R_{L2}, как показано в правой части рис. 4.23*а*. Очевидно, тракт передачи больше не замыкается накоротко: на сопро-

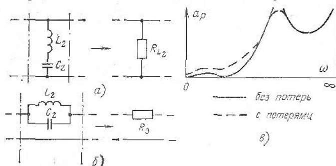


Рис. 4.23. Влияние потерь в элементах фильтра на рабочее затухание в полосе задерживания

тивлении R_{L2} существует некоторое падение напряжения, часть которого попадает на выходные зажимы фильтра. В результате затухание фильтра при резонансной частоте контура L_2C_2 становится уже не бесконечной, а конечной величиной, как показано на рис. 4.23*в*. Чем меньше добротность катушки, тем больше величина сопротивления R_{L2}, тем больше падение напряжения на этом сопротивлении и напряжения на выходе фильтра и тем меньше величина рабочего затухания фильтра.

В случае параллельного контура наличие сопротивления потерь в эквивалентной схеме катушки приводит к тому, что сопротивление контура при резонансной частоте становится равным не бесконечно большой, а конечной величине $R_э = L_2/C_2R_{L2}$ и контур не обеспечивает полного разрыва тракта передачи между генератором и нагрузкой. В результате часть напряжения, создаваемого *источником на входе фильтра, достигает выходных зажимов* и рабочее затухание перестает быть бесконечно большой величиной.

Чем ниже добротность катушки, тем меньше сопротивление параллельного контура при резонансе, тем больше напряжение на выходных зажимах фильтра и тем меньше величина затухания фильтра при резонансной частоте контура.

Существует несколько способов улучшения характеристик. Наиболее естественный путь улучшения характеристик фильтра, выполненного из элементов с потерями,— это *увеличение добротности катушек и конденсаторов.* Добротность можно увеличить за счет увеличения диаметра провода обмотки и применения сердечников с бо́льшей величиной магнитной проницаемости.

Второй путь — это *учет наличия потерь еще на этапе схемной реализации передаточной функции. Для фильтров не слишком* высокого порядка удается получить такую схемную реализацию, у

которой величина добавочного затухания, вызванного наличием потерь в элементах, остается неизменной на всех частотах полосы пропускания. Такие схемы приведены в некоторых каталогах и, в частности, в справочнике М. Е. Альбаца [2].

Третий путь улучшения характеристик — это *включение в схему фильтра активных двухполюсников,* которые ведут себя подобно отрицательному сопротивлению, вносят в цепь дополнительную энергию и компенсируют тем самым потери в катушках и конденсаторах.

Примером отрицательного сопротивления служит схема двухполюсника, изображенная на рис. 3.1*в*. Если зажимы этого двухполюсника соединить с зажимами параллельного контура, а емкость контура заменить эквивалентной цепью из двух емкостей, показанных на рис. 3.1*в*, то, подбирая величину сопротивления обратной связи R_c, можно достаточно полно компенсировать потери в катушке. (При перекомпенсации в схеме возбуждаются гармонические колебания и она превращается в генератор.)

Наконец, четвертый путь преодоления невысокой добротности катушек — это отказ от применения элемента индуктивности при реализации передаточных функций и переход к *применению активных фильтров RC*. Поскольку катушки индуктивности имеют значительно бо́льшие массу и размеры, чем конденсаторы того же самого фильтра, то исключение элементов индуктивности из схемы фильтра при переходе к активным фильтрам *RC* позволяет решить такую важнейшую проблему, как микроминиатюризация частотных фильтров. Однако в аппаратуре связи, которая находится в эксплуатации, активные фильтры *RC* пока не применяются и, учитывая ограниченный объем книги, мы их рассматривать не будем.

5

Глава

РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ ПО ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

5.1. Основные понятия

Идея синтеза фильтра по характеристическим параметрам. Идея синтеза частотного фильтра по характеристическим параметрам состоит в следующем. Предположим, что нам удалось найти схему четырехполюсника, у которого в некоторой полосе частот характеристическое затухание *a* равно нулю, а за пределами этой полосы отличается от нуля (см. штриховую

кривую на рис. 5.1). Такой четырехполюсник будем называть *фильтрующим звеном*. Соединим N одинаковых фильтрующих звеньев каскадно по принципу согласованности характеристических сопротивлений. При таком соединении характеристическая постоянная передачи четырехполюсника, эквивалентного всем соединенным каскадно, будет равна сумме характеристических постоянных передачи всех соединенных четырехполюсников.

Очевидно, в той полосе частот, где характеристическое затухание каждого звена равно нулю, будет равна нулю и сумма этих затуханий (т. е. характеристическое затухание четырехполюсника, эквивалентного всем, соединенным каскадно). За пределами этой полосы характеристическое затухание эквивалентного (составного) четырехполюсника при любой частоте будет в N раз больше, чем затухание каждого звена (см. сплошную кривую на рис. 5.1). Это обстоятельство позволяет получить достаточно

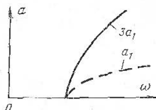


Рис. 5.1. К понятию о синтезе фильтра по характеристическим параметрам

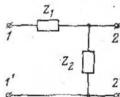


Рис. 5.2. Четырехполюсник Г-образной схемы

большую величину характеристического затухания фильтра в полосе задерживания по сравнению с величиной затухания в полосе пропускания.

Определение частотного фильтра. В соответствии со сказанным, в теории характеристических параметров принято следующее определение частотного фильтра: *частотным электрическим фильтром называется четырехполюсник, характеристическое затухание которого в некоторой полосе частот равно нулю, а за пределами этой полосы отличается от нуля и является положительной величиной.*

Полоса частот, в пределах которой характеристическое затухание четырехполюсника равно нулю, называется *характеристической полосой пропускания* (ХПП). Полоса частот, в пределах которой характеристическое затухание не равно нулю и положительно, называется *характеристической полосой задерживания* (ХПЗ).

Граничная частота характеристической полосы пропускания и характеристической полосы задерживания называется частотой среза. Эту частоту обозначают символом ω_c.

Анализ Г-образного реактивного четырехполюсника. Рассмотрим схему Г-образного четырехполюсника из реактивных элементов (рис. 5.2) и выясним, может ли такой че-

тырехполюсник быть электрическим частотным фильтром, т. е. иметь характеристическую полосу пропускания ($a=0$) и характеристическую полосу задерживания ($a\neq 0$). Воспользуемся ф-лой (2.36)

$$\operatorname{th} g = \sqrt{Z_{1к}/Z_{1х}}.$$

Для Г-образного четырехполюсника на рис. 5.2 входные сопротивления в режиме короткого замыкания и холостого хода выходных зажимов соответственно равны:

$$Z_{1к} = Z_1; \quad Z_{1х} = Z_1 + Z_2$$

и формула функции th$g$ приобретает вид

$$\operatorname{th} g = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}} = \sqrt{\frac{Z_1/Z_2}{1+Z_1/Z_2}}.$$

По условию схема четырехполюсника содержит только реактивные элементы. Следовательно, сопротивления Z_1 и Z_2 являются чисто мнимыми величинами:

$$Z_1 = \mathrm{i}\, x_1; \quad Z_2 = \mathrm{i}\, x_2,$$

а отношение этих сопротивлений будет вещественной величиной (множители i в формулах Z_1 и Z_2 сокращаются). Предыдущая формула приобретает вид

$$\operatorname{th} g = \sqrt{\frac{x_1/x_2}{1+x_1/x_2}}. \tag{5.1}$$

Вспомним теперь, что каждое из реактивных сопротивлений может быть как положительной, так и отрицательной величиной. Как это отразится на численном значении функции th g? Очевидно, если оба сопротивления x_1 и x_2 *имеют одинаковый знак* (либо оба *положительны, либо отрицательны*), *то их* отношение представляет собой положительную вещественную величину, подкоренное выражение положительно и величина th g *вещественна и положительна*. Такой же результат получим и для случая разных знаков сопротивлений x_1 и x_2 при условии, что отношение (x_1/x_2) по модулю превышает единицу.

Если же при разных знаках сопротивлений x_1 и x_2 их отношение по модулю меньше единицы, то величина th g будет *чисто мнимой* (в числителе подкоренного выражения имеем отрицательную величину, а в знаменателе — положительную и, следовательно, подкоренное выражение отрицательно).

Некоторые свойства функции th$g$. Чтобы решить вопрос о наличии полосы пропускания, преобразуем выражение th g=th(a+ib) по формуле тангенса суммы двух аргументов. Единственное отличие формулы гиперболического тангенса от формулы «кругового» (тригонометрического) — изменение знака минус в знаменателе на плюс:

$$\operatorname{th}(a + \mathrm{i}\, b) = \frac{\operatorname{th} a + \operatorname{th}(\mathrm{i}\, b)}{1 + \operatorname{th} a \operatorname{th}(\mathrm{i}\, b)}.$$

Известно далее, что

$$\operatorname{th}(\mathrm{i}\,b) = \mathrm{i}\operatorname{tg} b,$$

и поэтому предыдущая формула приобретает вид

$$\operatorname{th}(a + \mathrm{i}\,b) = \frac{\operatorname{th} a + \mathrm{i}\operatorname{tg} b}{1 + \mathrm{i}\operatorname{th} a \operatorname{tg} b}. \qquad (5.2)$$

Рассматривая правую часть равенства, убеждаемся, что гиперболический тангенс комплексного аргумента в общем случае является комплексной величиной. Но из определения функции

$$\operatorname{th} a = \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}}$$

следует, что при $a=0$ величина $\operatorname{th} a$ также равна нулю. В этом (и только в этом!) единственном случае, как следует из ф-лы (5.2), величина гиперболического тангенса является чисто мнимой: $\operatorname{th}(a+\mathrm{i}b) = \mathrm{i}\operatorname{tg} b$ при $a=0$.

Следовательно, *чисто мнимая величина функции гиперболического тангенса комплексного аргумента $g=a+\mathrm{i}b$ свидетельствует о том, что вещественная часть аргумента, т. е. величина a, равняется нулю.*

Во всех остальных случаях, т. е. при комплексной или чисто вещественной величине гиперболического тангенса, вещественная часть его аргумента (величина a) не равна нулю.

Условие пропускания Г-образного реактивного четырехполюсника. Исследуя функцию $\operatorname{th} g$ Г-образного реактивного четырехполюсника, мы установили, что для такого четырехполюсника величина $\operatorname{th} g$ будет чисто мнимой при условии, что величина отношения x_1/x_2 лежит в пределах от -1 до 0.

Таким образом, *интервал частот, в пределах которого отношение сопротивлений x_1/x_2 Г-образного реактивного четырехполюсника удовлетворяет условию*

$$-1 \leqslant \frac{x_1}{x_2} = 0, \qquad (5.3)$$

является характеристической полосой пропускания этого четырехполюсника.

За пределами упомянутого интервала характеристическое затухание уже не равно нулю, и четырехполюсник имеет характеристическую полосу задерживания.

Графический способ анализа звеньев. Условие пропускания Г-образного звена (5.3) позволяет, даже не прибегая к вычислениям, ответить на вопрос, имеет ли заданный четырехполюсник характеристическую полосу пропускания. Для примера рассмотрим схему Г-образного четырехполюсника из элементов индуктивности L и емкости C (рис. 5.3а) и выясним, имеет ли этот четырехполюсник характеристическую полосу пропускания. Двухполюсником Z_1 здесь является элемент индуктивности, сопротивление которого выражается формулой $Z_1 = \mathrm{i}x_1 = \mathrm{i}\omega L$, где $x_1 > 0$,

а двухполюсником Z_2 — элемент емкости: $Z_2=\frac{1}{i\,\omega C}=-i\frac{1}{i\,\omega C}=ix_2$, где $x_2<0$.

Построим графики частотной зависимости реактивных сопротивлений x_1 и x_2 на одном чертеже, как это сделано на рис. 5.3б, и, рассматривая их, выясним, выполняется ли на некотором интервале частот условие пропускания. Для заданной схемы отношение x_1/x_2 отрицательно во всей полосе частот от 0 до ∞. При $\omega=0$ оно равно нулю и монотонно убывает по мере увеличения частоты.

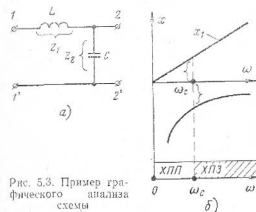


Рис. 5.3. Пример графического анализа схемы

При частоте, обозначенной на рис. 5.3 символом ω_c, отношение x_1/x_2 становится равным -1 (величины сопротивлений x_1 и x_2 равны по модулю и имеют разные знаки). Следовательно, интервал частот от $\omega=0$ до $\omega=\omega_c$ является характеристической полосой пропускания.

При дальнейшем изменении частоты от $\omega=\omega_c$ до бесконечно большого значения модуль отношения x_1/x_2 превышает единицу, что соответствует характеристической полосе задерживания. Частота ω_c, которая разграничивает характеристическую полосу пропускания и характеристическую полосу задерживания, является частотой среза.

Таким образом, рассматриваемый четырехполюсник представляет собой *фильтр нижних частот.*

Г-образное звено типа К. Поскольку сопротивления фильтра, изображенного на рис. 5.3, являются обратными двухполюсниками (удовлетворяют условию $Z_1Z_2=\frac{L}{C}=K^2=\text{const}$), фильтр называют *Г-образным звеном типа К*.

Частоту среза Г-образного ФНЧ типа K легко выразить через величины элементов L и C, исходя из равенства модулей сопротивлений x_1 и x_2 при частоте среза:

$$\omega_c L = 1/\omega_c C,$$

откуда

$$\omega_c = 1/\sqrt{LC}, \qquad (5.4)$$

т. е. *частота среза Г-образного звена ФНЧ типа К из элементов L и С численно равна резонансной частоте последовательного контура, составленного из этих же двух элементов.*

Формулы характеристических сопротивлений Г-образного звена получим, вычислив предварительно входные сопротивления звена в режимах холостого хода и короткого замыкания. Для

схемы рис. 5.3*а* входные сопротивления со стороны зажимов *1* и *1'* в режиме короткого замыкания и холостого хода другой пары зажимов соответственно равны:

$$Z_{1к} = \mathrm{i}\,\omega L; \quad Z_{1х} = \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega C} + \mathrm{i}\,\omega L.$$

Характеристическое сопротивление звена со стороны зажимов *1* и *1'*

$$Z_{c1} = \sqrt{Z_{1к} Z_{1х}} = \sqrt{\mathrm{i}\,\omega L\left(\frac{1}{\mathrm{i}\,\omega C} + \mathrm{i}\,\omega L\right)} = \sqrt{\frac{L}{C}\,(1 - \omega^2 LC)}.$$

Выражение $\omega^2 LC$ представляет собой квадрат отношения «текущей» частоты ω к частоте среза звена:

$$\omega^2 LC = \frac{\omega^2}{\frac{1}{LC}} = \frac{\omega^2}{\omega_c^2} = \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2.$$

Если принять обозначения

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = K \tag{5.5}$$

и

$$\frac{\omega}{\omega_c} = \eta, \tag{5.6}$$

где η (греческая буква «эта») — так называемая *нормированная частота,* то формула сопротивления Z_{c1} приобретает вид

$$Z_{c1} = K\sqrt{1 - \eta^2}. \tag{5.7}$$

Величина K в этой формуле называется *номинальным значением характеристического сопротивления.*

Для сопротивления Z_{c2} при тех же обозначениях можно получить формулу

$$Z_{c2} = \frac{K}{\sqrt{1 - \eta^2}}. \tag{5.8}$$

Характеристические сопротивления Z_{c1} и Z_{c2} Г-образного звена зависят от частоты, выражаются неодинаковыми формулами и численно равны друг другу только при $\omega = 0$.

В схемах аппаратуры предпочитают применять не Г-образные, а Т- или П-образные звенья, поскольку они являются симметричными и, кроме того, по сравнению с Г-образными звеньями имеют в 2 раза большее характеристическое затухание.

5.2. Звенья типов K и m фильтра нижних частот

Т-образное звено типа K. Рассмотрим два одинаковых Г-образных звена ФНЧ типа K (рис. 5.4*а*). Поскольку звенья имеют одинаковую схему и одинаковые величины элементов, то ха-

рактеристические сопротивления со стороны зажимов $1-1'$ у обоих звеньев одинаковы [определяются по одной и той же ф-ле (5.7)]. Одинаковы у обоих звеньев и характеристические сопротивления со стороны зажимов $2-2'$ [определяются по ф-ле (5.8)].

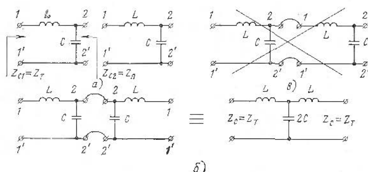


Рис. 5.4. Получение Т-образной схемы фильтра из двух Г-образных

Если теперь соединить зажимы 2 и 2′ первого звена с зажимами 2 и 2′ второго, как показано на рис. 5.4*б*, то будет получено каскадное соединение двух звеньев по *принципу согласованности характеристических сопротивлений*. Для сравнения на рис. 5.4*в* показано иное каскадное соединение этих же звеньев, при котором условие согласованности характеристических сопротивлений не выполняется. Действительно, зажимы 2 и 2′ первого звена, для которых характеристическое сопротивление выражается ф-лой (5.8), соединены с зажимами 1 и 1′ второго звена, для которых характеристическое сопротивление выражается ф-лой (5.7), а не (5.8). Такое соединение Г-образных звеньев, как на рис. 5.4*в*, с точки зрения теории характеристических параметров является *неправильным* и при синтезе фильтров по характеристическим параметрам не применяется.

Обратимся снова к схеме на рис. 5.4*б* и исследуем ее свойства.

Эскиз графика частотной зависимости характеристического затухания одного Г-образного звена показан на рис. 5.5 (кривая *1*). При соединении звеньев по принципу согласованности характеристических сопротивлений их характеристические затухания складываются. Поэтому для получения графика характеристического затухания двухзвенной схемы рис. 5.4*б* достаточно удвоить ординаты графика характеристического затухания Г-образного звена, как это сделано на рис. 5.5 (кривая *2*). Поясним, что в характеристической полосе пропускания для одного Г-образного звена имеем $a = a_{\Gamma} = 0$ и соответственно для схемы из двух звеньев $a = 2a_{\Gamma} = 0$. В характеристической полосе задерживания затухание Г-образного звена не равно нулю и соответственно затухание двухзвенного четырехполюсника $a = 2a_{\Gamma} \neq 0$.

Таким образом, *четырехполюсник, составленный из двух одинаковых Г-образных звеньев ФНЧ типа К также будет фильтром нижних частот и называется звеном типа К* (только уже не Г-, а Т-образным звеном типа K, учитывая конфигурацию схемы).

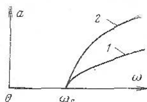


Рис. 5.5. Переход к графику затухания Т-образного звена

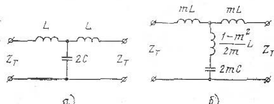


Рис. 5.6. Звено типа K и последовательно-производное звено типа m

В двухзвенной схеме на рис. 5.4б два элемента емкости C, соединенных параллельно, можно заменить одним эквивалентным (равным $2C$), как показано на этом же рисунке справа. Такая замена никак не отразится на величине характеристической постоянной передачи Т-образного четырехполюсника.

Последовательно-производное звено ФНЧ типа m. На рис. 5.6а изображено известное нам Т-образное звено ФНЧ типа K, а на рис. 5.6б — более сложная симметричная Т-образная схема из четырех элементов, величины которых выражены через элементы звена типа K. Сомножители m, $(1-m^2)/2m$ и $2m$ в обозначениях элементов новой схемы представляют собой коэффициенты пропорциональности между величинами элементов этой схемы и величинами элементов звена типа K.

В качестве коэффициента m можно принять любую положительную вещественную величину в пределах от 0 до 1. [При $m>1$ величина индуктивности $(1-m^2)L/2m$ в схеме нового звена становится отрицательной и не может быть реализована на практике. При $m=1$ величина этой же индуктивности обращается в нуль и схема нового звена переходит в схему звена типа K.]

В пределах упомянутого интервала значений $0<m\leqslant 1$ величина m может быть выбрана совершенно произвольно. Например, при расчете элементов «нового» звена можно принять $m=0,42$ или $m=0,59$ и т. д. Но задавшись некоторым значением m, необходимо сохранить его неизменным при расчете всех четырех элементов одного и того же звена.

Анализ характеристических параметров «нового» звена (например, с помощью опытов короткого замыкания и холостого хода) приводит к двум замечательным результатам.

1. Четырехэлементное звено на рис. 5.6 представляет собой фильтр НЧ с частотой среза

$$\omega_c = 1/\sqrt{LC},$$

т. е. имеет такую же частоту среза, как и Т-образное звено типа K.

2. Характеристическое сопротивление четырехэлементного звена не зависит от численного значения параметра m и выражается точно такой же формулой, как и у звена типа K.

Казалось бы, более сложная схема должна иметь и более сложную формулу характеристического сопротивления. Однако в данном случае этого не происходит, и характеристические сопротивления обеих схем выражаются одинаковой формулой именно за счет выбора множителей пропорциональности между величинами звена K и четырехэлементной схемы в виде функций параметра m: $(1-m^2)/2m$; $2m$ и m.

Перечислим еще раз особенности четырехэлементного звена на рис. 5.6.

1. Звено содержит вместо элемента емкости $2C$ два элемента $\left(\frac{1-m^2}{2m} L \text{ и } 2mC\right)$, соединенных *последовательно.*

2. Звено получено (*«произведено»*) из схемы звена типа K путем некоторого усложнения последней.

3. Величины элементов звена при заданных значениях L и C являются функциями параметра m.

Все три особенности нашли отражение в названии четырехэлементного звена: *последовательно-производное звено типа m.*

Равенство характеристических сопротивлений Т-образного звена типа K и последовательно-производного звена типа m (рис. 5.6) позволяет соединять такие звенья друг с другом каскадно по принципу согласованности характеристических сопротивлений. Такую возможность широко используют на практике, потому что изменение численного значения параметра m позволяет разнообразить частотные характеристики затухания. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Анализ ф-лы (5.1) для функции th$g$ звена типа K показывает, что в характеристической полосе задерживания при изменении частоты от ω_c до ∞ характеристическое затухание фильтра монотонно растет от 0 до бесконечно большой величины, как показано на рис. 5.7.

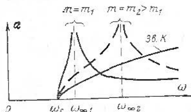


Рис. 5.7. Влияние параметра m на частотную зависимость характеристического затухания

В схеме последовательно-производного Т-образного звена типа m поперечная ветвь образована колебательным контуром из элементов индуктивности $L'' = \frac{1-m^2}{2m} L$ и емкости $C'' = 2mC$, соединенных последовательно. Сопротивление этого контура при резонансной частоте обращается в нуль, что равносильно короткому замыканию тех точек, между которыми включен контур, т. е. по-

явлению закорачивающей перемычки между верхним и нижним проводниками схемы звена. Поэтому если к входу фильтра подвести напряжение, частота которого совпадает с резонансной частотой контура из элементов L'' и C'', то напряжение этой частоты на выходе фильтра будет равно нулю. Это означает, что затухание четырехполюсника имеет бесконечно большую величину: $a=\infty$.

Благодаря наличию последовательного колебательного контура $L''C''$ звено типа m имеет бесконечно большое затухание не при бесконечно большой, как у звена типа K, а при конечной частоте, которая совпадает с резонансной частотой контура $L''C''$.

График частотной зависимости затухания звена типа m для некоторого значения параметра $m=m_1$ показан на том же рисунке, что и график звена типа K (см. рис. 5.7). По мере увеличения частоты, начиная от ω_c, характеристическое затухание звена типа m сначала растет (причем быстрее, чем у звена K). При некоторой частоте, которую обозначим символом $\omega_{\infty 1}$, оно становится бесконечно большой величиной. При дальнейшем увеличении частоты затухание убывает сначала быстро, а затем медленнее. При стремлении частоты к бесконечности характеристическое затухание звена типа m стремится к некоторой конечной и не равной нулю величине.

Чтобы выяснить, как влияет численное значение параметра m на частоту бесконечно большого затухания звена, выразим эту частоту через величины элементов L'' и C'':

$$\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{L''C''}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1-m^2}{2m} L\,(2mC)}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}\,\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}}. \qquad (5.9)$$

Формула показывает, что при уменьшении параметра m от 1 до 0 частота бесконечно большого затухания также уменьшается от ∞ до частоты среза. Влияние изменения параметра m на график характеристического затухания поясняется рис. 5.7, на котором штриховая кривая соответствует значению параметра $m=m_2>m_1$.

Применение звеньев типов K и m при составлении схемы многозвенного фильтра основано на следующих соображениях. Фильтр из одного или нескольких звеньев типа K будет иметь большое затухание при частотах $f\gg f_c$, но он же будет иметь малое затухание при частотах, которые мало отличаются от частоты среза, т. е. при $f\leqslant(1{,}2\div1{,}3)f_c$. Наоборот, фильтр из одного или нескольких звеньев типа m будет иметь большое затухание в окрестности частоты $f=f_\infty$. Но этот же фильтр будет иметь малое затухание при достаточно высоких частотах.

Можно совместить достоинства обоих звеньев, если составить схему фильтра, соединив звенья K и m каскадно, как показано

на рис. 5.8*а*. Характеристическое затухание такой схемы будет равно сумме *характеристических затуханий обоих соединенных* звеньев. График частотной зависимости характеристического затухания (кривая *3* на рис. 5.8*б*) можно получить путем сложения ординат графиков затухания обоих звеньев (кривые *1* и *2*). Рас-

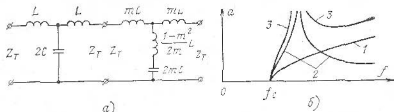


Рис. 5.8. Схема фильтра из звена типа *K* и типа *m* и частотная зависимость ее характеристического затухания

сматривая кривую *3*, приходим к выводу, что благодаря наличию звена типа *K* двухзвенный фильтр имеет большое затухание на высоких частотах, а благодаря наличию звена типа *m* — большое затухание при частотах, близких к частоте среза (т. е. там, где затухание звена типа *K* было сравнительно невелико).

Все сказанное остается справедливым при любом количестве соединенных звеньев, причем звенья могут иметь неодинаковые значения параметра *m*, но необходимо, чтобы все соединяемые звенья были образованы из одного и того же звена типа *K*. Фильтры, применяемые в аппаратуре связи, часто содержат по пять-шесть звеньев типов *K* и *m*.

Характеристическое сопротивление типа Z_T. Характеристическое сопротивление Т-образного звена ФНЧ типа *K* (а значит, и Т-образного последовательно-производного звена типа *m*) условились обозначать символом Z_T. Поскольку Т-образное звено типа *K* составлено из двух Г-образных по принципу согласованности характеристических сопротивлений, то характеристические сопротивления Т-образного звена будут такими же, как и характеристическое сопротивление Z_{c1} Г-образного звена (см. рис. 5.4*а*), для которого мы получили ф-лу (5.7):

$$Z_T = K\sqrt{1-\eta^2}. \tag{5.10}$$

Характеристическая постоянная передачи. Характеристическое затухание Т-образного звена типа *m* в характеристической полосе пропускания равно нулю, а в характеристической полосе задерживания определяется формулой

$$a = \ln\left|\frac{1+mt}{1-mt}\right|, \tag{5.11}$$

где *m* — численное значение параметра *m* рассчитываемого звена, а *t* — вспомогательный расчетный параметр, равный:

$$t = \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2-1}}. \tag{5.12}$$

Эскиз частотной зависимости характеристической фазовой постоянной b Т-образного звена типа m показан на рис. 5.9.

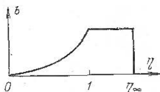


Рис. 5.9. Частотная зависимость характеристической фазовой постоянной звена типа m

В характеристической полосе пропускания величину b можно вычислить с помощью формулы

$$\operatorname{tg}\frac{b}{2} = m\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}. \qquad (5.13)$$

В характеристической полосе задерживания на интервале $1 \leqslant \eta \leqslant \eta_\infty$ величина b остается неизменной, равной π радиан. При нормированной частоте $\eta = \eta_\infty$ график величины b имеет точку разрыва, и, наконец, при $\eta > \eta_\infty$ величина b равна нулю. Во всех случаях символом η_∞ обозначена нормированная частота бесконечно большого затухания звена типа m. С учетом (5.9)

$$\eta_\infty = \frac{\omega_\infty}{\omega_c} = \frac{f_\infty}{f_c} = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}, \qquad (5.14)$$

где m — численное значение параметра m рассматриваемого звена.

По ф-лам (5.11) и (5.13) можно рассчитать и параметры Т-образного звена типа K, если подставить в них значение $m = 1$.

П-образное звено типа K. Два Г-образных звена ФНЧ типа K, показанных на рис. 5.4*а*, можно соединять друг с другом не только посредством зажимов *2* и *2'*, как это сделано на рис. 5.4*б*, но и посредством зажимов *1* и *1'*, как показано на рис. 5.10.

В схеме рис. 5.10 соблюдается условие согласованности характеристических сопротивлений в точках соединения четырехполюсников. Поэтому характеристическая постоянная передачи полученного П-образного четырехполюсника будет равна удвоенной характеристической постоянной передачи одного Г-образного звена. Следовательно, полученное П-образное звено, как и каждое из Г-образных, будет фильтром нижних частот типа K: *П-образным звеном* ФНЧ типа K. Характеристическое сопротивление П-образного звена типа K ($Z_{c1} = Z_{c2} = Z_c$) совпадает с характеристическим сопротивлением Z_{c2} Г-образного звена, определяется ф-лой (5.8) и обозначается символом Z_Π:

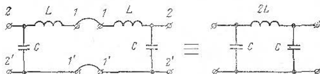


Рис. 5.10. Получение П-образной схемы фильтра из двух Г-образных

$$Z_\Pi = K/\sqrt{1-\eta^2}. \qquad (5.15)$$

Два элемента индуктивности L в двухзвенной схеме на рис. 5.10 можно заменить одним, имеющим величину $2L$. Такая замена *никак не отразится на величине характеристических параметров* П-образного звена, но означает замену двух катушек индуктивности в схеме фильтра одной.

Параллельно-производное звено типа m. На рис. 5.11*а* изображено П-образное звено ФНЧ типа K, а на

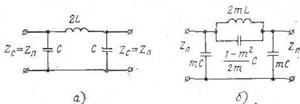


Рис. 5.11. Звено типа K и параллельно-производное звено типа m

рис. 5.11*б* — четырехэлементное звено более сложной схемы. Если выбрать величины элементов нового звена в соответствии с обозначениями на рис. 5.11*б*, где L и C — величины элементов Г-образного звена типа K, а m — некоторая постоянная, удовлетворяющая условию $0<m<1$, то с помощью опытов холостого хода и короткого замыкания можно убедиться в следующем:

1. Четырехэлементное звено представляет собой фильтр НЧ с такой же частотой среза, как и частота среза Г-образного звена:

$$\omega_c = 1/\sqrt{LC}.$$

2. Характеристическое сопротивление четырехэлементного звена не зависит от численного значения m и выражается такой же формулой, как и характеристическое сопротивление П-образного звена типа K.

Схема четырехэлементного звена получена (*«произведена»*) путем усложнения схемы П-образного звена типа K. Она содержит два двухполюсника $\left(L''=2mL \text{ и } C''=\frac{1-m^2}{2m}C\right)$, соединенных *параллельно*. Величины ее элементов являются функциями расчетного параметра m. Эти три особенности четырехэлементного звена нашли отражение в его названии: *параллельно-производное звено ФНЧ типа m*. Наличие параллельного контура в продольной ветви звена типа m приводит к тому, что на резонансной частоте контура затухание звена становится бесконечно большой величиной: параллельный контур имеет при резонансной частоте бесконечно большое сопротивление и ведет себя подобно обрыву той ветви, в которую он включен.

Частота бесконечно большого затухания параллельно-производного звена зависит от численного значения параметра m и определяется той же формулой, что и частота бесконечно большого затухания последовательно-производного звена. Изменяя численное

значение m, можно (при неизменной частоте среза) изменять частоту бесконечно большого затухания звена.

Равенство характеристических сопротивлений П-образного звена типа K и параллельно-производного звена типа m в полосе частот от 0 до ∞ позволяет соединять такие звенья друг с другом каскадно по принципу согласованности характеристических сопротивлений (сравните с соединением последовательно-производных звеньев типа m и Т-образных звеньев типа K). Эту возможность широко используют при синтезе фильтров по характеристическим параметрам.

Пример схемы, образованной путем каскадного соединения П-образного звена типа K и параллельно-производного звена типа m, приведен на рис. 5.12. Частотная зависимость характеристического затухания такого фильтра соответствует кривой 3 на рис. 5.8б. Если в схемах на рис. 5.8а и 5.12 звенья имеют одинаковые численные значения элементов L и C (т. е. одинаковые частоты среза), а звенья типа m, кроме того, одинаковые численные значения параметра m, то характеристическое затухание обоих фильтров при любой частоте будет иметь одинаковую величину.

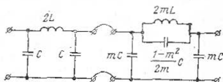


Рис. 5.12. Схема фильтра из звена типа K и типа m

Характеристическое затухание и характеристическая фазовая постоянная параллельно-производного звена типа m выражается теми же ф-лами (5.11) и (5.13), что и в случае последовательно-производного звена. Эти же формулы при $m = 1$ определяют частотную зависимость параметров П-образного звена типа K.

Расчет элементов Г-образного звена. Величины элементов звеньев типа m выражаются через величины элементов L и C схемы Г-образного звена типа K. В свою очередь, величины L и C можно найти из системы уравнений

$$K = \sqrt{L/C} \quad \text{и} \quad \omega_c = 1/\sqrt{LC},$$

если известны круговая частота среза звена ω_c и номинальное значение характеристического сопротивления K.

Разделив почленно первое равенство на второе, а затем перемножив их, получаем:

$$\left.\begin{aligned} L &= K/\omega_c; \\ C &= 1/\omega_c K. \end{aligned}\right\} \tag{5.16}$$

Физическое объяснение частотной зависимости характеристического затухания. Для симметричного согласованно нагруженного четырехполюсника выходное напряжение связано со входным зависимостью

$$U_2 = U_1 e^{-a}, \tag{5.17}$$

где a — характеристическое затухание.

Если величина a в некоторой полосе частот равна нулю (что как раз и имеет место в характеристической полосе пропускания фильтра), то при любом изменении частоты в пределах упомянутой полосы величина выходного напряжения будет оставаться равной величине входного. Этот результат может показаться удивительным и непонятным, поскольку из теории рабочих параметров известно, что формула рабочего затухания содержит под знаком логарифма многочлен (или отношение двух многочленов) переменной ω и, следовательно, любое изменение частоты должно приводить к изменению рабочего затухания и выходного напряжения фильтра.

Для объяснения противоречия напомним, что рабочее затухание фильтров LC рассматривалось для случая чисто активных и не зависящих от частоты сопротивлений генератора и нагрузки. В то же время ф-ла (5.17) в соответствии с определением характеристической постоянной передачи $g=a+ib$ предполагает, что выходные зажимы четырехполюсника нагружены согласованно, т. е. на «свое» характеристическое сопротивление.

Что же можно сказать о характеристических сопротивлениях $Z_Т$ и $Z_П$ звеньев типа K и m? Рассматривая ф-лу (5.10) характеристического сопротивления $Z_Т$, убеждаемся в следующем:

1. Сопротивление $Z_Т$ зависит от частоты.

2. *В характеристической полосе пропускания оно остается* чисто вещественной величиной и изменяется от значения $Z_Т=K$ при $\eta=0$ до $Z_Т=0$ при $\eta=1$, как показано сплошной линией на рис. 5.13.

3. В характеристической полосе задерживания сопротивление $Z_Т$ *является чисто мнимой величиной*, имеет индуктивный характер и при увеличении частоты монотонно увеличивается по модулю, как показано штриховой кривой на том же рисунке.

Из ф-лы (5.15) для характеристического сопротивления $Z_П$ следует:

1. *Сопротивление* $Z_П$ зависит от частоты.

2. В пределах характеристической полосы пропускания величина $Z_П$ остается чисто вещественной и изменяется от значения $Z_П=K$ при $\eta=0$ до бесконечно большой величины при $\eta\to1$ (см. график на рис. 5.13).

3. В характеристической полосе задерживания сопротивление $Z_П$ является чисто мнимой величиной *емкостного* характера и по мере увеличения частоты монотонно убывает по модулю, как показано на том же графике штриховой кривой.

Теперь мы в состоянии объяснить, почему при изменении частоты в пределах характеристической полосы пропускания для звеньев типов K и m соблюдается условие (5.17), т. е. $U_2=U_1$. Формула (5.17) предполагает нагрузку выходных зажимов на характеристическое сопротивление, а это сопротивление в случае звеньев типов K и m зависит от частоты. Иными словами, записывая для характеристической полосы пропускания соотношение $U_2=U_1e^0=U_1$, подразумевают, что *любое изменение частоты в*

пределах этой полосы сопровождается изменением нагрузочного сопротивления симметричного звена (или фильтра). Именно за счет изменения величины нагрузочного сопротивления обеспечивается равенство выходного напряжения фильтра входному в пределах характеристической полосы пропускания.

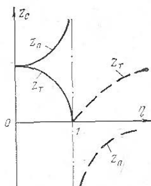


Рис. 5.13. Частотная зависимость характеристических сопротивлений $Z_{\text{Т}}$ и $Z_{\text{П}}$

Если же сопротивление нагрузки оставить неизменным, то при изменении частоты и $U_1 = \text{const}$ выходное напряжение U_2 будет изменяться.

Постоянство величины выходного напряжения при согласованной нагрузке обеспечивается благодаря резонансным явлениям в схеме фильтра. Увеличение затухания в характеристической полосе задерживания объясняется тем, что отдельные Г-образные участки схемы фильтра ведут себя подобно делителям напряжения, затухание которых зависит от частоты.

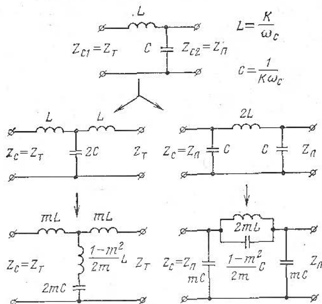


Рис. 5.14. Схемы звеньев фильтров НЧ

Таблица схем звеньев ФНЧ. Все схемы звеньев, рассмотренные в этом параграфе, представлены на рис. 5.14, на котором показан переход от Г-образного звена ФНЧ типа K к Т- и П-образному звеньям типа K и, в свою очередь, переход от звеньев

типа K к звеньям типа m. Для каждого звена указан тип его характеристического сопротивления, что позволяет использовать данный рисунок в качестве справочника по звеньям фильтра НЧ.

5.3. Фильтры из звеньев типов K и m

Понятие о синтезе фильтра. Рассмотрим следующую задачу: фильтр НЧ имеет частоту среза $f_c = 3400$ Гц. Определить количество и тип звеньев фильтра, если известно, что при частоте $f_з = 4250$ Гц его характеристическое затухание должно быть не менее 32 дБ.

Расчет начинаем с определения нормированной граничной частоты рабочей полосы задерживания:

$$\eta_з = f_з/f_c = 4250/3400 = 1,25.$$

Теперь обращаемся к рис. 5.15, на котором представлены графики частотной зависимости характеристического затухания звеньев типа m в характеристической полосе задерживания при нескольких значениях параметра m. Рассматривая эти графики, необходимо решить, из скольких звеньев и с какими именно значениями параметра m должна состоять схема фильтра, чтобы при нормированных частотах $\eta \geqslant \eta_з$ его характеристическое затухание было не менее 32 дБ.

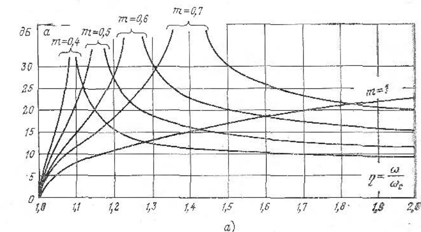
Рисунки *а* и *б* отличаются друг от друга только шкалой нормированных частот η (ось абсцисс). У первого это шкала линейна, а у второго приближается к логарифмической, в результате чего начальный участок характеристической полосы задерживания получается на чертеже сильно растянутым. Это облегчает отсчет величины затухания при заданной нормированной частоте. В дальнейшем, при рассмотрении примера, можно пользоваться любым из рисунков.

Сразу же заметим, что включать в схему фильтра звенья с параметрами $m = 0,4$ или $m = 0,5$ в данном случае было бы ошибкой, поскольку эти звенья имеют наибольшее затухание при нормированных частотах, меньших, чем $\eta_з$. А по условиям задачи при таких частотах никаких требований к величине затухания фильтра не предъявляется.

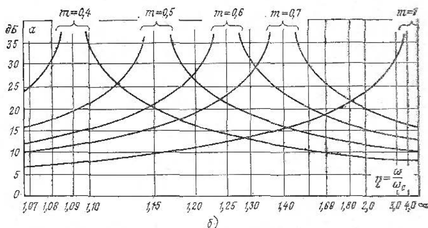
Рассмотрим график затухания звена с параметром $m = 0,6$. Такое звено имеет бесконечно большое затухание как раз при нормированной частоте $\eta = 1,25$, и в случае достаточно высокой добротности катушек и конденсаторов оно может обеспечить требуемую величину затухания при нормированной частоте $\eta = 1,25$. Но на более высоких частотах затухание этого звена, как следует из графика, уменьшается до 12 дБ и для выполнения заданной нормы затухания (32 дБ) потребовалось бы соединить каскадно три таких звена.

Для сравнения возможностей обратимся к графику затухания звена типа K ($m = 1$). При достаточно высоких частотах заданную норму в 32 дБ можно было бы обеспечить с помощью одного

только такого звена. Но при $\eta = \eta_3 = 1{,}25$ затухание звена типа K составляет только 12 дБ и для выполнения заданной нормы потребовалось бы соединить каскадно три таких звена.



а)



б)

Рис. 5.15. Частотные зависимости характеристического затухания звеньев типа m

А если составить схему фильтра из одного звена типа K и *одного звена типа m при $m = 0{,}6$, соединив эти звенья каскадно?* Суммируя мысленно ординаты графиков затухания этих звеньев, убеждаемся, что при нормированных частотах, превышающих величину $\eta = 1{,}25$, сумма ординат обоих графиков, т. е. сумма затуханий выбранных звеньев, нигде не снижается ниже требуемой величины (32 дБ). Таким образом, фильтр можно выполнить в виде каскадного соединения двух звеньев: звена типа K и звена типа m с параметром $m = 0{,}6$.

Судя по графикам, норма затухания будет выполнена и в том случае, если составить схему фильтра, например, из двух одинаковых звеньев типа m с параметром $m=0,75$. Но схема из одного звена типа K и одного звена типа m содержит меньше элементов, чем схема из двух звеньев типа m. По этой причине выбираем первое решение как более экономичное.

Обращаясь к рис. 5.14, замечаем, что условие согласованности характеристических сопротивлений будет выполнено, если соединить каскадно Т-образное звено типа K с Т-образным последовательно-производным звеном типа m или П-образное звено типа K с П-образным параллельно-производным звеном типа m.

Рабочее затухание фильтра. В реальных рабочих условиях фильтр обычно включен между генератором и нагрузкой, сопротивления которых чисто вещественны и не зависят от частоты. В то же время величины характеристических сопротивлений типов $Z_Т$ и $Z_П$ являются функциями частоты. По этой причине обеспечить равенство характеристического и нагрузочного сопротивлений фильтра в характеристической полосе пропускания удается только на одной единственной частоте. На всех остальных частотах нагрузочное сопротивление будет отличаться от характеристического, и *рабочее затухание фильтра в характеристической полосе пропускания в общем случае уже не будет равно нулю, хотя характеристическое затухание в упомянутой полосе равно нулю.*

Формула рабочего затухания симметричного четырехполюсника (2.49) для случая $R_н=R_г$ и $a=0$ принимает вид

$$a_р = 20\lg\left[1+\frac{1}{4}\left(\frac{Z_c}{R_н}-\frac{R_н}{Z_c}\right)^2\sin^2 b\right]. \qquad (5.18)$$

Очевидно, величина рабочего затухания определяется величиной второго слагаемого в выражении под знаком логарифма, которая, в свою очередь, зависит от двух факторов: от соотношения между характеристическим Z_c и нагрузочным $R_н$ сопротивлениями и от характеристической фазовой постоянной b.

Поскольку у фильтра НЧ из n звеньев величина b в характеристической полосе пропускания изменяется от 0 до $n\pi$ радиан, то функция $\sin^2 b$ в полосе пропускания изменяется «волнообразно» и имеет n максимумов. Столько же максимумов имеет и график рабочего затухания фильтра. Величина каждого максимума затухания зависит от степени рассогласования между сопротивлениями Z_c и $R_н$ и определяется численным значением выражения $[(Z_c/R_н)-(R_н/Z_c)]^2$.

Если предположить, что нагрузочные сопротивления фильтра выбраны равными величине K, то фильтр будет нагружен согласованно при нулевой частоте, а по мере увеличения частоты и приближения к частоте среза рассогласование будет увеличиваться, что приведет к увеличению амплитуды всплесков рабочего затухания в характеристической полосе пропускания фильтра, как показано на рис. 5.16 для случая трехзвенного фильтра.

Величина последнего всплеска может значительно превышать заданную норму неравномерности рабочего затухания в рабочей полосе пропускания фильтра. Наиболее простой способ преодолеть указанное затруднение — это увеличить частоту среза фильтра f_c по сравнению с граничной частотой рабочей полосы пропускания

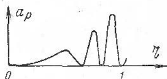


Рис. 5.16. Рабочее затухание фильтра из трех звеньев K и m в полосе пропускания

f_2 (принять $f_c > f_2$) с таким расчетом, чтобы упомянутый всплеск рабочего затухания, расположенный на оси частот ближе всех других к частоте среза, попал бы в переходную полосу частот фильтра.

Применение согласовывающих полузвеньев. Второй способ уменьшения неравномерности рабочего затухания в рабочей полосе пропускания заключается в применении так называемых согласовывающих Г-образных полузвеньев.

Мысленно рассечем П-образное параллельно-производное звено типа m по оси симметрии на два Г-образных звена, как показано штрихпунктирной линией на рис. 5.17. При этом параллель-

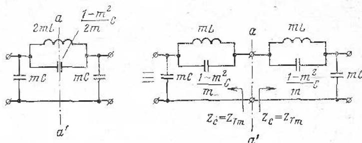


Рис. 5.17. Расчленение П-образного звена типа m на два Г-образных

ный контур расчленяется на два, имеющих такую же резонансную частоту, как и у первоначального контура. Индуктивность каждого из полученных контуров в 2 раза меньше, а емкость — в 2 раза больше, чем соответствующие элементы первоначального. Характеристические сопротивления Г-образных звеньев со стороны вновь полученных «внутренних» зажимов одинаковы и называются характеристическими сопротивлениями типа Z_{Tm}. Аналитическое выражение Z_{Tm} свидетельствует о следующем:

1. Величина Z_{Tm} в пределах характеристической полосы пропускания чисто вещественна, а за пределами этой полосы чисто мнимая.

2. Величина Z_{Tm} является не только функцией нормированной частоты η, но и функцией параметра m. Графики частотной зависимости сопротивления Z_{Tm} для нескольких значений m приведены на рис. 5.18*а*.

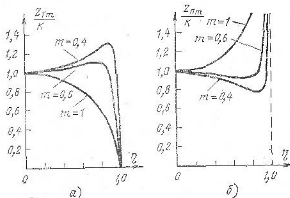


Рис. 5.18. Частотные зависимости характеристических сопротивлений Z_{Tm} и $Z_{\Pi m}$ в полосе пропускания

Рассматривая эти графики, убеждаемся, что при некоторых значениях m (в частности, например, при $m=0{,}6$) величина Z_{Tm} в значительной части характеристической полосы пропускания остается почти постоянной и очень мало отличается от K. Это позволяет обеспечить малое отклонение величины характеристического сопротивления фильтра от некоторой заданной величины нагрузочного сопротивления в полосе частот, достигающей 90% и более от характеристической полосы пропускания.

Правда, в самом конце характеристической полосы пропускания, при $\eta \to 1$, величина Z_{Tm}, как и величина Z_T, сильно отличается от K. Но в случае сопротивления Z_{Tm} участок, на котором имеет место сильное отклонение величины характеристического сопротивления от его номинального значения K, оказывается значительно меньше, чем в случае сопротивления Z_T.

Рассмотрим применение Г-образных звеньев для улучшения согласования. Составляя схему фильтра из параллельно-производных звеньев типа m, одно из звеньев расчленяют на два Г-образных звена и подключают их ко входу и выходу остальной схемы по принципу согласованности характеристических сопротивлений, как показано на рис. 5.19*а*. В результате получаем схему фильтра с характеристическими сопротивлениями Z_{Tm}. Легко догадаться, что на два Г-образных звена следует расчленять схему П-образного звена с таким значением параметра m, при котором будет обеспечена наименьшая неравномерность величины Z_{Tm} на интервале частот от 0 до η_2.

Если расчленить на два Г-образных звена схему последовательно-производного Т-образного звена, то будут получены звенья,

характеристическое сопротивление которых со стороны «новых» пар зажимов называется сопротивлением типа $Z_{\Pi m}$, а характеристическое сопротивление со стороны «старых» зажимов остается равным Z_{T}.

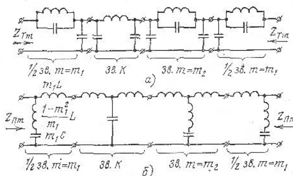


Рис. 5.19. Схемы фильтров с согласовывающими Г-образными звеньями типа m

Графики частотной зависимости сопротивления $Z_{\Pi m}$ для нескольких значений m показаны на рис. 5.18б. Легко заметить, что при некоторых значениях m и, в частности, при $m=0{,}6$ сопротивление $Z_{\Pi m}$ в значительной части характеристической полосы пропускания мало отличается от величины K. Звенья с таким значением m можно применять для улучшения согласования характеристического сопротивления фильтра с заданным не зависящим от частоты нагрузочным сопротивлением.

Для получения фильтра с характеристическим сопротивлением типа $Z_{\Pi m}$ необходимо составить схему из последовательно-производных звеньев, после чего одно из звеньев расчленить на два Г-образных звена и подключить одно из них ко входным зажимам оставшейся схемы, а другое — к выходным, соблюдая принцип согласованности характеристических сопротивлений, как показано, например, на рис. 5.19б. Очевидно, расчленять на два Г-образных звена следует Т-образное звено с таким значением параметра m, при котором будет обеспечено лучшее согласование характеристического сопротивления с нагрузочным.

Заметим, что при одинаковом численном значении параметра m сопротивления типов Z_{Tm} и $Z_{\Pi m}$, в принципе, обеспечивают одинаковое качество согласования (одинаковую величину неравномерности рабочего затухания), поскольку при любом фиксированном значении m функции Z_{Tm} и $Z_{\Pi m}$ удовлетворяют условию

$$Z_{Tm}(\eta)\, Z_{\Pi m}(\eta) = K^2,$$

и, следовательно, если при некоторой частоте сопротивление Z_{Tm}, например, превышает величину K в k раз, то сопротивление $Z_{\Pi m}$ при этой же частоте будет во столько же раз меньше, чем K, а на величине рабочего затухания оба отклонения скажутся одина-

ково: приведут к одной и той же величине рабочего затухания, вызванного рассогласованием.

Понятие о параллельной работе фильтров. Для разделения спектров частот, принадлежащих разным системам связи, при частотном уплотнении линии на приемном конце включают, как правило, не полосовые фильтры, а более простые по конструкции фильтры НЧ и ВЧ, как показано, например, на рис. 1.9. Легко заметить, что каждый из этих двух фильтров работает на свое нагрузочное сопротивление, в то время как их входные зажимы подключены к одной и той же линии, т. е. соединены параллельно. Как отразится параллельное соединение входных зажимов фильтров НЧ и ВЧ на качестве передачи сигналов? Для ответа рассмотрим схемы, приведенные на рис. 5.20.

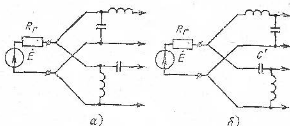


Рис. 5.20. Включение фильтров с П- и Т-образными окончаниями на параллельную работу

Двухпроводная линия как источник сигнала заменена на этом рисунке эквивалентным генератором, внутреннее сопротивление которого равно $R_г$.

Рассмотрим схему рис. 5.20*а* (в которой оба фильтра имеют характеристическое сопротивление типа $Z_П$) при частоте, принадлежащей полосе пропускания фильтра НЧ. Входное сопротивление фильтра НЧ в полосе пропускания практически чисто вещественно, а по величине мало отличается от K. В то же время входная индуктивность схемы фильтра ВЧ имеет при низких частотах малое сопротивление и, следовательно, играет роль шунта по отношению ко входному сопротивлению фильтра НЧ. В эту ветвь ответвляется значительная часть выходного тока линии. Уменьшается напряжение на входе (и на выходе) фильтра НЧ по сравнению с величиной, которая имела бы место при отсутствии шунтирующей индуктивности. Заметим, что по мере уменьшения частоты шунтирующее действие ветви с индуктивностью непрерывно растет.

Иную картину наблюдаем при тех же условиях (полоса пропускания фильтра НЧ) в схеме на рис. 5.20*б*. Здесь входное сопротивление фильтра НЧ в полосе пропускания по-прежнему практически равно K. Зато входное сопротивление фильтра ВЧ имеет большую величину за счет наличия элемента емкости C' во входной ветви и почти не оказывает шунтирующего действия по от-

ношению ко входным зажимам фильтра НЧ. Чем ниже частота, тем больше сопротивление элемента емкости C' и тем слабее шунтирующее действие входного сопротивления фильтра ВЧ.

К такому же выводу приходим, рассматривая частоты в полосе пропускания фильтра ВЧ. В схеме рис. 5.20*а* входные зажимы ФВЧ шунтируются сравнительно малым сопротивлением входной емкостной ветви фильтра НЧ, что приводит к уменьшению напряжения на входных зажимах фильтра ВЧ по сравнению со случаем, когда шунтирующее действие фильтра НЧ отсутствует. В то же время схема фильтра НЧ на рис. 5.20*б* начинается с индуктивной ветви, сопротивление которой при частотах полосы пропускания фильтра ВЧ достаточно велико и почти не оказывает шунтирующего действия по отношению к входному сопротивлению фильтра ВЧ. Таким образом, *при включении фильтра НЧ и ВЧ на параллельную работу следует применять схемы фильтров с Т-образным окончанием, поскольку схемы с П-образным окончанием оказывают друг на друга сильное шунтирующее действие, что приводит к значительному увеличению неравномерности рабочего затухания в полосе пропускания каждого фильтра.*

5.4. Звенья типов K и m фильтра верхних частот

Преобразование звеньев фильтра НЧ в звенья фильтра ВЧ. Если в звене типа K или m заменить каждый элемент индуктивности элементом емкости и наоборот, то в результате такого преобразования из схемы фильтра НЧ будет *получена схема фильтра ВЧ. При этом* преобразование звена типа K ФНЧ приводит к схеме звена типа K ФВЧ, а преобразование схемы параллельно-производного или последовательно-производного звена типа m ФНЧ приводит к соответствующей схеме звена типа m ФВЧ.

Пересчет величин элементов осуществляют по ф-лам (4.21) и (4.22). Поскольку применение этих формул приводит к пересчету частоты $\omega = 1$ рад/с характеристики фильтра НЧ в частоту $\omega_в = 1$ рад/с характеристики фильтра ВЧ, то для получения величин элементов Г-образного звена фильтра ВЧ с частотой среза $\omega_c = 1$ и номинальным значением характеристического сопротивления, равным K, поступаем следующим образом.

Сначала по ф-лам (5.16) определяем величины элементов такого Г-образного звена типа K фильтра НЧ, у которого номинальное значение характеристического сопротивления K равно 1 Ом, а круговая частота среза — 1 рад/с. Упомянутые формулы дают $L=1$ Гн; $C=1$ Ф, как показано на рис. 5.21*а*. Далее полученную схему преобразуем в схему фильтра верхних частот и по ф-лам (4.21) и (4.22) определяем величины ее элементов: $C'=1$ Ф и $L'=1$ Гн, как показано на рис. 5.21*б*. Затем осуществляем пересчет величин элементов звена ФВЧ на номинальное значение характеристического сопротивления, численно равное K Ом, и на

частоту среза, равную ω_c. Для этого по ф-лам (4.9)—(4.13) находим преобразующие множители частоты, сопротивления и элементов схемы. Первые два множителя численно равны:

$$n_\omega = \frac{\omega_c \text{ рад/с}}{1 \text{ рад/с}}; \quad n_Z = \frac{K \text{ Ом}}{1 \text{ Ом}},$$

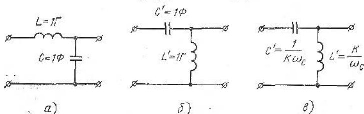


Рис. 5.21. Преобразование звена типа K фильтра НЧ в звено типа K фильтра ВЧ

откуда $k_L = K/\omega_c$ и $k_C = 1/K\omega_c$, и формулы для расчета величин элементов Г-образного звена типа K фильтра ВЧ приобретают вид:

$$L' = K/\omega_c; \quad C' = 1/K\omega_c. \tag{5.19}$$

Схема звена показана на рис. 5.21*в*. (Штрихи у обозначений элементов схемы ФВЧ на последующих рисунках для удобства записи опущены.)

Таблица схем звеньев. Рассмотренным выше способом можно получить все схемы фильтров ВЧ, изображенные на рис. 5.22: Т- и П-образную схемы типа K, Т-образную последовательно-производную типа m и П-образную параллельно-производную.

При практических расчетах фильтров ВЧ из звеньев типов K и m было бы напрасной тратой времени получать схемы фильтров ВЧ каждый раз заново из схем фильтров НЧ: следует использовать рис. 5.22 в качестве справочной таблицы.

Характеристики звеньев типа K и m фильтра ВЧ. Ранее было установлено, что характеристики схемы ВЧ можно получить из характеристик НЧ прототипа путем замены в формулах прототипа переменной $i\omega$ на выражение $1/i\omega_в$.

Как следствие, формулы для определения характеристических параметров $Z_Т$, $Z_П$ и a звеньев ВЧ получаются из соответствующих формул для звеньев НЧ путем замены в последних переменной $\eta = \omega/\omega_c$ на переменную $\eta_в = \omega_c/\omega_в$.

Формула величины $\operatorname{tg}(b/2)$, кроме того, приобретает знак «минус» в правой части и для фильтра ВЧ имеет вид

$$\operatorname{tg}\frac{b}{2} = -m\frac{\eta_в}{\sqrt{1-\eta_в}}. \tag{5.20}$$

Представить характер частотной зависимости каждого параметра и правильно выбрать знак перед корнем в формулах сопротивлений $Z_Т$ и $Z_П$ помогают эскизы частотной зависимости характеристических параметров звеньев ВЧ, приведенные на рис. 5.22.

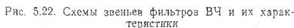


Рис. 5.22. Схемы звеньев фильтров ВЧ и их характеристики

5.5. Фильтры мостовой схемы

Четырехполюсник скрещенной мостовой схемы и его характеристические параметры. Четырехполюсник скрещенной мостовой схемы изображен на рис. 5.23*а*. *Скрещенной* схема называется по той причине, что в ее графическом изображении две ветви пересекаются (перекрещиваются). *Мосто-*

вой схема называется потому, что она представляет собой электрический мост, плечами которого служат двухполюсники Z_1—Z_4, а источник входного сигнала и сопротивление нагрузки образуют

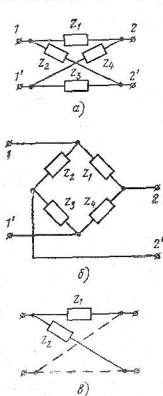


Рис. 5.23. Четырехполюсник скрещенной мостовой схемы

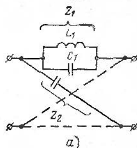


Рис. 5.24. Графический анализ мостовой схемы фильтра LC

диагонали моста, в чем легко убедиться, перечертив схему, как это сделано на рис. 5.23б.

В дальнейшем ограничимся анализом схемы, сопротивления плеч которой попарно равны: $Z_1=Z_3$ и $Z_2=Z_4$. Схемы таких четырехполюсников для упрощения чертежа часто изображают, как показано на рис. 5.23в: заменяя двухполюсники Z_3 и Z_4 штриховыми линиями.

Характеристические параметры скрещенной мостовой схемы определим с помощью опытов холостого хода и короткого замыкания. Рассматривая рис. 5.23б, находим входные сопротивления со стороны зажимов $1—1'$ для случаев короткого замыкания и холостого хода зажимов $2—2'$:

$$Z_{1к} = 2\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}; \quad Z_{1х} = \frac{Z_1 + Z_2}{2}.$$

Поскольку схема симметрична относительно вертикальной оси, ее характеристические сопротивления Z_{c1} и Z_{c2} одинаковы и выражаются формулой

$$Z_{c1} = Z_{c2} = Z_c = \sqrt{Z_{1к} Z_{1х}} = \sqrt{2 \frac{Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)} \frac{(Z_1 + Z_2)}{2}} = \sqrt{Z_1 Z_2}. \quad (5.21)$$

Формула для определения величины th$g$ имеет вид

$$\text{th}\, g = \sqrt{\frac{Z_{1к}}{Z_{1х}}} = \sqrt{2 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \bigg/ \frac{(Z_1 + Z_2)}{2}} = \frac{2 \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}}.$$

Сравним полученное выражение с формулой, определяющей величину th$g$ через функции половинного аргумента:

$$\text{th}\, g = \frac{2\, \text{th}\, \frac{g}{2}}{1 + \text{th}^2 \frac{g}{2}}.$$

Убеждаемся, что для схемы скрещенного мостового четырехполюсника имеет место зависимость

$$\text{th}\, \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}. \quad (5.22)$$

На ф-лах (5.21) и (5.22) основан расчет мостовых четырехполюсников аппаратуры связи.

Условие пропускания скрещенной мостовой схемы. Предположим, что в качестве плеч скрещенной мостовой схемы выступают реактивные двухполюсники $Z_1 = ix_1$ и $Z_2 = ix_2$, и выясним, может ли такая схема иметь характеристическую полосу пропускания (т. е. характеристическое затухание, равное нулю).

Обращаясь к ф-ле (5.22), замечаем, что следует рассмотреть два случая: когда сопротивления x_1 и x_2 имеют разные знаки и когда они имеют одинаковые знаки.

Если знаки реактивных сопротивлений разные, то в соответствии с (5.22) величина th$\frac{g}{2}$ является чисто мнимой, и с учетом анализа (5.2) можно записать

$$\text{th}\, \frac{g}{2} = i \sqrt{\left| \frac{x_1}{x_2} \right|} = i\, \text{tg}\, \frac{b}{2},$$

откуда следует, что в данном случае вещественная часть аргумента (характеристическое затухание a) должна быть равна нулю и параметры четырехполюсника выражаются формулами:

$$\left. \begin{aligned} & a = 0; \\ & \text{tg}\, \frac{b}{2} = \underset{(-)}{+} \sqrt{\left| \frac{x_1}{x_2} \right|}. \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

Если знаки сопротивлений x_1 и x_2 одинаковы, то величина $\operatorname{th}\frac{g}{2}$ является вещественной, что возможно только при не равной нулю вещественной части аргумента (т. е. величине a).

Таким образом, *полоса частот, в которой сопротивления x_1 и x_2 реактивного четырехполюсника скрещенной мостовой схемы имеют разные знаки, является характеристической полосой пропускания этого четырехполюсника.*

В качестве примера найдем характеристическую полосу пропускания четырехполюсника, изображенного на рис. 5.24*а*. На рис. 5.24*б* построены эскизы графиков частотной зависимости реактивных сопротивлений x_1 и x_2 его двухполюсников. Сравнивая обе кривые, замечаем, что в интервале от $\omega=0$ до $\omega=\omega_1=1/\sqrt{L_1C_1}$ сопротивления x_1 и x_2 имеют разные знаки, а при более высоких частотах — одинаковые. Следовательно, интервал $0\leqslant\omega<\omega_1$ является характеристической полосой пропускания, а при $\omega>\omega_1$ имеем характеристическую полосу задерживания.

Частота бесконечно большого затухания. При $x_1=x_2$ сопротивления всех плеч моста (см. рис. 5.23*б*) имеют одинаковую величину и мост оказывается сбалансированным. Если между зажимами одной диагонали сбалансированного моста приложить напряжение (например, U_1), то напряжение между зажимами другой диагонали будет равно нулю ($U_2=0$), что соответствует бесконечно большой величине затухания.

Частоты бесконечно большого затухания легко обнаружить при графическом анализе как абсциссы точек пересечения кривых $x_1(\omega)$ и $x_2(\omega)$. Например, кривые x_1 и x_2 на рис. 5.24*б* пересекаются при некотором значении частоты $\omega=\omega_\infty$, что свидетельствует о бесконечно большой величине характеристического затухания при этой частоте (см. график затухания на рис. 5.24*б*).

Практические схемы мостовых фильтров. Мостовые схемы фильтров содержат примерно в 2 раза больше элементов, чем лестничные с такими же характеристиками. Тем не менее их часто применяют в аппаратуре связи, поскольку высокодобротные пьезоэлектрические и магнитострикционные резонаторы (см. ниже) хорошо работают именно в мостовой, а не в лестничной схеме.

Можно уменьшить количество элементов мостового фильтра в 2 раза, если ввести в схему фильтра трансформатор, вторичная обмотка которого имеет вывод средней точки (рис. 5.25*а*), или

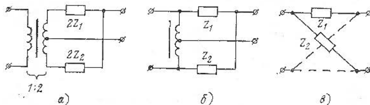


Рис. 5.25. Экономичные схемные реализации мостового фильтра

автотрансформатор с выводом от половины обмотки (рис. 5.25*б*). Каждая схема в отдельности содержит только по одному двухполюснику Z_1 и Z_2 и вместе с тем эквивалентна четырехполюснику рис. 5.25*в*, *схема которого содержит не два, а четыре двухполюсника.*

5.6. Фильтры с магнитострикционными и пьезоэлектрическими резонаторами

Критерий реализуемости полосовых фильтров. Наличие тепловых потерь в катушках и конденсаторах ухудшает характеристики фильтров по сравнению с рассчитанными для фильтров из идеальных элементов. Особенно заметно влияние потерь в случае полосовых фильтров с узкой относительной полосой пропускания, т. е. таких фильтров, характеристики которых должны удовлетворять неравенству $\Delta f/f_0 \ll 1$, где Δf — *полоса пропускания* фильтра и f_0 — центральная частота полосы пропускания.

Полосовой фильтр, рассчитанный по формулам для идеальных реактивных элементов, будучи выполнен из элементов с потерями, сохранит работоспособность только в том случае, *если величина добротности элементов будет удовлетворять условию*

$$Q \geqslant (15 \div 20) f_0/\Delta f.$$

Подставляя в эту формулу, например, значения $f_0 = 100$ кГц и $\Delta f = 3{,}3$ кГц (параметры одного из полосовых фильтров, образующих так *называемый двенадцатиканальный* блок аппаратуры высокочастотного телефонирования), получим $Q = 450 \div 600$. Изготовить катушки с такой величиной добротности и с высокой температурной стабильностью элементов индуктивности не представляется возможным. Конструкторы преодолели затруднения, *применив вместо* катушек *и* конденсаторов электромеханические резонаторы.

Электромеханический резонатор. Камертон, натянутая струна, твердый стержень или пластинка, *закрепленная в* одной или нескольких точках, являются примерами механических колебательных систем (механических резонаторов), поскольку при наличии внешней возмущающей силы в таких устройствах возникают механические колебания. Измерения показывают, что добротность механических резонаторов *легко получить равной* несколькими тысячам и даже десяткам тысяч, что практически недостижимо для колебательных контуров из современных катушек и конденсаторов.

Возникает идея: применить для фильтрации электрических сигналов механические *резонаторы. Конструкция, которая* реализует эту идею, должна содержать три принципиально необходимых узла (см. рис. 5.26): преобразователь электрических колебаний в механические (электромеханический преобразователь) *ЭМП*, один или несколько механических резонаторов, которые образу-

ют фильтр механических колебаний *Ф*, и преобразователь механических колебаний в электрические *МЭП*. Именно так устроены *электромеханические фильтры*.

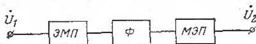


Рис. 5.26. Структурная схема фильтра с механическим резонатором

Конструкторы фильтров аппаратуры связи пошли по иному пути. Оказалось возможным объединить оба преобразователя и механический резонатор в одном сравнительно несложном устройстве — *электромеханическом резонаторе*. Электромеханическим резонатором являются, например, кварцевая пластинка с двумя посеребренными гранями (*пьезоэлектрический резонатор*) или ферритовый стержень с надетым на него каркасом катушки индуктивности (*магнитострикционный резонатор*). Пьезоэлектрический и магнитострикционный резонаторы при включении их в электрическую цепь ведут себя (каждый в отдельности) подобно трехэлементному реактивному двухполюснику с добротностью элементов, достигающей десятков тысяч. Из таких двухполюсников составляют схему электрического фильтра. Трехэлементные двухполюсники оказались особенно удобными для изготовления полосовых фильтров мостовой схемы.

Начиная с 30-х годов, полосовые фильтры с узкой относительной полосой пропускания выполнялись на основе пьезоэлектрических резонаторов. В настоящее время фильтры двенадцатиканального блока отечественной аппаратуры выполняют на основе магнитострикционных резонаторов. Конструкция такого резонатора, технология его изготовления и настройки разработаны советскими специалистами.

Устройство и характеристики магнитострикционного резонатора. Жестко закрепим конец никелевого или ферритового стержня, наденем на стержень проволочную катушку, как показано на рис. 5.27*а*, и будем пропускать по катушке переменный ток. Можно обнаружить, что при наличии тока в катушке длина стержня периодически изменяется с частотой, которая равна удвоенной частоте тока. В случае тока звуковой частоты изменение длины легко обнаруживается на слух: стержень начинает звучать. Точно так же звучат (при наличии тока в обмотках) магнитопроводы силовых и низкочастотных трансформаторов аппаратуры.

Объясним изменение длины стержня. Отдельные объемы материала стержня намагничены еще при отсутствии внешнего магнитного поля. Но магнитные оси этих намагниченных областей ориентированы в пространстве по-разному, хаотично, и стержень в целом ведет себя как ненамагниченный. Под действием внешнего магнитного поля намагниченные объемы материала (домены) изменяют свою ориентацию в пространстве таким образом, чтобы

их магнитные оси совпадали с направлением внешнего магнитного поля. Когда внешнее поле пропадает, домены возвращаются в исходное положение. Изменение ориентации доменов меняет длину стержня.

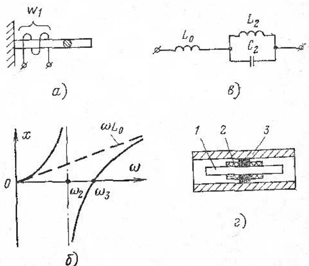


Рис. 5.27. Магнитострикционный резонатор и его эквивалентная схема

Изменение длины стержня под действием намагничивания называется магнитострикционным эффектом.

Магнитострикционный эффект обратим: удлинение стержня с помощью внешней механической силы приводит к его намагничиванию. Если периодически растягивать и отпускать стержень, то магнитный поток в нем будет изменяться с частотой деформации. Этот переменный поток возбуждает ЭДС в катушке, надетой на стержень.

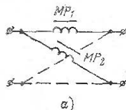
Предположим, что зажимы катушки устройства на рис. 5.27*а* соединены с зажимами источника гармонического напряжения, частота которого постепенно возрастает, начиная от нулевого значения. При достаточно низких частотах ток в катушке будет определяться величиной ее индуктивного сопротивления ωL_0, где L_0 — индуктивность катушки, измеренная при неизменной длине стержня (когда стержень закреплен с обоих торцов и лишен возможности удлиняться). Частотная зависимость сопротивления индуктивности ωL_0 показана на рис. 5.27*б* штриховой линией.

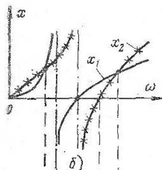
По мере приближения частоты генератора к резонансной частоте механических колебаний стержня амплитуда изменений длины стержня увеличивается. Одновременно увеличивается амплитуда магнитного потока в стержне, вызываемого изменением длины (т. е. вызываемого обратным магнитострикционным эффектом). Увеличение амплитуды «магнитострикционной» состав-

ляющей потока в стержне приводит к увеличению амплитуды ЭДС, которую переменный магнитный поток возбуждает в катушке. В соответствии с законом Ленца ЭДС, возбуждаемая магнитострикционным потоком, действует навстречу току и уменьшает его величину. Это равносильно увеличению реактивного сопротивления всего устройства. Сопротивление достигает максимума при частоте механического резонанса стержня ($\omega=\omega_2$ на рис. 5.27*б*). При дальнейшем увеличении частоты фаза магнитострикционной ЭДС, возбуждаемой в катушке, изменяется на 180°, что приводит к быстрому увеличению тока при изменении (увеличении) частоты. При некоторой частоте $\omega=\omega_3$ ток достигает максимума, а реактивная составляющая сопротивления резонатора обращается в нуль, как показано на графике. После этого при переходе через частоту ω_3 фаза ЭДС магнитострикции и знак реактивного сопротивления резонатора изменяются еще раз: реактивное сопротивление становится положительным, а его величина по мере роста частоты приближается к ωL_0.

Частотную зависимость реактивного сопротивления, показанную на рис. 5.27б, имеет трехэлементный двухполюсник, изображенный на рис. 5.27*в*. Эту схему принимают в качестве *эквивалентной схемы магнитострикционного резонатора*.

Конструкция магнитострикционного резонатора, применяемая в фильтрах 12-канального блока, схематически показана на рис. 5.27*г*. Здесь: *1* — стержень круглого сечения из специального феррита с сильно выраженным магнитострикционным эффектом; *2* — катушки возбуждения; *3* — постоянный магнит в виде полого цилиндра. Постоянный магнит имеет то же назначение, что и в телефоне микротелефонной трубки: предотвратить удвоение частоты колебаний стержня по сравнению с





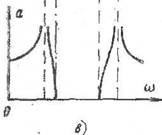


Рис. 5.28. Полосовой фильтр с магнитострикционными резонаторами

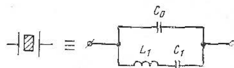


Рис. 5.29. Эквивалентная схема пьезоэлектрического резонатора

частотой возбуждения. Длина магнитострикционного стержня составляет несколько сантиметров, индуктивность катушки L_0 — несколько десятков микрогенри, а отношение резонансных частот ω_3/ω_2 в зависимости от материала резонатора и типа колебаний лежит в пределах от 1,01 до 1,1. Добротность двухполюсника, эквивалентного резонатору, составляет $2\cdot10^3$—$4\cdot10^3$, что в десятки раз превышает величину добротности двухполюсников из катушек и конденсаторов.

Полосовые фильтры двенадцатиканального блока. Каждый из двенадцати фильтров блока представляет собой звено скрещенной мостовой схемы из четырех магнитострикционных резонаторов (рис. 5.28*а*). Графики частотной зависимости реактивных сопротивлений двухполюсников MP_1 и MP_2, а также эскиз графика частотной зависимости характеристического затухания звена изображены соответственно на рис. 5.28*б* и *в*.

Обратим внимание на принцип построения схемы: первую резонансную частоту второго резонатора совмещают со второй резонансной частотой первого резонатора. При этом характеристическая полоса пропускания фильтра по ширине равна интервалу между резонансными частотами первого резонатора, сложенному с таким же интервалом второго резонатора.

Если выбрать величину индуктивности L_0 второго резонатора большей, чем первого ($L_{02}>L_{01}$), то равенство сопротивлений x_1 и x_2 в характеристической полосе задерживания будет обеспечено дважды: один раз в нижней ее части, а другой — в верхней, т. е. будут получены две частоты бесконечно большого затухания.

Пьезоэлектрический резонатор. Эквивалентная схема пьезоэлектрического резонатора показана на рис. 5.29. Из таких резонаторов можно выполнить полосовой фильтр скрещенной мостовой схемы, применяя тот же принцип совпадения резонансных частот двух резонаторов, что и в случае фильтра из магнитострикционных резонаторов.

6

Глава

ТРАНСФОРМАТОР И АВТОТРАНСФОРМАТОР ДЛЯ СОГЛАСОВАНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

6.1. Переходный трансформатор

Понятие о трансформаторе. *Трансформатором называется прибор из двух неподвижных катушек индуктивности, электрически связанных друг с другом посредством общего магнитного потока, создаваемого токами этих катушек.*

В электроэнергетике трансформаторы служат для изменения («преобразования») амплитуды переменного напряжения или тока. В цепях аппаратуры связи широко используют другое свойство трансформатора: его способность преобразовывать (пересчитывать) величину сопротивления, подключенного к зажимам вторичной обмотки. Это свойство удобно рассмотреть на примере так называемого идеального трансформатора.

Идеальный трансформатор. *Идеальным* трансформатором *ИТр* называется трансформатор, обладающий следующими тремя свойствами:

1. Активные сопротивления первичной и вторичной катушек (называемых *обмотками* трансформатора) равны нулю: $R_1=R_2=0$.

2. Индуктивность каждой обмотки бесконечно велика: $L_1 \to \infty$ и $L_2 \to \infty$, но отношение величин этих индуктивностей является конечной величиной, которую обозначают как n^2:

$$L_1/L_2 = n^2. \tag{6.1}$$

Величина $n=\sqrt{L_1/L_2}$ называется *коэффициентом трансформации* и по своему физическому смыслу представляет собой отношение числа витков w_1 первичной обмотки к числу витков w_2 вторичной обмотки:

$$n = w_1/w_2. \tag{6.2}$$

Переход от величин индуктивностей к числу витков основан на известной физической закономерности: при размещении двух катушек на *общем* замкнутом магнитопроводе с большой величиной магнитной проницаемости индуктивность каждой катушки будет пропорциональна квадрату числа ее витков:

$$L_1 = k\,\omega_1^2; \quad L_2 = k\,\omega_2^2,$$

где k — коэффициент, учитывающий геометрические размеры и свойства материала магнитопровода. Если подставить эти значения L_1 и L_2 в (6.1), то после извлечения корня получим ф-лу (6.2).

3. Каждый виток первичной и вторичной обмотки трансформатора пронизывается одним и тем же, одинаковым по величине, магнитным потоком. Сказанное поясняется рис. 6.1*а*, на котором

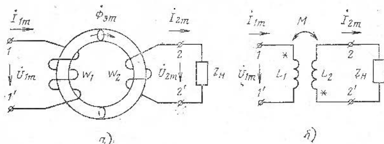


Рис. 6.1. Идеальный трансформатор и его эквивалентная схема

магнитный поток представлен сосредоточенным в некотором объеме пространства, причем объем имеет форму тора («баранки»). Ни одна из магнитных силовых линий, пронизывающих первичную обмотку, не проходит мимо вторичной (не замыкается в обход вторичной). Точно так же ни одна из магнитных силовых линий, пронизывающих вторичную обмотку, не замыкается в обход первичной. Такой трансформатор называют *трансформатором без рассеяния* (подразумевается рассеяние магнитного потока одной обмотки в обход другой).

Математически отсутствие рассеяния магнитного потока выражается равенством

$$M/\sqrt{L_1 L_2} = 1, \tag{6.3}$$

где M — коэффициент взаимной индуктивности между обмотками.

Поскольку обе обмотки пронизываются одинаковым (одним и тем же) магнитным потоком, отношение напряжений между зажимами обмоток равно коэффициенту трансформации:

$$U_1/U_2 = n.$$

Трансформация нагрузочного сопротивления. Эквивалентная схема любого (не обязательно идеального) трансформатора *без потерь в обмотках* содержит два элемента индуктивности, электрически связанных друг с другом посредством элемента взаимной индуктивности, как показано на рис. 6.1*б*. Предположим, что зажимы вторичной обмотки трансформатора замкнуты на сопротивление $Z_н$, и вычислим входное сопротивление полученной цепи со стороны зажимов $1—1'$. С этой целью составим для схемы рис. 6.1*б* систему уравнений Кирхгофа:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \mathrm{i}\,\omega L_1 \dot{I}_1 + \mathrm{i}\,\omega M \dot{I}_2; \\ 0 &= \mathrm{i}\,\omega M \dot{I}_1 + (\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_н)\,\dot{I}_2 \end{aligned}\right\}. \tag{6.4}$$

Здесь первое слагаемое в правой части первого уравнения представляет собой падение напряжения, создаваемое током первичной обмотки на ее зажимах, а второе слагаемое — падение напряжения, создаваемое между зажимами первичной обмотки током вторичной обмотки. Знак этого слагаемого («плюс») найден по известным из курса теоретических основ электротехники правилам с учетом направления обхода первого контура и направления влияющего тока относительно одноименных (помеченных звездочками) зажимов обеих обмоток.

Входное сопротивление трансформатора определим из первого уравнения системы как отношение комплекса входного напряжения $\dot{U}_1$ к комплексу входного тока $\dot{I}_1$. Предварительно необходимо исключить из первого уравнения комплекс тока $\dot{I}_2$, что можно сделать, выразив $\dot{I}_2$ через $\dot{I}_1$ из второго уравнения системы:

$$\dot{I}_2 = \frac{-\mathrm{i}\,\omega M}{\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_н}\,\dot{I}_1.$$

После подстановки в первое уравнение и почленного деления обеих его частей на $\dot{I}_1$ получаем

$$Z_{\text{вх } 1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{-\omega^2 L_1 L_2 + \mathrm{i}\,\omega L_1 Z_{\text{н}} + \omega^2 M^2}{\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_{\text{н}}} = \frac{\mathrm{i}\,\omega L_1 Z_{\text{н}}}{\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_{\text{н}}}, \tag{6.5}$$

поскольку слагаемые $(-\omega^2 L_1 L_2)$ и $\omega^2 M^2$ взаимно уничтожаются на основании (6.3).

Разделим почленно числитель и знаменатель полученного выражения на $\mathrm{i}\omega L_2$ и перейдем к пределу при $L_2 \to \infty$ и $(L_1/L_2) = n^2$, что характерно для идеального трансформатора:

$$Z_{\text{вх } 1} = \lim_{L_2 \to \infty} \frac{\frac{L_1}{L_2} Z_{\text{н}}}{1 + \frac{Z_{\text{н}}}{\mathrm{i}\,\omega L_2}} = n^2 Z_{\text{н}}, \tag{6.6}$$

поскольку при $L_2 \to \infty$ модуль величины $(Z_{\text{н}}/\mathrm{i}\omega L_2)$ стремится к нулю.

Из ф-лы (6.6) следует, что *при замыкании зажимов вторичной обмотки идеального трансформатора на сопротивление* $Z_{\text{н}}$ *входное сопротивление трансформатора со стороны зажимов первичной обмотки будет равно величине*

$$Z_{\text{вх } 1} = n^2 Z_{\text{н}} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 Z_{\text{н}}, \tag{6.7}$$

т. е. входное сопротивление отличается от нагрузочного в n^2 раз.

Рассмотрим некоторые применения этого свойства. Предположим, что требуется передать максимальную мощность от генератора с заданной ЭДС E_{1m} и внутренним сопротивлением $Z_{\text{г}} = R_{\text{г}}$ в сопротивление нагрузки $Z_{\text{н}} = R_{\text{н}}$, величина которого отличается от величины внутреннего сопротивления генератора: $R_{\text{н}} \neq R_{\text{г}}$ (рис. 6.2*а*).

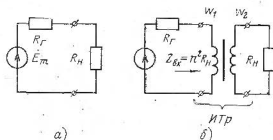


Рис. 6.2. Согласование нагрузочного сопротивления

Известно, что нагрузочное сопротивление $R_{\text{н}}$ при непосредственном подключении его к зажимам генератора с заданным внутренним сопротивлением $R_{\text{г}}$ получает максимально возможную мощность в том и только в том случае, если оно равно внутренне-

му сопротивлению генератора. При $R_н \neq R_г$ мощность, получаемая нагрузкой, будет меньше, чем максимально возможная, независимо от того, в какую сторону отличается величина $R_н$ от $R_г$.

Предположим, что между зажимами генератора и нагрузочного сопротивления включен идеальный трансформатор, как показано на рис. 6.2*б*, и что коэффициент трансформации выбран равным величине $n = n_1 = \sqrt{R_г/R_н}$.

В соответствии с ф-лой (6.7) входное сопротивление трансформатора между зажимами $1—1'$ будет равно

$$Z_{вх\,1} = n_1^2 R_н = \frac{R_г}{R_н} R_н = R_г,$$

т. е. величине внутреннего сопротивления генератора. Из равенства $Z_{вх1} = R_г$ следует, что генератор нагружен *согласованно* и что на вход трансформатора поступает максимально возможная мощность. Поскольку активные сопротивления в схеме трансформатора отсутствуют, то вся активная мощность, поступившая на вход трансформатора, достигает зажимов нагрузочного сопротивления и потребляется этим сопротивлением. Таким образом, в рассматриваемой схеме нагрузочное сопротивление получает максимально возможную при заданных параметрах генератора мощность, хотя величина реального нагрузочного сопротивления $R_н$ отличается от величины внутреннего сопротивления генератора $R_г$.

Еще один случай применения идеального трансформатора показан на рис. 6.3. Здесь имеем два симметричных четырехполюсника, характеристические сопротивления которых неодинаковы:

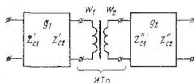


Рис. 6.3. Согласование характеристических сопротивлений

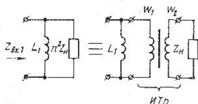


Рис. 6.4. Преобразование сопротивления трансформатором без рассеяния

ника, характеристические сопротивления которых неодинаковы: $Z'_{c1} = Z'_{c2} = Z'_c$ — у первого и $Z''_{c1} = Z''_{c2} = Z''_c$ — у второго.

Если соединить второй четырехполюсник с первым каскадно, то при $Z'_c \neq Z''_c$ согласованность характеристических сопротивлений в точках соединения не имеет места и без дополнительных расчетов ничего нельзя сказать о параметрах четырехполюсника, эквивалентного соединенным. Если же включить между четырехполюсниками идеальный трансформатор, как показано на том же рисунке, и принять коэффициент трансформации равным величине $n = n_1 = \sqrt{Z'_c/Z''_c}$, то будет обеспечено согласование величин характеристических сопротивлений обоих четырехполюсников в точках их соединения и характеристические параметры четырехполюсни-

ка, эквивалентного двум соединенным, можно определить по формулам для случая соединения четырехполюсников по принципу согласованности характеристических сопротивлений:

$$Z_{c1э} = Z'_c; \quad Z_{c2э} = Z''_c; \quad g_э = g_1 + g_2.$$

Трансформатор, который вводят в схему аппаратуры с целью согласования величин двух неодинаковых сопротивлений или перехода от одной величины характеристического сопротивления к другой, называют согласовывающим или переходным трансформатором.

Трансформатор без потерь и без рассеяния. Любой реальный трансформатор, в отличие от идеального, имеет конечные величины индуктивностей обмоток L_1 и L_2. Исследуем, как отразится переход к конечной величине индуктивностей на способности трансформатора пересчитывать нагрузочные сопротивления. Будем считать, что активные сопротивления обмоток по-прежнему равны нулю и что отсутствует рассеяние магнитного потока между обмотками $(M=\sqrt{L_1L_2})$.

Легко проверить, что входное сопротивление такого трансформатора должно выражаться ф-лой (6.5), в которой индуктивности L_1 и L_2 имеют уже не бесконечно большую, а конечную величину.

Умножим числитель и знаменатель в (6.5) на $(L_1/L_2)=n^2$:

$$Z_{вх1} = \frac{i\omega L_1 Z_н}{i\omega L_2 + Z_н} \cdot \frac{(L_1/L_2)}{(L_1/L_2)} = \frac{i\omega L_1 (n^2 Z_н)}{i\omega L_1 + n^2 Z_н}. \qquad (6.8)$$

Полученное выражение можно рассматривать как формулу входного сопротивления цепи из идеального трансформатора с коэффициентом трансформации n, выходные зажимы которого замкнуты на сопротивление $Z_н$, а между входными зажимами включена индуктивность L_1, как показано на рис. 6.4.

Если рассеяние магнитного потока в трансформаторе без потерь отсутствует, то способность трансформатора к пересчету сопротивлений сохраняется и при конечных величинах индуктивностей L_1 и L_2, но пересчитанное к зажимам первичной обмотки нагрузочное сопротивление как бы шунтируется сопротивлением индуктивности L_1, что при $R_г \neq 0$ *равносильно уменьшению мощности, получаемой реальным нагрузочным сопротивлением.*

Конструкция и эквивалентная схема реального трансформатора. Обмотки реального согласовывающего трансформатора содержат конечное число витков медного провода, т. е. имеют конечную величину индуктивности и отличное от нуля активное сопротивление. Для уменьшения рассеяния магнитного потока обмотки размещают на общем магнитопроводе из ферромагнитного материала с большой величиной магнитной проницаемости и с малым магнитным сопротивлением (трансформаторная сталь, пермаллой, феррит). Тем не менее, часть магнитного потока, создаваемого током первичной обмотки, у реального трансформатора замыкается, минуя вторичную обмотку: образует

так называемый поток рассеяния Φ_{s1m}, который схематически показан на рис. 6.5*а*. Точно так же часть магнитного потока, создаваемого током вторичной обмотки, замыкается, минуя первичную обмотку (поток рассеяния вторичной обмотки Φ_{s2m}).

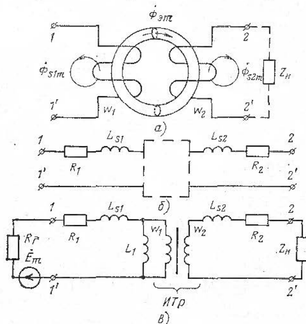


Рис. 6.5. Устройство и эквивалентная схема реального трансформатора

Потокосцепление первичной обмотки, создаваемое потоком Φ_{s1m}, пропорционально току первичной обмотки. Коэффициент пропорциональности имеет размерность индуктивности и называется *индуктивностью рассеяния первичной обмотки* $L_{s1}: \dot{\Psi}_{s1m} = L_{s1}\dot{I}_{1m}$. Аналогично определяется индуктивность рассеяния вторичной обмотки: $L_{s2} = \dot{\Psi}_{s2m}/\dot{I}_{2m}$.

Учитывая наличие активного сопротивления и индуктивности рассеяния у каждой обмотки, при составлении эквивалентной расчетной схемы реального трансформатора следует ввести в нее сопротивления R_1 и R_2, которые будут отображать активные сопротивления первичной и вторичной обмоток (рис. 6.5*б*), а также индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток L_{s1} и L_{s2}.

Возвращаясь к эскизу конструкции реального трансформатора на рис. 6.5*а*, замечаем, что активные сопротивления и индуктивности рассеяния этого устройства уже нашли свое отражение в эквивалентной схеме на рис. 6.5*б*. Остается отобразить центральную часть конструкции: две обмотки, не имеющие активного сопротивления (оно уже учтено в виде элементов R_1 и R_2) и про-

низываемые одним и тем же магнитным потоком (потоки рассеяния уже учтены элементами L_{s1} и L_{s2} эквивалентной схемы). Таким образом, оставшаяся часть конструкции представляет собой не что иное, как трансформатор без потерь и без рассеяния. Эквивалентная схема такого трансформатора получена нами ранее (см рис. 6.4). Перенося эту схему в центральную часть рис. 6.5б, получаем эквивалентную схему реального трансформатора, изображенную на рис. 6.5*в*.

Частотная зависимость рабочего затухания. По мере увеличения частоты в схеме рис. 6.5*в* увеличивается сопротивление индуктивностей рассеяния L_{s1} и L_{s2}, в результате чего уменьшается напряжение на сопротивлении $R_н$ при неизменной амплитуде ЭДС генератора E_m. Рабочее затухание трансформатора монотонно растет. При достаточно высоких частотах крутизна характеристики затухания достигает 6 дБ на октаву. (Октавой называется интервал частот, у которого отношение верхней граничной частоты к нижней равно двум.)

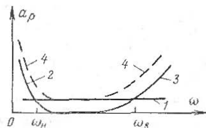


Рис. 6.6. Частотная зависимость рабочего затухания реального трансформатора

При достаточно низких частотах рабочее затухание трансформатора также начинает увеличиваться за счет шунтирующего действия индуктивности L_1. Крутизна характеристики и в этом случае составляет 6 дБ на октаву, т. е. затухание возрастает на 6 дБ при уменьшении частоты в 2 раза. Сказанное поясняется рис. 6.6, на котором кривая *1* изображает рабочее затухание трансформатора, обусловленное сопротивлениями обмоток, кривая *2* — рабочее затухание, создаваемое наличием индуктивности L_1, *3* — затухание, создаваемое индуктивностями рассеяния, а кривая *4* — результат суммирования трех предыдущих. Кривая *4* показывает, что трансформатор ведет себя подобно полосовому фильтру.

6.2. Переходный автотрансформатор

Понятие об автотрансформаторе. На рис 6.7*а* изображен эскиз конструкции трансформатора, у которого вторичная обмотка имеет меньше витков, чем первичная, и расположена поверх первичной. Рисунок отчетливо показывает, что обмотки пронизываются одним и тем же магнитным потоком. Это наводит на мысль использовать в качестве вторичной обмотки часть витков первичной, как показано на рис. 6.7*б*. Прохождение тока нагрузки по части витков первичной обмотки (а не по изолированной от нее вторичной) никак не отразится на «механизме» работы трансформатора и на величине той составляющей магнитного потока в сердечнике, которая создается нагрузочным током.

Трансформатор, в котором обмотка с меньшим числом витков составляет часть обмотки с большим числом витков, называется автотрансформатором.

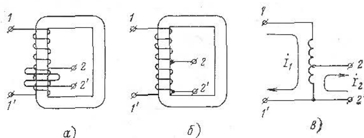


Рис. 6.7. Переход от трансформатора к автотрансформатору

Преимущества автотрансформатора перед трансформатором. 1. Отсутствие специальной вторичной обмотки уменьшает массу, габариты и стоимость автотрансформатора по сравнению с трансформатором.

2. В соответствии с принципом Ленца, который известен из курса физики, ток вторичной обмотки всегда имеет такое направление, при котором он стремится устранить вызвавшую его причину, т. е. уменьшить магнитный поток, возбуждаемый током первичной обмотки. Но если «первичный» (входной) и «вторичный» (выходной) токи проходят по одной и той же обмотке, как это бывает у автотрансформатора, то для уменьшения магнитного потока, вызванного первым током, второй (выходной) ток должен быть направлен навстречу первому (входному), как показано стрелками на рис. 6.7*в*.

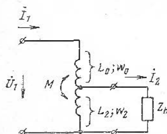
По участку обмотки автотрансформатора, общему для входной и выходной цепей, протекает ток, равный разности входного и выходного. Это свойство особенно ценно в случае автотрансформаторов большой мощности: оно позволяет уменьшить сечение проводника общего участка обмотки.

3. Наличие гальванической связи (т. е. связи по постоянному току) между первичной и вторичной цепями позволяет измерять сопротивление линий связи с автотрансформаторами мостом постоянного тока, а также осуществлять телеграфирование «постоянным» током или передачу сигналов телеуправления в виде импульсов постоянного тока по цепям с автотрансформаторами.

Автотрансформатор как согласовывающее устройство. Эквивалентная схема автотрансформатора без потерь в обмотках представлена на рис. 6.8, где L_0 и w_0 — индуктивность и число витков того участка обмотки, по которому протекает только входной I_1 ток; L_2 и w_2 — индуктивность и число витков того участка обмотки, по которому протекают оба тока (входной и выходной); M — коэффициент взаимоиндукции между обоими участками обмотки.

Система уравнений Кирхгофа для схемы рис. 6.8 имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} \dot U_1 &= \mathrm{i}\,\omega L_1 \dot I_1 - \mathrm{i}\,\omega M \dot I_2 - \mathrm{i}\,\omega L_2 \dot I_2; \\ 0 &= -\mathrm{i}\,\omega M \dot I_1 - \mathrm{i}\,\omega L_2 \dot I_1 + (\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_{\text{н}}) \dot I_2, \end{aligned}\right\} \quad (6.9)$$



где символом L_1 обозначена эквивалентная индуктивность *всей* обмотки автотрансформатора:

$$L_1 = L_0 + L_2 + 2M. \quad (6.10)$$

Рис. 6.8. Эквивалентная расчетная схема автотрансформатора

Входное сопротивление автотрансформатора найдем как отношение комплекса входного напряжения $\dot U_1$ к комплексу входного тока, подставив предварительно в первое уравнение системы значение тока $\dot I_2$, найденное из второго уравнения:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\mathrm{i}\,\omega L_1\,\mathrm{i}\,\omega L_2 + \mathrm{i}\,\omega L_1 Z_{\text{н}} + \omega^2 (L_2 + M)^2}{\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_{\text{н}}}. \quad (6.11)$$

Предположим, что рассеяние магнитного потока отсутствует, и выразим величины индуктивностей через числа витков отдельных участков обмотки:

$$L_2 = kw_2^2;$$

$$L_1 = kw_1^2 = k(w_0 + w_2)^2 = kw_0^2 + kw_2^2 + 2kw_0 w_2.$$

Сравнивая правую часть последней формулы почленно с правой частью ф-лы (6.10), находим

$$M = kw_0 w_2.$$

(Условие отсутствия рассеяния проявляется в том, что в формулах для индуктивностей L_1, L_2 и M коэффициент пропорциональности k между величиной индуктивности и квадратом числа витков имеет одинаковую величину).

Выражая величины индуктивностей в (6.11) через число витков, убеждаемся, что первое и третье слагаемые числителя взаимно уничтожаются и формула входного сопротивления приобретает вид

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\mathrm{i}\,\omega L_1 Z_{\text{н}}}{\mathrm{i}\,\omega L_2 + Z_{\text{н}}}. \quad (6.12)$$

Предположим, что индуктивности L_1 и L_2 бесконечно велики (идеальный автотрансформатор), а их отношение является конечной величиной, которую будем считать квадратом коэффициента трансформации n:

$$\frac{L_1}{L_2} = n^2 = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 = \left(\frac{w_0 + w_2}{w_2}\right)^2,$$

откуда

$$n = \frac{w_0 + w_2}{w_2}. \qquad (6.13)$$

Разделив числитель и знаменатель (6.12) на $i\omega L_2$ и переходя к пределу при $L_2 \to \infty$, с учетом принятого обозначения коэффициента трансформации получим

$$Z_{вх} = n^2 Z_н. \qquad (6.14)$$

Автотрансформатор без потерь и рассеяния, имеющий бесконечно большие индуктивности L_1 и L_2, подобно идеальному трансформатору осуществляет пересчет нагрузочного сопротивления к зажимам первичной обмотки (рис. 6.9а). Это свойство позволяет

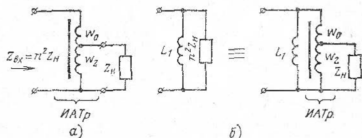


Рис. 6.9. Преобразование сопротивления идеальным автотрансформатором (а) и автотрансформатором без рассеяния (б)

использовать идеальный автотрансформатор *ИАТр* в качестве переходного или согласовывающего устройства.

Предположим теперь, что индуктивности L_1 и L_2 имеют *конечную* величину, а рассеяние по-прежнему отсутствует. В таком случае, умножая числитель и знаменатель ф-лы (6.12) на выражение $(L_1/L_2) = n^2$, находим

$$Z_{вх} = \frac{i\omega L_1 (n^2 Z_н)}{i\omega L_1 + n^2 Z_н},$$

что можно рассматривать как входное сопротивление идеального автотрансформатора, выходные зажимы которого замкнуты на сопротивление $Z_н$, и в схему которого между входными зажимами включена индуктивность L_1, как показано на рис. 6.9б.

Если рассеяние магнитного потока отсутствует, то способность автотрансформатора к пересчету нагрузочного сопротивления сохраняется и при конечной величине индуктивности обмотки автотрансформатора. Однако количественная сторона явления усложняется: переход к конечной величине индуктивности обмотки L_1 эквивалентен подключению точно такой же индуктивности L_1 параллельно зажимам идеального автотрансформатора с таким же коэффициентом трансформации n, как у реального.

Практическая конструкция и ее расчет. Схема автотрансформатора на рис. 6.10а имеет общий для входной и

выходной цепей зажим, т. е. является несимметричной относительно продольной оси. В то же время двухпроводные воздушные и симметричные кабельные цепи связи представляют собой симметричные относительно продольной оси устройства. Чтобы включение автотрансформатора между двумя участками таких цепей не при-

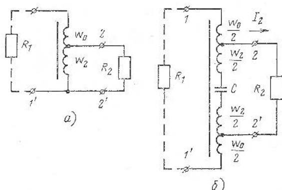


Рис. 6.10. Практическая схема переходного автотрансформатора

вело к нарушению их симметрии, каждую обмотку автотрансформатора разбивают на две части, как показано на рис. 6.10*б*. Кроме того, для устранения связи между зажимами *1* и *1'* по постоянному току (равно, как и между зажимами *2* и *2'*) в схему автотрансформатора вводят емкость C.

Обозначим нагрузочные сопротивления обеих пар зажимов автотрансформатора буквами R_1 и R_2. Тогда коэффициент трансформации, при котором обеспечивается согласование сопротивлений R_1 и R_2, определяется по формуле

$$n = \frac{w_0 + w_2}{w_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}, \qquad (6.15)$$

где R_1 — бóльшее из двух заданных сопротивлений.

Индуктивность обмотки L_1 рассчитывают таким образом, чтобы при нижней граничной частоте $\omega_н$ рабочей полосы частот соблюдалось неравенство $\omega_н L_1 \gg n^2 R_2$ [практически допустимо принять $\omega_н L > (3 \div 5) n^2 R_2$].

На участке цепи, образованном двумя обмотками $w_2/2$ и емкостью C, соединенными последовательно, при некоторой частоте ω_0 наступает резонанс напряжений. Сопротивление участка и напряжение U_2 на зажимах участка обращаются при этом в нуль, а рабочее затухание автотрансформатора становится бесконечно большим. Величину емкости выбирают такой, чтобы частота бесконечно большого затухания была меньше, чем нижняя граница рабочей полосы.

Поскольку при резонансной частоте равны нулю напряжение U_2 и ток I_2, на обмотке w_2 напряжение создается только током $\dot{I}_1$ и равно величине

$$\dot{U}_{L_2} = \mathrm{i}\,\omega L_2 \dot{I}_1 + \mathrm{i}\,\omega M \dot{I}_1,$$

где второе слагаемое представляет собой падение напряжения, создаваемое током $\dot{I}_1$ за счет наличия взаимной индуктивности между обмотками w_0 и w_2. Эквивалентное индуктивное сопротивление обмотки w_2 с учетом взаимной индуктивности M выражается формулой

$$x_L = \omega (L_2 + M).$$

Из условия равенства нулю суммы этого сопротивления и сопротивления емкости $(-1/\omega C)$ (определение резонанса напряжений) находим резонансную частоту

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_2 + M)\,C}}.$$

7
Глава
КОНСТРУКЦИЯ И ПЕРВИЧНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОЗДУШНЫХ И КАБЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

7.1. Основные понятия

Цепи с сосредоточенными и с распределенными параметрами. В конструкции усилителя, генератора или любого иного устройства аппаратуры связи можно обнаружить такие детали, как катушки индуктивности, конденсаторы и резисторы. С энергетической точки зрения катушка индуктивности является устройством, которое способно запасать энергию в виде магнитного поля. Это поле практически полностью бывает сосредоточено в магнитопроводе катушки. Конденсатор является устройством, которое способно запасать энергию в виде электрического поля, сосредоточенного в пространстве между обкладками. Отличительное свойство резистора — его способность преобразовывать электрическую энергию в тепловую. Этот процесс осуществляется также во вполне определенном объеме пространства — в токопроводящем слое резистора.

Цепь, у которой магнитные поля сосредоточены в одних, вполне определенных, объемах пространства, электрические поля — в других, а преобразование электрической энергии в тепловую происходит в третьих, называются *цепями с сосредоточенными пара-*

метрами. (Подразумеваются такие параметры, как индуктивность, емкость и активное сопротивление.)

Однако отчетливое разграничение участков с неодинаковыми характерными свойствами наблюдается не у всех цепей. Предположим, что нам поручили исследовать электрические явления в таком несложном, на первый взгляд, устройстве, как соединительный шнур от настольной электролампы. В процессе исследования обнаружится, что электрическое поле нельзя считать сосредоточенным только в начале, или только в середине, или только в конце шнура. Поле существует на любом участке шнура, и соответственно любой элемент длины шнура обладает электрической емкостью. Точно так же при прохождении тока с любым элементом длины шнура будет сцеплен определенный магнитный поток. Следовательно, любой элемент длины обладает индуктивностью. Наконец, любой элемент длины шнура имеет активное сопротивление. Таким образом, основные электрические параметры цепи (активное сопротивление, индуктивность и емкость) распределены практически равномерно между всеми участками длины шнура.

Электрические цепи, у которых каждый участок одновременно обладает электрическим сопротивлением R, индуктивностью L, емкостью C и проводимостью изоляции G, называются цепями с распределенными параметрами, потому что упомянутые элементы R, L, C и G не сосредоточены на определенных участках цепи, а равномерно распределены вдоль всей длины цепи.

Цепи с распределенными параметрами — очень важный и широко распространенный в технике электрической связи класс цепей, потому что любая двухпроводная линия связи, соединяющая передатчик и приемник электрических сигналов, представляет собой цепь с распределенными параметрами: каждый элемент длины такой цепи обладает активным сопротивлением, индуктивностью, емкостью и проводимостью изоляции. Сказанное остается справедливым также и в том случае, когда вторым проводом служит земля.

В этой и последующих главах мы рассмотрим свойства цепей с распределенными параметрами и особенности распространения электрических сигналов по таким цепям.

Первичные параметры цепи с распределенными параметрами. Выделим участок двухпроводной цепи длиной 1 км. Замкнем оба провода в конце участка накоротко и вычислим или измерим величину активного сопротивления между двумя зажимами в начале участка (рис. 7.1*а*).

Сопротивление прямого и обратного проводов участка цепи длиною в один километр называется километрическим сопротивлением цепи. Километрическое сопротивление цепи будем обозначать символом R и выражать его величину в омах на километр длины цепи: Ом/км. Если участок цепи имеет длину, равную не 1 км, а l километров, то его сопротивление будет равно

$$R_{уч} = Rl. \quad (7.1)$$

Предположим, что по этому же участку цепи длиной в 1 км, замкнутому в конце накоротко, протекает электрический ток I (рис. 7.1*б*). Тогда в пространстве, окружающем провода, возникает магнитное поле, и с полученной проволочной «рамкой» длиною в 1 км оказывается сцеплен некоторый магнитный поток.

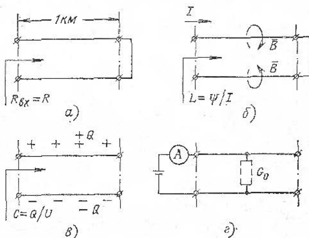


Рис. 7.1. Понятие о первичных параметрах двухпроводной цепи

Магнитный поток, сцепленный с рамкой (т. е. пронизывающий ее), называется *потокосцеплением* Ψ. *Коэффициент пропорциональности между потокосцеплением и током некоторого участка цепи называется индуктивностью участка* (в соответствии с формулой $\Psi=LI$). Следовательно, любой участок двухпроводной линии наряду с активным сопротивлением обладает также и индуктивностью.

Индуктивность участка двухпроводной цепи длиной в один километр называется километрической индуктивностью цепи. Будем обозначать километрическую индуктивность символом L и выражать ее величину в генри на километр длины цепи: Г/км. Если участок цепи имеет длину, равную не 1 км, а l километров, то его индуктивность будет определяться формулой

$$L_{уч} = Ll. \tag{7.2}$$

Рассмотрим теперь тот же участок цепи длиной в 1 км в режиме холостого хода его выходных зажимов (рис. 7.1*в*). Очевидно, мы имеем два проводника, электрически изолированных друг от друга. Такое устройство способно накапливать электрические заряды, т. е. обладает электрической емкостью.

Емкость участка двухпроводной цепи длиной в один километр называется километрической емкостью цепи. Будем обозначать километрическую емкость символом C и выражать ее величину в

фарадах на километр длины цепи: Ф/км. Если участок цепи имеет длину, равную не 1 км, а l км, то его емкость будет равна

$$C_{уч} = Cl. \qquad (7.3)$$

Приложив между двумя *разомкнутыми* проводами участка цепи длиной в 1 км постоянное напряжение U_0 (рис. 7.1г), можно с помощью *микроамперметра* обнаружить наличие тока в начале линии, хотя провода в конце линии разомкнуты. Это — так называемый *ток утечки*, который существует вследствие несовершенства изоляции между проводами. Иными словами, изоляция участка цепи обладает определенной электрической проводимостью.

Проводимость изоляции участка цепи длиною в один километр называется километрической проводимостью изоляции цепи. Для краткости иногда говорят просто «километрическая проводимость», опуская слово «изоляции». Будем обозначать километрическую проводимость символом G и выражать ее *величину в сименсах* на километр длины цепи: См/км. Если участок цепи имеет длину, равную не 1 км, а l км, то его *проводимость* будет равна

$$G_{уч} = G\,l. \qquad (7.4)$$

Величины R, L, C и G называются *первичными параметрами цепи* с распределенными параметрами. Все остальные электрические характеристики цепи можно выразить через первичные параметры и частоту. Первичные параметры в литературе называются также *погонными* параметрами, так как они определяются по отношению к единице длины цепи, т. е. по отношению к погонному («продольному») километру или метру. В принципе, можно было бы определять первичные параметры цепи как параметры участка длиной не в 1 км, а в 1 м. Так иногда и поступают в технике телевидения и радио при сверхвысоких частотах. Но учитывая большую протяженность цепей проводной связи, измеряемую сотнями и тысячами километров, удобнее выражать первичные параметры таких цепей по отношению к 1 км длины.

Понятие об однородной цепи. *Если первичные параметры цепи с распределенными параметрами сохраняют неизменное численное значение на всем протяжении цепи, то такая цепь называется однородной.*

Легко догадаться, что величина каждого из четырех параметров не будет изменяться по длине цепи в том единственном случае, если не изменяется конструкция цепи: материал и диаметр проводов, расстояние между проводами, магнитная и электрическая проницаемость пространства между проводами.

7.2. Конструкция и первичные параметры симметричных воздушных цепей

Конструкция воздушных цепей связи. *Воздушная цепь связи представляет собой пару изолированных металлических проводов, закрепленных на некотором расстоянии друг от друга,*

в результате чего роль изолятора между проводами выполняет *воздух*.

Эскизы двух основных видов конструкции воздушных линий связи (ВЛС) изображены на рис. 7.2. В первом случае на деревянной или железобетонной опоре, врытой в землю, укрепляют траверсу (поперечный деревянный брус или отрезок металлической полосы уголкового профиля). На траверсе закрепляют четыре пары болтов. На болты навинчивают фарфоровые изоляторы, к которым привязывают провода. Расстояние между проводами одной и той же линии при подвеске на траверсах всегда равно 20 см. Расстояние между соседними проводами двух различных линий 50 см, а расстояние между траверсами одной опоры 60 см. Во втором случае в опору ввертывают крюки, на которых укрепляют изоляторы, а к изоляторам привязывают провода таким образом, чтобы провода, принадлежащие одной и той же линии, были расположены на расстоянии 60 см друг над другом.

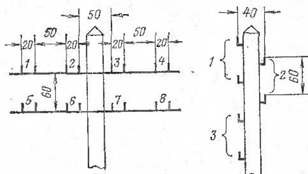


Рис. 7.2. Конструкции воздушных линий связи

Легко заметить, что при подвеске на траверсах конструкция двухпроводной цепи имеет вертикальную плоскость симметрии, а при подвеске на крюках — горизонтальную. Симметрия конструкции влечет за собой симметрию электрического и магнитного полей цепи.

Провода имеют в поперечном сечении круглую форму. Наиболее распространенный диаметр — 4 мм. Увеличение диаметра приводит к бо́льшему расходу металла и повышает стоимость линии; уменьшение диаметра уменьшает механическую прочность линии и приводит к увеличению затухания сигнала в линии связи.

В качестве материала применяют медь, алюминий и сталь. Характеристики этих металлов приведены в табл. 7.1.

Километрическое сопротивление. Километрическое *сопротивление двухпроводной цепи при постоянном токе* определяется с помощью известной формулы

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

ТАБЛИЦА 7.1

Характеристики металлов, из которых изготавливается проволока для проводов

Название металла	Удельное сопротивление ρ, Ом·мм²/м	Температурный коэффициент σ, 1/град	Плотность γ, г/см³
Алюминий	0,0291	0,0037	2,71
Медь	0,01785	0,0039	8,9
Сталь	0,139	0,0046	7,7

где ρ — удельное сопротивление материала при температуре 20°C (сопротивление 1 м провода сечением 1 мм²), Ом·мм²/м; l — длина провода, м; S — площадь поперечного сечения, мм².

Выражая площадь поперечного сечения S через диаметр проволоки d_0 и учитывая длину обоих проводов цепи (2000 м), получаем формулу километрического сопротивления, Ом/км, при постоянном токе

$$R_0 = \rho \frac{8 \cdot 10^3}{\pi d_0^2}, \tag{7.5}$$

где диаметр d_0 выражен в миллиметрах.

Сопротивление провода при температурах, отличных от 20°C, определяется по формуле

$$R_{0\,t} = R_0 [1 + \sigma (t - 20)], \tag{7.6}$$

где σ — температурный коэффициент сопротивления, взятый из табл. 7.1; t — температура, для которой выполняется расчет (в градусах Цельсия). Величину температуры берут со знаком «плюс» при $t > 0$°C и со знаком «минус» при $t < 0$°C.

Пример 7.1. Определить километрическое сопротивление при постоянном токе двухпроводной медной линии из проводов диаметром 4 мм при температуре $t = 20$°C.

Решение. Применим ф-лу (7.5), подставив в нее значение ρ из табл. 7.1:

$$R_0 = \rho \frac{8 \cdot 10^3}{\pi d_0^2} = 0{,}01785 \frac{8 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 4^2} = 2{,}84 \text{ Ом/км}.$$

Поверхностный эффект. Измерения, выполненные при различных значениях частоты ω, приводят к неожиданному, на первый взгляд, выводу: километрическое сопротивление однородной двухпроводной (а также однопроводной) цепи зависит от частоты. По мере увеличения частоты оно возрастает.

Это явление объясняется следующим образом. Синусоидальный ток, проходящий по внутренним слоям проводника, создает внутри проводника синусоидальное магнитное поле. Поле, в свою очередь, возбуждает в проводнике ЭДС самоиндукции, направление которой на поверхности проводника совпадает с направлением тока, создавшего магнитное поле, а в глубоких внутренних слоях проводника противоположно направлению тока. В результа-

те действия этих ЭДС самоиндукции плотность тока во внутренних слоях проводника уменьшается по сравнению с плотностью тока во внешних, что воспринимается наблюдателем, выполняющим измерения, как увеличение активного сопротивления проводника. (Плотностью тока называется количество электричества, *проходящее в единицу времени* через бесконечно малую площад-

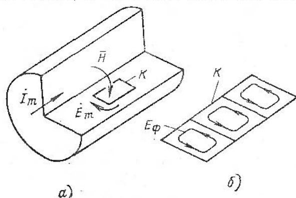


Рис. 7.3. Объяснение поверхностного эффекта

ку в плоскости поперечного сечения проводника, отнесенное к величине площади этой площадки).

Вытеснение тока из внутренних слоев проводника на его поверхность при увеличении частоты называется поверхностным эффектом.

Рассмотрим явление поверхностного эффекта более подробно. Одиночный проводник круглого сечения изображен на рис. 7.3*а*.

Ток $\dot{I}_m$, проходящий по внутренним слоям проводника, создает *внутри проводника магнитное поле. Линии этого поля имеют вид*



Рис. 7.4. Изображение головки винта

замкнутых колец (окружностей), центры которых совпадают с осью симметрии проводника, а сами линии поля лежат в плоскостях, перпендикулярных оси симметрии проводника. Часть одной такой линии $\bar{H}$ показана на рис. 7.3*а*. Направление магнитных линий связано с направлением тока, создающего магнитное поле, правилом правоходового винта, которое называют также правилом буравчика. Это правило поясняется рис. 7.4, который изображает головку винта, снабженную шлицем для отвертки. Если винт имеет «обычную» правоходовую резьбу, то, чтобы он при вращении перемещался от наблюдателя вглубь чертежа, необходимо вращать его «по часовой стрелке», как показано на рисунке.

На горизонтальной плоскости, проходящей через ось симметрии проводника на рис. 7.3*а*, мысленно выделим прямоугольный контур K. Этот контур вместе с двумя такими же соседними отдельно показан на рис. 7.3*б*.

Каждый из этих контуров пронизывается переменным магнитным потоком, и в соответствии с законом индукции в формулировке Максвелла изменение потокосцепления контура ψ (т. е. изменение магнитного потока, пронизывающего контур) возбуждает в контуре ЭДС индукции (в данном случае самоиндукции) e:

$$e = -d\psi/dt. \tag{7.7}$$

Положительное направление индуктируемой ЭДС $\dot{E}_m$ связано с направлением магнитного потока тем же правилом правоходового винта (буравчика). Применительно к рассматриваемому случаю это значит, что при таком направлении линий магнитного поля, как на рис. 7.3*а* (где они пронизывают контур K в направлении сверху вниз) ЭДС самоиндукции считается направленной по часовой стрелке. Но знак минус в ф-ле (7.7) свидетельствует о том, что эта ЭДС отрицательна. Отрицательную ЭДС, направленную по часовой стрелке, можно при анализе заменить положительной ЭДС, которая направлена против часовой стрелки. Следовательно, по периметру каждого из трех контуров на рис. 7.3*б* действует ЭДС, фактически направленная против часовой стрелки. Легко заметить, что на общей границе каждой пары контуров эти контурные ЭДС направлены навстречу друг другу и взаимно уничтожаются.

Иную картину наблюдаем на границах контура K, параллельных оси проводника. Для той границы контура, которая совпадает с поверхностью проводника, ЭДС самоиндукции действует в направлении тока $\dot{I}$. В то же время на противоположной границе контура (которая совпадает с центральной осью проводника) ЭДС направлена навстречу току, в результате чего ток в глубине проводника имеет меньшую величину, чем у поверхности.

Глубина проникновения тока. Строгий анализ поверхностного эффекта основан на применении уравнений Максвелла и показывает, что по мере удаления от поверхности проводника плотность тока j убывает по экспоненциальному закону. Удобно ввести *понятие о глубине проникновения тока δ как о расстоянии* (от поверхности вглубь проводника), на протяжении которого плотность тока j уменьшается за счет поверхностного эффекта в $e = 2{,}718 \approx 2{,}72$ раза по сравнению с плотностью тока у поверхности.

Если обозначить плотность тока у самой поверхности проводника через j_0, то на расстоянии $\Delta r = \delta$ от поверхности по направлению к центральной оси проводника плотность тока будет равна

$$j_1 = j_0/e = j_0 e^{-1} \approx 0{,}368\, j_0.$$

На расстоянии $\Delta r = 2\delta$ плотность тока составит

$$j_2 = j_0/e^2 = j_0 e^{-2} \approx 0{,}135\, j_0,$$

а на расстоянии $\Delta r = 3\delta$ будем иметь

$$j_3 = j_0 e^{-3} = 0{,}05\, j_0 \quad \text{и т. д.}$$

Сказанное поясняется рис. 7.5*а*, где на фоне продольного разреза проводника показано уменьшение плотности тока по мере

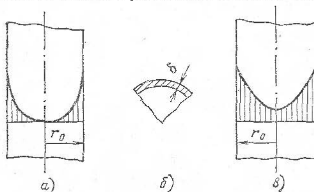


Рис. 7.5. К понятию о глубине проникновения тока δ

удаления от поверхности проводника. Рисунок выполнен для случая, когда радиус проводника r_0 во много раз превышает глубину проникновения: $r_0 \gg \delta$.

Полное отсутствие тока во внутренних слоях проводника равносильно уменьшению площади поперечного сечения проводника, а постепенное уменьшение плотности тока по мере удаления от поверхности вглубь проводника равносильно увеличению удельного сопротивления материала проводника.

Предположим, что проводник состоит из множества тонких концентрических слоев, как бы вложенных один в другой, и будем считать, что каждый слой имеет свою величину удельного сопротивления. Тогда можно вычислить сопротивление каждого слоя в отдельности и перейти к величине эквивалентного сопротивления всего проводника, рассматривая последний как параллельное соединение всех слоев. Анализ результатов такого расчета приводит к следующему выводу.

Эквивалентное сопротивление сплошного металлического проводника круглого сечения при наличии явно выраженного поверхностного эффекта ($\delta \ll r_0$) *равно сопротивлению полого (пустотелого) проводника, имеющего такой же внешний радиус, как и сплошной проводник, и толщину стенок, точно равную глубине проникновения тока* δ. Эта закономерность позволяет легко вычислять сопротивление проводника при наличии явно выраженного поверхностного эффекта.

Если при постоянном токе площадь поперечного сечения проводника с радиусом r_0 определялась формулой $S = \pi r_0^2$, то при высокой частоте эквивалентное поперечное сечение токопроводящей части того же проводника имеет вид кольца с внешним ра-

диусом r_0 и шириной δ. Площадь такого кольца, часть которого показана на рис. 7.5б, определяется по формуле $S_э=2\pi r_0\delta$, где индекс «э» напоминает, что имеется в виду эквивалентная площадь поперечного сечения.

Введем обозначение

$$k_1 = S/S_э = r_0/2\delta. \tag{7.8}$$

Очевидно, величина k_1 показывает, во сколько раз эквивалентная площадь поперечного сечения проводника $S_э$ при сильно выраженном поверхностном эффекте ($r_0 \gg \delta$) меньше площади поперечного сечения того же проводника при постоянном токе. Но если эквивалентная площадь поперечного сечения уменьшается за счет поверхностного эффекта в k_1 раз, то сопротивление проводника току высокой частоты должно возрасти во столько же раз. Поэтому километрическое сопротивление цепи при наличии поверхностного эффекта, если выполняется условие $r_0 \gg \delta$, можно вычислить по формуле

$$R = k_1 R_0, \tag{7.9}$$

где R_0 — километрическое сопротивление цепи при постоянном токе; k_1 — коэффициент, определяемый по ф-ле (7.8).

Глубина проникновения δ, мм, в зависимости от материала проводов определяется формулами:

для меди

$$\delta = 67{,}3/\sqrt{f}; \tag{7.10}$$

для алюминия

$$\delta = 82{,}6/\sqrt{f}; \tag{7.11}$$

для латуни

$$\delta = 127/\sqrt{f}; \tag{7.12}$$

для стали с относительной магнитной проницаемостью $\mu_r = 120$

$$\delta = 16{,}8/\sqrt{f}, \tag{7.13}$$

где частота f должна быть выражена в герцах.

Подчеркнем, что коэффициент k_1 можно определять по ф-ле (7.8) только в случае достаточно малых значений δ, которые удовлетворяют условию

$$(r_0/\delta) \geqslant 6.$$

При меньших значениях отношения (r_0/δ) ток в глубине провода не уменьшается до нуля (рис. 7.5в), и поэтому коэффициент k_1 в ф-ле (7.9) приходится определять уже не по ф-ле (7.8), а иными способами. При достаточно низких частотах, пока выполняется условие

$$(r_0/\delta) < 2,$$

величину k_1 определяют по формуле

$$k_1 = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^4, \qquad (7.14)$$

а для промежуточного интервала частот и значений параметра (r_0/δ) в пределах $2<(r_0/\delta)<6$ коэффициент k_1 следует определять по графику рис. 7.6, вычислив предварительно величину отношения r_0/δ.

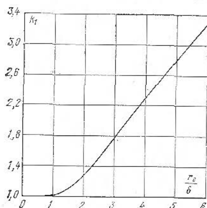


Рис. 7.6. График зависимости $k_1 = f(r_0/\delta)$

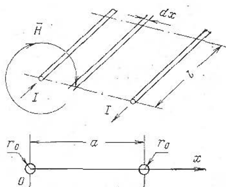


Рис. 7.7. К расчету километрической индуктивности

Пример 7.2. Определить с учетом поверхностного эффекта километрическое сопротивление цепи по данным примера 7.1 при частотах: $f_1=800$ Гц; $f_2=1\cdot10^4$ Гц; $f_3=1\cdot10^5$ Гц.

Решение. Во всех случаях километрическое сопротивление цепи с учетом поверхностного эффекта находим по формуле

$$R = k_1 R_0,$$

где $R_0=2{,}84$ Ом/км—километрическое сопротивление цепи постоянному току при $t=20$°С (см. пример 7.1). Коэффициент k_1 будем определять с учетом численного значения параметра r_0/δ при каждой расчетной частоте.

а) Расчет при частоте $f=800$ Гц.

1. Определяем глубину проникновения для меди по ф-ле (7.10):

$$\delta_1 = 67,3/\sqrt{f_1} = 67,3/\sqrt{800} = 2,39 \text{ мм}.$$

2. Находим отношение радиуса провода к глубине проникновения:

$$r_0/\delta_1 = 2,0/2,39 = 0,838.$$

3. Поскольку получено $(r_0/\delta)=0{,}838<2$, коэффициент k_1 определяем по ф-ле (7.14):

$$k_1 = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta_1}\right)^4 = 1 + \frac{0,838^4}{48} = 1,01.$$

4. Определяем величину километрического сопротивления R:

$$R = k_1 R_0 = 1,01 \cdot 2,84 = 2,87 \cdot$$

б) Расчет при частоте $f=1\cdot10^4$ Гц.

1. Определяем глубину проникновения δ_2:

$$\delta_2 = 67,3/\sqrt{f_2} = 67,3/\sqrt{1 \cdot 10^4} = 0,673 \text{ мм}.$$

2. Находим отношение радиуса к глубине проникновения:

$$r_0/\delta_2 = 2/0,673 = 2,98.$$

3. Поскольку найденная величина лежит в интервале $2 < (r_0/\delta) < 6$, то коэффициент k_1 определяем по графику рис. 7.6: $k_1 = 1,80$ и соответственно

$$R = k_1 R_0 = 1,8 \cdot 2,84 = 5,12 \text{ Ом/км}.$$

в) Расчет при частоте $f_3 = 1 \cdot 10^5$ Гц.

1. Определяем глубину проникновения δ_3:

$$\delta_3 = 67,3/\sqrt{f_3} = 67,3/\sqrt{1 \cdot 10^5} = 0,213 \text{ мм}.$$

2. Находим отношение радиуса к глубине проникновения:

$$r_0/\delta_3 = 2,0/0,215 = 9,4.$$

3. Поскольку найденная величина удовлетворяет условию $(r_0/\delta) > 6$, то коэффициент k_1 определяем по ф-ле (7.8):

$$k_1 = r_0/2\delta_3 = 2,0/2 \cdot 0,213 = 4,7.$$

Соответственно

$$R = k_1 R_0 = 4,7 \cdot 2,84 = 13,3 \text{ Ом/км}.$$

Километрическая индуктивность цепи. Формула километрической индуктивности выводится в следующей последовательности:

$$I \to B \to \Phi \to \Psi \to L.$$

В соответствии с этой записью, задавшись некоторой величиной тока в проводах цепи, следует найти магнитную индукцию B в окружающем пространстве, затем вычислить магнитный поток Φ, который пронизывает рамку, образованную проводами (и, следовательно, сцеплен с ней), а от величины потокосцепления перейти к величине километрической индуктивности L.

Обозначим радиус проводов двухпроводной цепи буквой r_0, расстояние между осями проводов — буквой a, как показано на рис. 7.7. После вычисления магнитного потока, пронизывающего площадку между проводами, т. е. при $r_0 < x < (a - r_0)$ и длине участка $l = 1000$ м, получим величину индуктивности, Г/км,

$$L' = 4 \cdot 10^{-4} \ln \frac{a - r_0}{r_0}. \qquad (7.15)$$

Индуктивность L' называется *внешней индуктивностью* цепи, потому что она соответствует магнитному полю вне проводов.

Однако при достаточно низких частотах ток существует также во внутренних слоях проводника и в соответствии с законом полного тока создает магнитное поле внутри проводника. Магнитному потоку внутри проводов цепи соответствует некоторая индуктивность, Г/км, определяемая по формуле

$$L'' = \frac{1}{k_1} \mu_r \cdot 10^{-4}, \qquad (7.16)$$

где k_1 — коэффициент, учитывающий уменьшение эквивалентной площади поперечного сечения за счет поверхностного эффекта.

Методика определения величины k_1 такая же, как и при расчете километрического сопротивления цепи.

Вытеснение тока из внутренних слоев (поверхностный эффект) приводит к увеличению k_1 и, следовательно, к уменьшению индуктивности L''.

Индуктивность L'' называют *внутренней индуктивностью* цепи, *поскольку она соответствует магнитному потоку внутри проводов.*

Таким образом, километрическая индуктивность L в общем случае является суммой двух слагаемых: внутренней индуктивности L'' и внешней L':

$$L = L' + L''. \tag{7.17}$$

Для существующих конструкций воздушных линий связи всегда выполняется соотношение $a \gg r_0$. Поэтому в случае медных и алюминиевых цепей внутренний магнитный поток оказывается во много раз меньше внешнего и практически не влияет на величину L. Сталь, применяемая для изготовления проводов, имеет относительную магнитную проницаемость $\mu_r = 120$, т. е. в 120 раз большую, чем воздух, медь или алюминий. Соответственно в 120 раз возрастают при $\omega \to 0$ величина магнитного потока внутри стального провода и величина внутренней индуктивности L''. Вместе с тем за счет большой величины μ_r глубина проникновения в стали значительно меньше, чем в меди (при одинаковой частоте). В результате поверхностный эффект у стальных цепей проявляется при более низких частотах, чем у медных.

Сказанное подтверждается графиками частотной зависимости километрической индуктивности L медных и стальных цепей, изображенными на рис. 7.8.

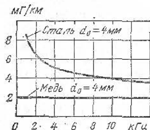


Рис. 7.8. Частотная зависимость километрической индуктивности ВЛС

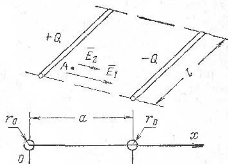


Рис. 7.9. К расчету километрической емкости

Пример 7.3. Вычислить километрическую индуктивность медной двухпроводной цепи траверсного профиля с диаметром проводов $d_0 = 4$ мм при частоте $f = 10$ кГц.

Решение. 1. Определяем внешнюю индуктивность L' по ф-ле (7.15):

$$L' = 4 \cdot 10^{-4} \ln \frac{a - r_0}{r_0} = 4 \cdot 10^{-4} \ln \frac{200 - 2}{2} \approx 4 \cdot 10^{-4} \cdot 4,6 = 1,84 \text{ мГ/км}.$$

2. Внутреннюю индуктивность L'' определяем по ф-ле (7.16), приняв для меди $\mu_r = 1$ и $k_1 = 1{,}8$ (см. пример 7.2):

$$L'' = \frac{1}{k_1}\mu_r\,1\cdot 10^{-4} = \frac{1}{1{,}8}\,1\cdot 10^{-4} = 0{,}555\cdot 10^{-4}\ \text{Г/км}.$$

3. Километрическую индуктивность цепи L найдем как сумму внешней L' и внутренней L'' индуктивностей:

$$L = L' + L'' = 1{,}84\cdot 10^{-3} + 0{,}0555\cdot 10^{-3} = 1{,}89\ \text{мГ/км}.$$

Километрическая емкость цепи. Снова рассмотрим участок двухпроводной цепи длиной l. Предположим, что провода в конце участка разомкнуты и что одному проводу сообщен заряд $(+Q)$, а другому — заряд $(-Q)$. Формулы километрической емкости выводятся в следующей последовательности:

$$Q \to \bar{E} \to U \to C,$$

т. е. зная заряды на проводах, найдем напряженность поля $\bar{E}$ в пространстве между проводами, затем вычислим напряжение между проводами путем интегрирования напряженности вдоль пути от поверхности одного провода до поверхности другого, после чего определим километрическую емкость по формуле $C = Q/U$.

Выполнив перечисленные операции, с учетом принятых на рис. 7.9 обозначений при $l = 1000$ м получаем величину емкости, Ф/км,

$$C_0 = 27{,}8\cdot 10^{-9}\,\frac{\varepsilon}{\ln\dfrac{a - r_0}{r_0}}, \qquad (7.18)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость вещества в пространстве между проводами, а величины a и r_0 должны быть выражены в одинаковых единицах.

Результаты измерений реальных цепей показывают, что действительная величина километрической емкости двухпроводных воздушных линий связи оказывается примерно на 5% больше, чем рассчитанная по ф-ле (7.18). Это объясняется наличием соседних проводов, изоляторов, траверс и земли. Поэтому при расчетах емкости цепи по ф-ле (7.18) в числитель формулы вводят множитель 1,05, чтобы отразить влияние упомянутых факторов.

Пример 7.4. Определить километрическую емкость двухпроводной воздушной цепи связи из медных проводов диаметром $d_0 = 4$ мм, если расстояние между осями проводов равно 20 см.

Решение. Воспользуемся ф-лой (7.18), подставив в нее значения величин $r_0 = d_0/2 = 2$ мм; $a = 200$ мм; $\varepsilon = 1$ и дополнив числитель множителем 1,05:

$$C = 27{,}8\cdot 10^{-9}\,\frac{\varepsilon\cdot 1{,}05}{\ln\dfrac{a - r_0}{r_0}} = 27{,}8\cdot 10^{-9}\,\frac{1\cdot 1{,}05}{\ln\dfrac{200 - 2}{2}} = 6{,}3\cdot 10^{-9}\ \text{Ф/км}.$$

Емкость величиной в $1\cdot 10^{-9}$ Ф называется емкостью в 1 нФ (нанофарада).

Километрическая емкость воздушных и кабельных цепей связи наиболее распространенных типов составляет от нескольких

единиц до нескольких десятков нанофарад. Поэтому удобно выражать ее величину в нанофарадах на километр и, например, вместо $C=6{,}3\cdot10^{-9}$ Ф/км записывать $C=6{,}3$ нФ/км. Однако при подстановке численных значений C в расчетные формулы эта емкость должна быть выражена в фарадах.

Поскольку электрические заряды располагаются всегда на поверхности проводника, то картина электрического поля в пространстве между проводами не зависит ни от частоты приложенного напряжения, ни от материала проводов. Следовательно, *километрическая емкость не зависит от частоты и материала проводов.*

Километрическая проводимость изоляции. Километрическая проводимость изоляции, См/км, двухпроводной симметричной воздушной цепи связи выражается формулой

$$G=G_0+k_Gf, \tag{7.19}$$

где f — частота тока в цепи, Гц; k_G — коэффициент, учитывающий потери в изоляции при переменном токе.

Слагаемое G_0 представляет собой электрическую проводимость между обоими проводами на участке длиною в 1 км при постоянном токе. Эта величина отражает утечку зарядов с одного провода на другой, которая происходит на каждой опоре по пути: первый провод — поверхность изолятора первого провода — штырь — траверса — штырь и поверхность изолятора второго провода — второй провод. На каждом километре линии имеется 20 таких путей (по числу опор и точек подвеса линии), соединенных параллельно.

Утечка тока происходит, главным образом, по поверхности изолятора, а не через его объем. У нового изолятора с чистой поверхностью ток утечки очень мал, поскольку велико сопротивление изоляции, равное 50 000 МОм. После установки на линию поверхность изолятора быстро покрывается токопроводящим слоем пыли, копоти и влаги. Углекислый газ воздуха, растворяясь в воде, еще больше увеличивает поверхностную проводимость изолятора. В результате сопротивление изоляции каждого изолятора уменьшается в тысячи раз, а километрическая проводимость линии возрастает во столько же раз.

При расчетах воздушных цепей принимают: для сухой погоды $G_0=0{,}1\cdot10^{-6}$ См/км; для сырой (дождливой) погоды $G_0=0{,}5\cdot10^{-6}$ См/км.

Перейдем к анализу второго слагаемого ф-лы (7.15), для чего рассмотрим сначала влияние внешнего электрического поля на атом вещества, например на атом водорода. Атом в целом — электрически нейтральная структура (положительный заряд ядра равен отрицательному заряду электрона). При отсутствии внешнего электрического поля центр орбиты электрона совпадает с центром ядра, в результате чего атом не создает во «внешнем» пространстве электрического поля и в целом подобен незаряженному

телу. (Ядро и орбита при отсутствии внешнего поля показаны на рис. 7.10*а* сплошными линиями).

При наличии внешнего электрического поля положительно заряженное ядро сместится в направлении вектора напряженности поля, а центр орбиты электрона — в противоположном направлении.

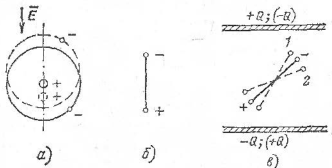


Рис. 7.10. Механизм возникновения потерь в диэлектрике

(Центр массы атома остается неподвижным, так как в целом атом электрически нейтрален).

Поскольку центр орбиты электрона в результате смещения не совпадает более с центром ядра, то атом становится подобен электрическому диполю (системе из двух зарядов противоположной полярности, жестко закрепленных на некотором расстоянии друг от друга). Условное изображение диполя показано на рис. 7.10*б*. *Установлено, что молекулы многих диэлектриков, в том числе молекулы воды, являются электрическими диполями даже при отсутствии внешнего электрического поля.*

Поместим частицу такого диэлектрика в пространство между обкладками конденсатора и проследим за поведением одного диполя. Предположим, что исходное положение диполя при отсутствии напряжения между обкладками показано сплошными линиями на рис. 7.10*в*. Тогда при положительном заряде на верхней обкладке и отрицательном — на нижней диполь стремится перейти в положение *1* (показанное на том же рисунке), а при обратной полярности обкладок конденсатора стремится перейти в положение *2*. При периодическом изменении полярности зарядов диполь совершает колебания около среднего положения с частотой, равной частоте внешнего электрического поля. Эти колебания увеличивают внутреннюю энергию вещества диэлектрика и его температуру. С энергетической точки зрения происходит процесс преобразования электрической энергии в тепловую. (В промышленности и в технике это явление используют в установках для высокочастотного нагрева диэлектриков, в высокочастотных печах для приготовления и разогрева пищи, в электромедицинской аппаратуре для «глубинного» прогрева отдельных участков человеческого тела.)

Увеличение тепловых потерь при заданном напряжении между зажимами нагрузки эквивалентно увеличению активной проводимости нагрузки:

$$P = U^2/R_э = G_э U^2.$$

Поскольку при каждом «повороте» диполя (при каждом цикле переориентации) *выделяется одинаковое количество тепла*, легко догадаться, что эквивалентная проводимость диэлектрика должна быть пропорциональна частоте внешнего поля.

Все сказанное легко распространить на случай проводимости воздушных цепей связи, если учесть, что заряды на проводах цепи выступают в роли источника внешнего поля, а в роли частиц диэлектрика — материал изоляторов, а также капли влаги на поверхности изоляторов и проводов.

Вода — диэлектрик с весьма сильно выраженной дипольной структурой молекулы. Эта структура сохраняется и при замерзании воды. Поэтому оседание снега, инея или слоя льда на проводах *приводит к резкому увеличению потерь энергии сигнала*, а с расчетной точки зрения — к увеличению проводимости изоляции G, что выражается слагаемым $k_G f$ в ф-ле (7.19). При выполнении расчетов рекомендуется принимать следующие *значения коэффициента* k_G: при сухой погоде $k_G=0{,}05\cdot10^{-9}$; при дождливой погоде $k_G=0{,}25\cdot10^{-9}$; при инее и гололеде $k_G=0{,}75\cdot10^{-9}$.

При появлении инея и гололеда затухание усилительного участка может увеличиться так сильно, что потребуется включение дополнительных усилителей для сохранения работоспособности системы связи.

Биметаллические провода. В настоящее время медные воздушные двухпроводные цепи связи *с диаметром проводов* $d_0=(3\div4)$ мм служат для передачи сигналов в полосе частот до 150 кГц. По ф-ле (7.10) можно найти, что уже при частоте $f=40$ кГц глубина проникновения тока δ составляет всего *0,3 мм* и, следовательно, центральная часть поперечного сечения провода практически не используется при передаче сигнала. Возникает идея: заменить в центральной части провода сравнительно дорогой материал (медь) более дешевым (сталью). *Провода из двух слоев различных металлов называются биметаллическими проводами.*

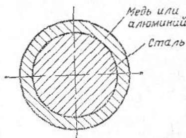


Рис. 7.11. Поперечное сечение биметаллического провода

Внутреннюю часть биметаллического провода (*рис. 7.11*) *образует* стальной цилиндрический сердечник, который в основном обеспечивает механическую прочность конструкции. Внешний слой биметаллического провода выполняется из меди или (реже) из алюминия. Он имеет толщину, равную 0,2—

0,4 мм. При большой протяженности линий связи экономия меди оказывается значительной.

Легко догадаться, как отражаются особенности конструкции биметаллического провода на величине и частотной зависимости первичных параметров двухпроводной цепи. Например, в случае пары «сталь — медь» при низких частотах километрическое сопротивление цепи из биметаллических проводов будет больше, чем сопротивление цепи из сплошных медных проводов такого же диаметра (рис. 7.12*а*). По мере увеличения частоты ток вытесня-

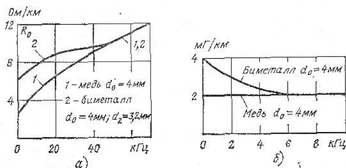


Рис. 7.12. Частотная зависимость километрического сопротивления и километрической индуктивности цепей из медных и биметаллических проводов

ется из внутренних слоев провода на поверхность и разница в величинах километрического сопротивления медной и биметаллической цепей убывает. При достаточно высоких частотах километрическое сопротивление обеих цепей имеет одинаковую величину.

Километрическая индуктивность цепи из биметаллических проводов при низких частотах больше, чем километрическая индуктивность цепи из медных проводов, что объясняется увеличением внутренней индуктивности L'' биметаллического провода за счет бо́льшей величины магнитной проницаемости стали по сравнению с величиной проницаемости меди.

На тех частотах, при которых ток в стальном сердечнике провода отсутствует (вытеснен во внешний медный слой провода), индуктивность цепи из медных и биметаллических проводов имеет одинаковую величину, если провода обеих цепей имеют одинаковый диаметр и удалены на одинаковое расстояние друг от друга (рис. 7.12*б*).

Километрическая емкость и проводимость изоляции не зависят от материала проводов и имеют в случае биметаллических проводов цепи такую же величину, как и в случае сплошных медных или стальных проводов.

7.3. Конструкция и первичные параметры симметричных кабельных цепей

Понятие о симметричной кабельной цепи. *Симметричная кабельная цепь— это два изолированных и скрученных друг с другом провода.* Симметричной такая цепь называется по двум причинам:

1. Конструкция цепи в любом поперечном сечении имеет ось *симметрии*.

2. Скрученные провода многократно меняются друг с другом местами по длине цепи. В результате каждый из двух проводов цепи имеет одинаковую емкость по отношению к земле и к любому проводу другой цепи, т. е. конструкция оказывается симметричной в электрическом смысле (по отношению к любому третьему проводу, к *металлической оболочке* кабеля или при ее отсутствии к земле).

Конструктивные особенности кабельной цепи. Наряду со скруткой двух жил в *одну пару* (рис. 7.13*а*) широко

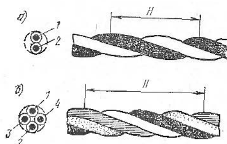


Рис. 7.13. Элементарные группы токопроводящих жил кабеля связи: *а*) пара; *б*) звездная четверка

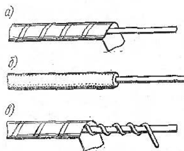


Рис. 7.14. Конструктивные типы изоляции токопроводящих жил кабелей;
а) трубчато-бумажная;
б) изоляция непрерывным концентрическим слоем; *в*) кордельная

применяют скрутку четырех жил в *звездную четверку*. В последнем случае скручиваются вместе сразу четыре жилы, которые в поперечном сечении напоминают четырехлучевую звезду (рис. 7.13*б*). Из четырех жил четверки составляют две симметричные цепи, образуя каждую цепь не из соседних, а из *противоположных* «лучей» звезды (т. е. из жил *1* и *2* одну цепь, а из жил *3* и *4* — другую). Такое разделение жил четверки на рабочие цепи дает возможность уменьшить километрическую емкость *C* кабельной цепи и взаимное влияние между цепями внутри одной четверки.

Одна скрученная пара или звездная четверка называется элементарной группой. Кабель связи может содержать от одной до

нескольких сотен элементарных групп, совокупность которых образует *сердечник кабеля*. Для защиты от проникновения влаги сердечник заключают в водонепроницаемую *оболочку*, которую снабжают специальным защитным покровом против механических повреждений.

Токопроводящие жилы изготовляют из меди. Диаметр жил лежит в пределах от 0,4 до 1,2 мм. Изоляция жил имеет три основные разновидности (рис 7.14): трубчато-бумажную (а), в виде непрерывного концентрического слоя (б) и кордельную (в). В первом случае токопроводящую жилу обматывают по спирали слоем узкой ленточки из специальной «телефонной» бумаги таким образом, чтобы соседние витки ленточки взаимно перекрывались. Во втором жилу покрывают непрерывным концентрическим слоем изолирующего материала (пористой бумажной массы, сплошного или пористого полиэтилена). В третьем *бумажный кордель* (нить, скрученную из телефонной бумаги) накладывают на проводящую жилу в виде спирали, после чего жилу вместе с корделем обматывают спиральным слоем бумажной ленты. В высокочастотных кабелях бумажно-кордельную изоляцию заменяют стирофлексно-кордельной (кордель изготовляют из полосок стирофлекса), а жилу с корделем обматывают ленточкой из стирофлекса.

Переход от воздушной двухпроводной цепи к симметричной кабельной позволяет во много раз уменьшить габариты (размеры) линейных сооружений, расход дефицитных материалов (меди) на одну цепь, исключить влияние климатических условий на устойчивую работу системы связи.

Влияние конструктивных особенностей кабельной цепи на ее первичные параметры. Даже не прибегая к строгому анализу, можно в общих чертах оценить, как отразятся изменения в конструкции кабельной цепи (по сравнению с воздушной) на величине ее первичных параметров. Уменьшение диаметра токопроводящих жил в 3,2—10 раз [от 4 мм у воздушной цепи до 1,2—0,4 мм у кабельной] означает, что площадь поперечного сечения жилы уменьшается от 10 до 100 раз и во столько же раз увеличивается километрическое сопротивление цепи при постоянном токе. Уменьшение расстояния между жилами должно привести к уменьшению километрической индуктивности (уменьшается внешний магнитный поток рамки с током) и к увеличению километрической емкости (уменьшается расстояние между «обкладками» конденсатора, образованного двумя проводящими жилами). Наконец, защита кабельных цепей от проникновения влаги должна привести к уменьшению величины проводимости изоляции G_0 при постоянном токе.

Рассмотрим влияние конструкции кабеля на его параметры.

Километрическое сопротивление. В результате скрутки изолированных жил в элементарные группы, а затем элементарных групп в кабельный сердечник фактическая длина жил увеличивается по сравнению с длиной кабеля на 1—7%. Поэтому

расчетная формула для определения километрического сопротивления при постоянном токе, Ом/км, приобретает вид

$$R_0 = \rho \frac{8 \cdot 10^3}{\pi d_0^2} k_y, \tag{7.20}$$

где приняты те же обозначения, что и в ф-ле (7.5), а коэффициент укрутки k_y лежит в пределах 1,01—1,07 и учитывает фактическое удлинение жилы за счет скрутки.

Расчет поверхностного эффекта осуществляется по тем же формулам, что и в случае воздушной цепи, только вследствие уменьшения диаметра жил эффект начинает проявляться на более высоких частотах, чем у воздушных цепей. Наряду с поверхностным эффектом, при расчете километрического сопротивления на высоких частотах приходится учитывать так называемый *эффект близости*, сущность которого заключается в *увеличении плотности тока в обращенных друг к другу участках поперечного сечения пары проводов одной и той же цепи*, как показано на рис. 7.15. Эффект близости проявляется независимо от поверхностного эффекта и влияет на километрическое сопротивление цепи слабее, чем поверхностный эффект. Например, километрическое сопротивление кабельной цепи звездной скрутки с диаметром жил $d_0 = 1{,}2$ мм при постоянном токе равно $R_0 = 31{,}6$ Ом. На частоте $f = 100$ кГц приращение величины сопротивления за счет поверхностного эффекта составляет 31 Ом, а за счет эффекта близости — еще 10,5 Ом.

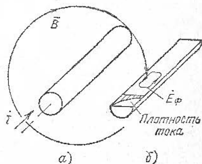


Рис. 7.15. Эффект близости и распределение тока по сечению проводника

Влияния эффекта близости на величину километрического сопротивления цепи определяют с помощью специальных таблиц.

Километрическая индуктивность. Методика расчета индуктивности кабельных цепей не отличается от принятой при расчете воздушных. Необходимо только ввести в расчетную формулу коэффициент укрутки k_y, в результате чего формула индуктивности, Г/км, приобретает вид

$$L = k_y \left(4 \ln \frac{a - r_0}{r_0} + \frac{\mu}{k_1}\right) \cdot 1 \cdot 10^{-4}. \tag{7.21}$$

Километрическая емкость. В литературе по линейно-кабельным сооружениям связи километрическую емкость кабельной симметричной цепи называют также *рабочей емкостью* (в отличие от *емкостей связи* между проводниками, принадлежащими различным цепям). При расчете этого параметра ф-лу (7.18) для воздушной цепи следует дополнить коэффициентом укрутки k_y и коэффициентом ψ, который характеризует влияние соседних пар и

металлической оболочки. В результате формула *километрической* емкости кабельной цепи, Ф/км, приобретает вид

$$C = 27{,}8 \cdot 10^{-9} \frac{\varepsilon k_y}{\ln\left(\frac{a - r_0}{r_0} \psi\right)}. \quad (7.22)$$

Коэффициент ψ следует определять по формуле

$$\psi = \frac{(d_г + d_1 - d_0)^2 - a^2}{(d_г + d_1 - d_0)^2 + a^2},$$

где d_0 — диаметр неизолированного проводника, мм; d_1 — диаметр изолированного проводника, мм; a — расстояние между осями проводов, мм; $d_г$ — диаметр элементарной группы, мм, равный для парной скрутки 1,65 d_1; для звездной скрутки 2,4 d_1; для двойной парной 2,6 d_1.

Диэлектрическая проницаемость большинства диэлектриков, применяемых для изготовления кабельной изоляции, составляет $\varepsilon = 2 \div 2{,}5$. Однако у всех конструктивных типов изоляции (включая сплошную полиэтиленовую) диэлектрик заполняет только часть пространства между проводами. Остальная часть пространства заполнена воздухом ($\varepsilon = 1$). Поэтому в ф-лу (7.22) в качестве ε следует подставлять величину так называемой эквивалентной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_э$. Величина $\varepsilon_э$ меньше, чем проницаемость сплошного диэлектрика, но больше, чем проницаемость воздуха. Значения эквивалентной диэлектрической проницаемости различных типов изоляции приведены в табл. 7.2.

ТАБЛИЦА 7.2

Величины $\varepsilon_э$ и $\mathrm{tg}\,\delta_э$ основных типов изоляции симметричных кабелей связи

Тип изоляции	$\varepsilon_э$	$\mathrm{tg}\,\delta_э \cdot 10^4$ при частоте f, кГц			
		1	10	100	500
Полиэтиленовая сплошная	1,9—2,1	2	2	6	14
Пористо-полиэтиленовая	1,4—1,5	3	3	8	20
Кордельно-полистирольная	1,2—1,3	2	3	7	20
Кордельно-бумажная	1,3—1,4	46	55	113	280
Резиновая сплошная	—		500—1000		500—3000

Пример 7.5. Вычислить километрическую емкость цепи городского телефонного кабеля с *парной скруткой жил и с воздушно-бумажной изоляцией,* если диаметр неизолированного проводника $d_0 = 0{,}5$ мм, диаметр изолированного $d_1 = 1{,}2$ мм, расстояние между осями проводов $a = 1{,}2$ мм и коэффициент укрутки $k_y = 1{,}03$.

Решение. Километрическую емкость определяем по ф-ле (7.22), вычислив предварительно величину ψ и приняв величину эквивалентной диэлектрической проницаемости воздушно-бумажной изоляции $\varepsilon_э = 1{,}6$:

$$\psi = \frac{(d_г + d_1 - d_0)^2 - a^2}{(d_г + d_1 - d_0)^2 + a^2} = \frac{(1{,}65 \cdot 1{,}2 + 1{,}2 - 0{,}5)^2 - 1{,}2^2}{(1{,}65 \cdot 1{,}2 + 1{,}2 - 0{,}5)^2 + 1{,}2^2} = 0{,}668;$$

$$C = 27{,}8 \cdot 10^{-9} \frac{\varepsilon_э k_y}{\ln\left(\frac{a - r_0}{r_0} \psi\right)} = 27{,}8 \cdot 10^{-9} \frac{1{,}6 \cdot 1{,}03}{\ln\left(\frac{1{,}2 - 0{,}5}{0{,}5} \cdot 0{,}668\right)} =$$

$$= 49{,}3 \cdot 10^{-9}\ \text{Ф/км} = 49{,}3\ \text{нФ/км}.$$

Километрическая проводимость изоляции. Наличие у кабеля водонепроницаемой оболочки приводит к тому, что километрическая проводимость изоляции кабельных цепей при постоянном токе достигает весьма малых значений. При расчетах городских телефонных кабелей принимают $G_0=5\cdot10^{-10}$ См/км, а у междугородных кабелей связи $G_0=1\cdot10^{-9}$ См/км.

Влияние внешних метеорологических условий (дождь, иней, гололед) на величину проводимости при переменном токе полностью исключается. Появление и частотная зависимость проводимости изоляции при переменном токе связаны только с наличием потерь в диэлектрике. Поэтому при расчете километрической проводимости изоляции применяют такую же методику, как и при расчете конденсатора с потерями. В роли обкладок конденсатора выступают при этом оба провода цепи, а в роли диэлектрика конденсатора — изоляция проводов.

Эквивалентная схема конденсатора с потерями и ее векторная диаграмма показаны на рис. 7.16. Наличие потерь (активная со-

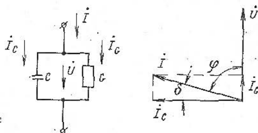


Рис. 7.16. Эквивалентная схема конденсатора и ее векторная диаграмма

ставляющая $\dot I_G$ тока $\dot I$) приводит к тому, что ток $\dot I$ опережает напряжение $\dot U$ на угол, не равный 90°, а на угол $\varphi=90°-\delta$. В соответствии с векторной диаграммой

$$I_G = I_C \operatorname{tg}\delta = U\omega C \operatorname{tg}\delta = UG_э,$$

где учтено равенство $I_C=\omega CU$ и принято обозначение $G_э=\omega C\operatorname{tg}\delta$.

Формула километрической проводимости изоляции кабельной симметричной цепи, учитывающая потери в диэлектрике, приобретает вид

$$G = G_0 + \omega C \operatorname{tg}\delta. \qquad (7.23)$$

Величина $\operatorname{tg}\delta$ называется коэффициентом диэлектрических потерь. Она зависит от вещества диэлектрика и у всех диэлектриков увеличивается с ростом частоты.

Поскольку диэлектрик заполняет только часть пространства внутри кабельной оболочки, а остальная часть пространства заполнена воздухом, то в качестве коэффициента диэлектрических потерь в ф-лу (7.23) следует подставлять не величину $\operatorname{tg}\delta$ сплошного диэлектрика, а эквивалентный коэффициент диэлектрических потерь $\operatorname{tg}\delta_э$, величина которого учитывает соотношение объемов воздуха и диэлектрика в конструкции кабельной цепи. Значения

коэффициента $\operatorname{tg} \delta_э$ для некоторых типов изоляции симметричных кабелей содержатся в табл. 7.2.

Обращает на себя внимание весьма большое (по сравнению с другими материалами) численное значение эквивалентного коэффициента потерь $\operatorname{tg} \delta_э$ у резины, которая в настоящее время в качестве диэлектрика кабелей связи не применяется. Величина $\operatorname{tg} \delta_э$ у кабельной бумаги в среднем на порядок меньше, чем у резины. Однако с точки зрения передачи сигналов высокой частоты на далекие расстояния коэффициент потерь бумажной изоляции имеет слишком большую величину и к тому же растет по мере увеличения частоты. По этим причинам кабели с воздушно-бумажной изоляцией на линиях дальней высокочастотной связи не применяются. Но в силу невысокой стоимости и сравнительно несложной технологии изготовления они получили широкое распространение на линиях городских телефонных сетей и пригородной связи.

Величина эквивалентного коэффициента диэлектрических потерь у изоляции из стирофлекса и полиэтилена в среднем на два порядка (т. е. в 100 раз) меньше, чем у бумажной изоляции. К тому же она почти не зависит от частоты. Поэтому современные высокочастотные кабели связи имеют стирофлексную или полиэтиленовую изоляцию.

Влияние первичных параметров на передачу сигналов. Зависимость затухания цепи от численного значения первичных параметров имеет достаточно сложный характер. Она подробно рассматривается в следующей главе, где будет показано, что для существующих конструкций симметричных цепей наибольшее влияние на величину затухания оказывает активное сопротивление проводов (километрическое сопротивление цепи). Увеличение километрического сопротивления приводит к увеличению затухания цепи. Такой же характер имеет влияние километ-

ТАБЛИЦА 7.3

Первичные параметры воздушных и кабельных цепей связи при частоте $f = 800$ Гц

Тип цепи	Диаметр провода, мм	R, Ом/км	L, мГ/км	C, нФ/км	G, мкСм/км
Воздушная из медных проводов	4	2,84	1,94	6,3	—
Воздушная из стальных проводов	4	32,3	10,0	6,3	—
Кабельная с воздушно-бумажной изоляцией	0,5	190	0,7	50	$5 \cdot 10^{-4}$
Кабельная с кордельно-бумажной изоляцией	1,2	$\leqslant 32,8$	0,7	36	$1 \cdot 10^{-4}$
Кабельная с кордельно-полистирольной изоляцией	1,2	$\leqslant 31,5$	0,7	24	$1 \cdot 10^{-4}$

Примечание. Величина проводимости G_0 указана при постоянном токе.

рической проводимости изоляции: увеличение этого параметра также приводит к увеличению затухания цепи.

Первичные параметры основных типов симметричных двухпроводных цепей приведены в табл. 7.3.

8

Глава

ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

8.1. Распространение электрической энергии по однородной цепи

Волны напряжения и тока в однородной цепи бесконечно большой длины. С помощью ключа K (рис. 8.1*а*) подключим источник синусоидального напряжения,

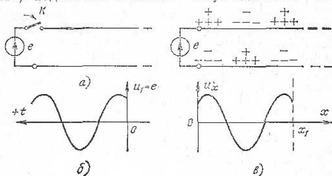


Рис. 8.1. К понятию о волне напряжения в однородной цепи

имеющий нулевое внутреннее сопротивление, ко входным зажимам бесконечно длинной однородной двухпроводной цепи. В момент замыкания ключа ($t=0$) между входными зажимами цепи появляется напряжение, равное ЭДС источника. На зажиме нижнего провода возрастает концентрация отрицательных зарядов, а на зажиме верхнего концентрация отрицательных зарядов уменьшается по сравнению с первоначальным состоянием, что можно рассматривать как появление на верхнем проводе избытка положительных зарядов.

Зона повышенной концентрации положительных зарядов на верхнем проводе и отрицательных на нижнем не остается непод-

жной, а начинает перемещаться вдоль цепи, удаляясь от ее начала. Перемещение зоны повышенной концентрации зарядов означает, что вдоль цепи распространяется электрическое поле, создаваемое этими зарядами, а также электрическое напряжение, которое при замыкании ключа появилось между проводами. В свою очередь, перемещение зарядов по проводам цепи представляет собой электрический ток, а появление тока в цепи приводит к появлению магнитного поля в окружающем пространстве.

Процесс распространения электрического и магнитного полей в пространстве, окружающем двухпроводную цепь, называется электромагнитной волной. Процесс распространения напряжения в цепи с распределенными параметрами называется *волной напряжения*, а процесс распространения тока — *волной тока*.

В цепях с распределенными параметрами важнейшую роль имеет то обстоятельство, что распространение волн напряжения и тока происходит хотя и с очень большой, но тем не менее с *конечной* скоростью, которая не может превышать скорость распространения электромагнитных колебаний в вакууме, т. е. 300 000 км/с.

Предположим, что за промежуток времени от $t=t_1=0$ до $t=t_2$ напряжение u_1 между входными зажимами непрерывно изменялось: сначала увеличивалось, а затем убывало до нуля, после чего изменило свой знак, как показано на рис. 8.1*б* (на котором ось времени t направлена справа налево). Поступая последовательно друг за другом на вход цепи, мгновенные значения напряжения u_1 начинали распространяться вдоль цепи, занимая последовательные положения вдоль оси x в пространстве, как показано в нижней части рис. 8.1*в* для момента времени $t=t_2$. Здесь на расстоянии x_1 от начала цепи напряжение между проводами примерно равно величине, которую оно имело на входе цепи в момент замыкания ключа. По мере приближения к началу цепи оно изменяется так же, как изменялось напряжение на входе цепи по мере увеличения времени: сначала увеличивается, а затем убывает до нуля, после чего изменяет свой знак.

При дальнейшем увеличении времени картина распределения напряжения между проводами (рис. 8.1*в*) продолжает перемещаться слева направо, т. е. от входных зажимов цепи к выходным.

Понятие о волновом сопротивлении однородной цепи. Легко догадаться, что нагрузочное сопротивление, включенное между выходными зажимами цепи, не оказывает никакого влияния на процесс распространения волны напряжения и тока до тех пор, пока волна не достигнет конца цепи. Чтобы исследовать этот наиболее простой режим, предположим сначала, что цепь *имеет бесконечно большую длину*. В такой цепи волна напряжения, создаваемая генератором входного сигнала, никогда не достигнет конца цепи, и мы имеем возможность неограниченно долго выполнять любые измерения в установившемся режиме синусоидальных колебаний. При этом можно обнаружить следующие закономерности:

1. Если на входе цепи включен генератор синусоидального напряжения с частотой ω_1, то напряжение между проводами цепи на любом расстоянии от ее начала представляет собой синусоиду той же частоты.

2. Ток в каждом проводе изменяется также по синусоидальному закону с той же частотой.

3. По мере удаления точки отсчета от начала цепи амплитуды напряжения и тока, вообще говоря, убывают. Но отношение этих амплитуд остается постоянной величиной, которую обозначают символом $z_в$: $(U_{xm}/I_{xm}) = z_в$.

4. Разность начальных фаз напряжения и тока при любом расстоянии от начала цепи остается неизменной величиной, которую обозначают символом $\varphi_в : \psi_u - \psi_i = \varphi_в$.

При записи синусоид напряжения и тока в символической форме перечисленные закономерности можно выразить в виде формулы

$$\dot{U}_{x\,m}/\dot{I}_{xm} = Z_в, \tag{8.1}$$

где комплексная величина $Z_в$ называется *комплексным волновым сопротивлением однородной* цепи или просто *волновым сопротивлением:*

$$Z_в = |Z_в|\, e^{i\,\varphi_в} = z_в\, e^{i\,\varphi_в}.$$

Математический анализ, основанный на решении системы дифференциальных уравнений Кирхгофа для однородной цепи, показывает, что волновое сопротивление не зависит ни от длины цепи, ни от величины нагрузочного сопротивления. Оно зависит только от частоты входного напряжения и от численных значений всех четырех первичных параметров однородной цепи.

Волны в однородной цепи при согласованной нагрузке. Рассмотрим однородную цепь бесконечно большой длины с источником синусоидального напряжения на входе (рис. 8.2*а*). Предположим, что на расстоянии x, км, от начала

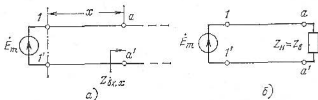


Рис. 8.2. Переход к анализу цепи конечной длины

цепи комплексная амплитуда напряжения между проводами имеет величину $\dot{U}_{xm}$. Тогда комплексная амплитуда тока в этом же сечении цепи равна величине $\dot{I}_{xm} = \dot{U}_{xm}/Z_в$.

Назовем *входным сопротивлением цепи в сечении «x»* отношение комплексной амплитуды напряжения между проводами в этом

сечении цепи к комплексной амплитуде тока, проходящего через это же сечение:

$$Z_{вх\,x} = \dot{U}_{xm}/\dot{I}_{xm}.$$

Из сказанного ранее о соотношении между комплексными амплитудами *волн напряжения и тока в* бесконечно длинной цепи следует, что на любом расстоянии от начала такой цепи ее входное сопротивление, измеренное в направлении к нагрузке, как показано на рис. *8.2а, будет равно величине* волнового сопротивления цепи:

$$Z_{вх\,x} = \dot{U}_{xm}/\dot{I}_{xm} = Z_в, \quad (8.2)$$

где индекс x напоминает, что рассматривается точка, удаленная на расстояние x от начала цепи.

Формула остается справедливой при любом значении x и, в частности, при $x=0$. Следовательно, *входное сопротивление бесконечно длинной цепи равно ее волновому сопротивлению.*

Предположим теперь, что мы перерезали оба провода цепи в точках a и a' и отбросили правую часть цепи, а оставшийся ее участок длиной x замкнули на сопротивление, равное волновому, как показано на рис. 8.2*б*. Рассматривая оставшийся участок, можно обнаружить замечательное обстоятельство: удаление цепи *справа от точек a и a' и* переход от бесконечно большой длины цепи к конечной никак не отразятся на картине волн напряжения и тока в оставшемся участке, поскольку сопротивление между точками a и a' в *схеме на рис. 8.2б имеет в направлении* передачи сигнала такую же величину, какую оно имело в схеме на рис. 8.2*а*, т. е. до того, как провода были перерезаны.

Но если волны напряжения и тока в *цепи конечной длины* остались неизменными по сравнению с волнами в цепи бесконечно большой длины, то осталось неизменным и входное сопротивление цепи: оно по-прежнему равно величине волнового сопротивления.

Сформулируем основные выводы из содержания этого параграфа.

1. Распространение электрической энергии вдоль однородной цепи бесконечно большой длины происходит в виде волны напряжения и волны тока.

2. При изменении напряжения по синусоидальному закону *комплексная амплитуда тока на любом* расстоянии от начала цепи связана с комплексной амплитудой напряжения зависимостью $\dot{I}_{xm}=\dot{U}_{xm}/Z_в$, где $Z_в$ — величина комплексного волнового сопротивления *цепи*.

3. При замыкании выходных зажимов цепи, имеющей конечную длину, на сопротивление, равное волновому, картина волн напряжения и тока в цепи остается *такой же, какой она была бы* в цепи бесконечно большой длины. При этом входное сопротивление цепи не зависит от ее длины и равно ее волновому сопротивлению. Такой режим работы цепи называется работой на *согла-*

сованную нагрузку, а сама нагрузка, равная волновому сопротивлению однородной цепи, называется согласованной (подразумевается согласование величины нагрузочного сопротивления цепи с величиной ее волнового сопротивления).

8.2. Уравнения передачи однородной цепи при согласованной нагрузке

Однородная цепь как симметричный четырехполюсник. Однородная цепь конечной длины имеет пару входных и пару выходных зажимов и, следовательно, представляет собой *четырехполюсник*. Однородная цепь является *симметричным* четырехполюсником, поскольку на любом расстоянии от входных зажимов имеет одинаковую конструкцию и неизменные численные значения первичных параметров. Только в отличие от четырехполюсников с сосредоточенными параметрами, которые были рассмотрены в гл. 2, однородная цепь представляет собой четырехполюсник с распределенными параметрами. В этом параграфе мы получим уравнения передачи однородной цепи при согласованной нагрузке, рассматривая однородную цепь как симметричный четырехполюсник.

Известно (см. гл. 2), что при нагрузке выходных зажимов симметричного четырехполюсника на сопротивление, равное характеристическому ($Z_н=Z_с$), входное сопротивление четырехполюсника получается равным его характеристическому сопротивлению. Такая же закономерность наблюдается и в случае однородной цепи конечной длины при нагрузке ее выходных зажимов на сопротивление, равное волновому (см. п. 3 выводов § 8.1). По этой причине *однородная цепь представляет собой четырехполюсник, характеристическое сопротивление которого равно волновому сопротивлению цепи:* $Z_с=Z_в$.

Но аналогия между четырехполюсником и однородной цепью на этом не кончается. Известно, что в установившемся режиме синусоидального тока выходное напряжение четырехполюсника отличается от входного как по амплитуде, так и по фазе. Рассмотрим с этой точки зрения однородную цепь.

Эквивалентная расчетная схема участка однородной цепи, *имеющего бесконечно малую длину dx, показана на рис. 8.3.* Если километрическое сопротивление цепи равно R, то сопротивление участка длиной dx равно Rdx. В реальной цепи это сопротивление поровну разделено между ее проводами. Но для упрощения эквивалентной схемы вполне допустимо показать сопротивление Rdx включенным только в один провод. В этот же провод последовательно с активным сопротивлением включена индуктивность рассматриваемого бесконечно короткого участка цепи, имеющая величину Ldx. Кроме того, в эквивалентную схему включены емкость Cdx и активная проводимость Gdx, которые отображают распределенную емкость и проводимость рассматриваемого элемента dx однородной цепи.

Обозначим символами $\dot{U}_{нm}$ и $\dot{I}_{нm}$ комплексные амплитуды напряжения и тока в начале участка dx, а символами $\dot{U}_{кm}$ и $\dot{I}_{кm}$ — комплексные амплитуды напряжения и тока в конце этого участ-

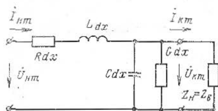


Рис. 8.3. Эквивалентная схема участка однородной цепи бесконечно малой длины

ка. Нагрузочное сопротивление схемы на рис. 8.3 показано равным волновому сопротивлению цепи, потому что любой участок однородной цепи в реальных условиях нагружен на входное сопротивление последующей цепи, которое при согласованной нагрузке выходных зажимов цепи равно ее волновому сопротивлению.

Рассматривая эквивалентную схему участка однородной цепи на рис. 8.3, убеждаемся в следующем:

1. Выходное напряжение участка меньше входного, поскольку на элементах Rdx и Ldx при прохождении по ним тока $\dot{I}_{нm}$ появляется падение напряжения $\Delta\dot{U}_{m} = [\mathrm{i}\omega(Ldx) + Rdx]\dot{I}_{нm}$.

2. Наличие в эквивалентной схеме участка реактивных элементов Ldx и Cdx приводит к тому, что выходное напряжение $\dot{U}_{кm}$ отстает по фазе от входного $\dot{U}_{нm}$, в чем можно убедиться, построив, например, векторную диаграмму напряжений и токов для схемы рис. 8.3.

3. Поскольку часть входного тока $\dot{I}_{нm}$ замыкается на участке dx через элементы Cdx и Gdx, минуя нагрузочное сопротивление, выходной ток участка $\dot{I}_{кm}$ оказывается меньше входного.

Цепь конечной длины содержит бесчисленное множество бесконечно малых участков, подобных изображенному на рис. 8.3, и по этой причине напряжение в конце цепи отличается от напряжения в начале как по амплитуде, так и по фазе.

Для симметричного согласованно нагруженного четырехполюсника с сосредоточенными параметрами изменение амплитуды и фазы напряжения в результате прохождения через четырехполюсник выражают формулой

$$\dot{U}_{2m} = \dot{U}_{1m}\,\mathrm{e}^{-g} = \dot{U}_{1m}\,\mathrm{e}^{-a}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,b},$$

где g — характеристическая постоянная передачи; a — характеристическое затухание четырехполюсника и b — характеристическая фазовая постоянная четырехполюсника.

Точно так же изменение амплитуды и фазы напряжения на участке однородной цепи длиною в 1 км при согласованной нагрузке выходных зажимов участка выражают формулой

$$\dot{U}_{2m} = \dot{U}_{1m}\,\mathrm{e}^{-\gamma\cdot 1} = \dot{U}_{1m}\,\mathrm{e}^{-\alpha\cdot 1}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,\beta\cdot 1}. \qquad (8.3)$$

В соответствии с (8.3) уменьшение амплитуды напряжения в результате прохождения по участку однородной согласованно нагруженной цепи длиною в 1 км выражается формулой

$$U_{2m} = U_{1m}\,e^{-\alpha\cdot 1}, \qquad (8.4)$$

где величина α (греческая буква «альфа») называется *коэффициентом затухания* однородной цепи. Эта величина измеряется в неперах на километр длины (Нп/км) или в миллинеперах на километр (мНп/км). Множитель «1» в показателе степени ф-лы (8.4) выражает длину участка в километрах и имеет соответствующую размерность.

Решая (8.4) относительно α, получаем

$$\alpha = \ln\frac{U_{1m}}{U_{2m}}. \qquad (8.5)$$

Таким образом, *коэффициент затухания однородной цепи характеризует уменьшение амплитуды напряжения в результате прохождения по однородной цепи длиной в 1 км при согласованной нагрузке выходных зажимов цепи.*

Величина β (греческая буква «бета») в ф-ле (8.3) называется *коэффициентом фазы однородной цепи*. Эта величина измеряется в радианах на километр длины (рад/км) или в миллирадианах на километр (мрад/км). Множитель «1» в показателе степени ф-лы (8.3) выражает длину цепи в километрах и имеет соответствующую размерность. Для выяснения физического смысла величины β запишем комплексные амплитуды напряжений ур-ния (8.3) в показательной форме и приравняем сомножители с чисто мнимыми показателями обеих частей уравнения:

$$U_{2m}\,e^{i\psi_{U2}} = U_{1m}\,e^{i\psi_{U1}}\,e^{-\alpha\cdot 1}\,e^{-i\beta\cdot 1};$$

$$\psi_{U2} = \psi_{U1} - \beta.$$

Из последнего равенства находим

$$\beta = \psi_{U1} - \psi_{U2}. \qquad (8.6)$$

Следовательно, *коэффициент фазы β характеризует изменение фазы напряжения на участке однородной цепи длиною в 1 км при согласованной нагрузке ее выходных зажимов и численно равен разности фаз входного и выходного напряжений этого участка.*

Комплексная величина γ, определяемая по формуле

$$\gamma = \alpha + i\beta, \qquad (8.7)$$

называется *коэффициентом распространения однородной цепи*. Эта величина характеризует изменение амплитуды и фазы напряжения на участке однородной цепи длиною в 1 км при согласованной нагрузке его выходных зажимов.

Если участок однородной цепи длиной в 1 км рассматривать как четырехполюсник (рис. 8.4), то произведение $\gamma\cdot 1$, где множи-

тель «1» выражает длину цепи в километрах, представляет собой характеристическую постоянную передачи этого четырехполюсника.

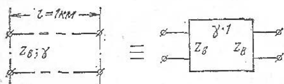


Рис. 8.4. Представление участка цепи длиной в 1 км в виде четырехполюсника

Уравнения передачи цепи любой длины при согласованной нагрузке. Предположим, что две однородные цепи одинаковой конструкции длиной по 1 км каждая соединены друг с другом каскадно: выходные зажимы первой цепи со входными зажимами второй. Найдем характеристические параметры четырехполюсника, эквивалентного обеим соединенным цепям. Поскольку обе цепи имеют одинаковую конструкцию, то их волновые сопротивления также одинаковы: $Z_{в1}=Z_{в2}=Z_в$. Одинаковы и коэффициенты распространения: $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$. Из равенства волновых сопротивлений обеих цепей следует, что цепи, рассматриваемые как четырехполюсники, соединены друг с другом по принципу согласованности характеристических сопротивлений. При таком соединении характеристическая постоянная передачи полученного четырехполюсника, эквивалентного двум соединенным, равна сумме характеристических постоянных передачи соединенных четырехполюсников: $g_э=g_1+g_2=\gamma\cdot 1+\gamma\cdot 1=2\gamma$, где коэффициент «2» выражает суммарную длину полученной цепи в километрах. Характеристическое сопротивление полученного симметричного четырехполюсника остается таким же, каким оно было у каждого из первоначальных: равным их волновому сопротивлению.

Если предположить далее, что каскадно соединены не две, а l одинаковых цепей длиной по одному километру каждая, то характеристическая постоянная передачи четырехполюсника, эквивалентного всем соединенным, выразится формулой

$$g_э=\gamma\cdot 1+\gamma\cdot 1+\ldots+\gamma\cdot 1=\gamma l$$

и уравнение передачи однородной цепи длиной в l километров при согласованной нагрузке ее выходных зажимов приобретает вид

$$\dot{U}_{2m}=\dot{U}_{1m}e^{-\gamma l}=\dot{U}_{1m}e^{-\alpha l}e^{-i\beta l}, \qquad (8.8)$$

где величина αl называется *волновым затуханием цепи* и характеризует уменьшение амплитуды напряжения в результате прохождения по цепи, а величина βl называется *фазовой волновой постоянной* однородной цепи и характеризует изменение фазы напряжения в результате прохождения по цепи длиной l, км.

Сделаем несколько важных замечаний о практическом применении ф-лы (8.8).

1. Эта формула остается справедливой не только при целом числе километров длины l, но и вообще при любом численном значении l. Для объяснения этого предположим, например, что цепь имеет длину в 1,1 км. Такую цепь можно рассматривать как каскадное соединение двух цепей: длиной в 1,0 и 0,1 км. Цепь длиной 0,1 км можно рассматривать как полученную путем расчленения одной цепи длиной в 1 км на десять участков одинаковой длины. Характеристическая постоянная передачи каждого участка будет составлять одну десятую часть характеристической постоянной передачи участка длиной 1 км, т. е. будет равна величине 0,1 γ, где 0,1—длина участка в километрах. При каскадном соединении участков с постоянными передачи $\gamma \cdot 1$ и $\gamma \cdot 0{,}1$ получим четырехполюсник с характеристической постоянной передачи $g_э = \gamma \cdot 1 + \gamma \cdot 0{,}1 = 1{,}1\,\gamma$.

2. Формулу (8.8) можно применять для расчета напряжения в любой промежуточной точке, находящейся на расстоянии x от начала цепи $(0 \leqslant x \leqslant l)$. Для этого достаточно подставить в ф-лу (8.8) вместо длины l расстояние x:

$$\dot{U}_{xm} = \dot{U}_{1m} e^{-\gamma x} = \dot{U}_{1m} e^{-\alpha x} e^{-i\beta x}. \tag{8.9}$$

3. Если требуется вычислить только амплитуду напряжения на расстоянии x и от начала цепи, не вычисляя его фазы, то множитель $e^{-i\beta x}$ в ф-ле (8.9) следует опустить, а комплексные амплитуды заменить вещественными, после чего формула приобретает вид

$$U_{xm} = U_{1m} e^{-\alpha x}. \tag{8.10}$$

4. Разделив обе части предыдущего равенства на $\sqrt{2}$, получим формулу для расчета действующих значений напряжения:

$$U_x = U_1 e^{-\alpha x}. \tag{8.11}$$

Применяя ф-лы (8.9)—(8.11), следует помнить, что все они относятся к случаю согласованной нагрузки выходных зажимов однородной цепи.

Пример 8.1. Определить напряжение между проводами однородной цепи на расстоянии $x = 20$ км от ее начала, если напряжение на входе цепи равно 0,7 В, коэффициент затухания при рассматриваемой частоте $\alpha = 35$ мНп/км, а цепь в конце нагружена согласованно.

Решение. Термин «напряжение» (без определения «мгновенное», «амплитудное» или «среднее») означает действующее значение напряжения. Поэтому для решения воспользуемся ф-лой (8.11) и подставим в нее заданные величины:

$$U_x = U_1 e^{-\alpha x} = 0{,}7\, e^{-35 \cdot 10^{-3} \cdot 20} \approx 0{,}35 \text{ В}.$$

Пример 8.2. Определить напряжение u_1 (т. е. мгновенное значение напряжения) в начале однородной цепи длиной 5 км, если напряжение в конце этой цепи между зажимами согласованной нагрузки выражается формулой $u_2 = 0{,}1 \sin(\omega_1 t + 30°)$, а коэффициент распространения цепи равен: $\gamma = 0{,}153 + i0{,}153$.

Решение. Решим ур-ние (8.8) относительно комплексной амплитуды $\dot{U}_{1m}$ и подставим в полученное выражение численные значения заданных величин:

$$\dot{U}_{1m} = \dot{U}_{2m} e^{\alpha l} e^{i\beta l} = 0{,}1\, e^{i\,0{,}524} e^{0{,}153 \cdot 5} e^{i\,0{,}153 \cdot 5} =$$
$$= 0{,}1 \cdot 2{,}15\, e^{i\,1{,}29} = 0{,}215\, e^{i\,74°},$$

где напряжение u_2 представлено в виде комплексной амплитуды, причем его начальная фаза, заданная в градусах, переведена в радианы: $30°/57,3° = 0,524$ рад.

Теперь можно перейти от комплексной амплитуды напряжения к его мгновенному значению: $u_1 = 0,215 \sin(\omega_1 t + 74°)$ В.

Уравнение падающей волны напряжения. Обратимся к уравнению передачи (8.9) и запишем в нем комплексную амплитуду напряжения $\dot{U}_{xm}$ в показательной форме:

$$\dot{U}_{xm} = \dot{U}_{1m} e^{-\gamma x} = U_{1m} e^{i\psi_{U1}} e^{-\alpha x} e^{-i\beta x} = U_{1m} e^{-\alpha x} e^{-i(\beta x - \psi_{U1})}.$$

Для перехода от комплексной амплитуды синусоидального напряжения к мгновенному значению этого напряжения достаточно заменить в формуле комплексной амплитуды множитель с чисто мнимым показателем [т. е. выражение $e^{i(-\beta x + \psi_{U1})}$] чисто вещественной функцией $\sin(\omega_1 t - \beta x + \psi_{U1})$. В данном случае такая замена приводит к формуле

$$u_x = U_{1m} e^{-\alpha x} \sin(\omega_1 t - \beta x + \psi_{U1}). \tag{8.12}$$

Анализируя эту формулу, убеждаемся в следующем:

1. Напряжение u_x в любой точке цепи (при $x = x_1$) изменяется во времени по синусоидальному закону с частотой ω_1, имеет начальную фазу ($\psi_U - \beta x_1$) и амплитуду $U_{1m} e^{-\alpha x_1}$.

2. Если предположить, что изменяется координата x при фиксированном (неизменном) значении времени $t = t_1$, т. е. исследовать, как изменяется величина напряжения u_x вдоль цепи при некотором значении времени $t = t_1$, то получим

$$u_x = U_{1m} e^{-\alpha x} \sin(-\beta x + \omega_1 t_1 + \psi_{U1}).$$

Это выражение снова представляет собой синусоиду, мгновенная фаза которой зависит от координаты x, а амплитуда уменьшается по мере удаления от начала цепи, как показано на рис. 8.5 сплошной линией для некоторого момента времени $t = t_1$.

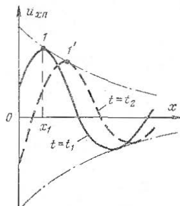


Рис. 8.5. Падающая волна напряжения в однородной цепи

3. Как будет распределяться напряжение вдоль цепи, спустя некоторый интервал времени Δt, т. е. при $t_2 = t_1 + \Delta t$? Для ответа зафиксируем на графике точку, которая соответствует некоторой характерной фазе колебания. Пусть это будет, например, точка *1* с координатами $x = x_1$ и $t = t_1$, которая соответствует значению функции $\sin(\omega t_1 - \beta x_1 + \psi_U) = 1$ и значению ее аргумента $(\omega_1 t_1 - \beta x_1 + \psi_{U1}) = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$.

Предположим теперь, что величина t растет, и исследуем, как будет изменяться величина x при условии, что аргумент синусоиды остается неизменным:

$$\omega_1 t - \beta x + \psi_{U1} = k_1 = \text{const}. \quad (8.13)$$

С этой целью решим ур-ние (8.13) относительно x:

$$x = \frac{\omega_1 t + \psi_{U1} - k_1}{\beta}. \quad (8.14)$$

Очевидно, при увеличении времени t и при неизменных остальных величинах в правой части равенства (8.14) координата x должна увеличиваться. Иными словами, мгновенная фаза колебания, равная k_1, при увеличении времени перемещается в направлении увеличения x, т. е. от начала цепи к ее концу. Сказанное поясняется графиком распределения напряжения вдоль цепи для момента времени $t=t_2$ (см. штриховую линию на рис. 8.5). Точка 1 «сплошного» графика переместилась за промежуток времени от t_1 до t_2 в точку $1'$ «штрихового» графика. Штриховой график получен из сплошного путем перемещения последнего в направлении от начала цепи к ее концу при одновременном уменьшении амплитуды напряжения.

Все изложенное позволяет назвать ф-лу (8.12) уравнением *падающей волны напряжения* (в отличие от так называемой *отраженной* волны, которая будет рассмотрена в дальнейшем).

Падающая волна напряжения — это процесс распространения напряжения в направлении от генератора к нагрузке. График этой волны представляет собой синусоидальную функцию координаты x. При увеличении времени t график перемещается в направлении от генератора к нагрузке, причем амплитуда напряжения в процессе этого перемещения убывает.

Фазовая скорость и длина волны. Скорость распространения некоторой фазы падающей волны синусоидального напряжения вдоль однородной цепи называется *фазовой скоростью волны* $v_ф$. Фазовую скорость найдем, продифференцировав по времени ур-ние (8.14), которое было получено в предположении постоянства мгновенной фазы колебания:

$$v_ф = dx/dt = \omega_1/\beta. \quad (8.15)$$

Расстояние между двумя точками однородной цепи, в которых мгновенная фаза колебания отличается на 2π радиан (360°) называется *длиной волны*. Длину волны, как правило, обозначают греческой буквой λ (читается «лямбда»).

Выразим длину волны через коэффициент фазы β. По определению этого коэффициента изменение фазы колебания на участке цепи длиной 1 км равно β радиан. На участке длиной l, км, изменение фазы составит βl радиан. Наконец, на участке длиной λ, км, изменение фазы должно составлять $\beta\lambda=2\pi$ радиан. Из последнего равенства выражаем длину волны через коэффициент фазы:

$$\lambda = 2\pi/\beta. \quad (8.16)$$

Падающая волна тока. Распространение падающей волны напряжения вдоль однородной цепи сопровождается распространением *падающей волны тока*. Комплексная амплитуда этой волны выражается формулой

$$\dot{I}_{xm} = \frac{\dot{U}_{xm}}{Z_в} = \frac{U_{1m} e^{-\alpha x}}{z_в} e^{i(-\beta x + \psi_{U1} - \varphi_в)}, \quad (8.17)$$

где $\varphi_в$ — аргумент комплексной величины волнового сопротивления однородной цепи.

Все, что было сказано ранее о свойствах падающей волны напряжения, относится в равной степени и к падающей волне тока. В частности, падающая волна тока имеет такую же фазовую скорость и длину волны, как и падающая волна напряжения.

8.3. Вторичные параметры однородной цепи и их частотная зависимость

Понятие о вторичных параметрах цепи. В формулы падающих волн тока и напряжения вошли величины волнового сопротивления однородной цепи $Z_в$ и коэффициента распространения (волн тока и напряжения) γ. Оба параметра не зависят ни от длины цепи, ни от величин нагрузочных сопротивлений. Они зависят только от первичных параметров однородной цепи R, L, C и G и от частоты синусоидального напряжения падающей волны и по этой причине, в отличие от *первичных* параметров цепи, называются ее *вторичными параметрами*.

Математическое и физическое определение волнового сопротивления. Волновым сопротивлением *однородной цепи называется величина*

$$Z_в = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}, \quad (8.18)$$

где R, L, G и C — первичные параметры однородной цепи. Эту формулу можно рассматривать как математическое определение волнового сопротивления цепи. Но в предыдущих параграфах мы рассмотрели несколько физических трактовок этого параметра, которые сводятся к следующему.

1. Волновое сопротивление однородной цепи $Z_в$ — это комплексная величина, численно равная отношению комплексной амплитуды падающей волны напряжения в любой точке цепи к комплексной амплитуде падающей волны тока в этой же точке.

2. Волновое сопротивление численно совпадает с величиной такого сопротивления, на которое необходимо нагрузить выходные зажимы цепи, чтобы ее входное сопротивление получилось равным нагрузочному.

3. *Волновое сопротивление — это величина,* численно равная комплексному входному сопротивлению данной однородной цепи для случая, когда эта цепь имеет бесконечно большую длину.

Частотная зависимость волнового сопротивления. Анализ формулы волнового сопротивления (8.18) позволяет сделать ряд важных для практики выводов о частотной зависимости этого параметра.

1. При стремлении частоты к нулю ($\omega \to 0$) формула приобретает вид

$$Z_в = \sqrt{R/G}, \tag{8.19}$$

т. е. волновое сопротивление является вещественной величиной.

2. При достаточно высокой частоте независимо от численных значений первичных параметров *неизбежно начинают выполняться* условия:

$$\omega L \gg R; \quad \omega C \gg G. \tag{8.20}$$

В случае медных воздушных цепей это происходит при частотах $f \geqslant 10$ кГц, а в случае кабельных — при более высоких частотах.

При выполнении условий (8.20) можно пренебречь величиной R по сравнению с ωL в числителе подкоренного выражения и величиной G по сравнению с ωC в знаменателе того же выражения:

$$Z_в \approx \sqrt{i \omega L / i \omega C} = \sqrt{L/C}. \tag{8.21}$$

Поскольку километрическая индуктивность L в области высоких частот определяется только внешней индуктивностью цепи и практически не зависит от частоты, а километрическая емкость C вообще не зависит от частоты, то получается замечательный результат: *при достаточно высоких частотах волновое сопротивление любой однородной цепи является чисто вещественной величиной и не зависит от частоты.* Это обстоятельство весьма облегчает реализацию согласованной нагрузки однородных цепей связи *при высоких частотах.*

3. Для первичных параметров воздушных и кабельных цепей связи, как показывают расчеты, всегда выполняется соотношение $R/G > L/C$, поэтому при изменении частоты от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ модуль величины волнового сопротивления монотонно убывает, как показано на рис. 8.6*а*.

3. В интервале между нулевой и достаточно высокими частотами волновое сопротивление $Z_в$ является комплексной величиной: $Z_в = z_в e^{i\varphi_в} = r + i\,x$, — которая может иметь реактивную составляющую только *емкостного* характера ($\varphi_в \leqslant 0$; $x \leqslant 0$).

Отрицательный знак величины $\varphi_в$ и соответственно x объясняется тем, что аргумент числителя подкоренного выражения ф-лы (8.18) для всех существующих конструкций цепей имеет меньшую *величину, чем аргумент знаменателя. Поскольку знак обоих аргументов* положителен, их разность отрицательна и по модулю не может превышать 90°, а корень квадратный будет иметь *аргумент, не превышающий по модулю* 45°, однако имеющий знак «минус». Характер частотной зависимости аргумента комплексного сопротивления (т. е. величины $\varphi_в$) представлен на рис. 8.6*б*. Заметим, что в случае воздушных медных линий связи величина

$|\varphi_в|$ достигает максимума при частотах в несколько десятков герц, после чего быстро убывает до нескольких градусов при частоте $f=800$ Гц.

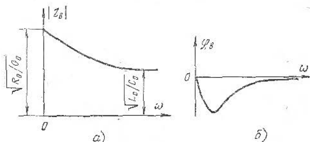


Рис. 8.6. Частотная зависимость модуля и аргумента волнового сопротивления однородной цепи

4. Очень своеобразную зависимость наблюдаем в случае цепей городских телефонных кабелей. Здесь во всей полосе частот телефонного канала выполняются соотношения $\omega L \ll R$ и $\omega C \gg G$. (Вследствие малого диаметра жил велико километрическое сопротивление R, а вследствие малого расстояния между жилами сравнительно велика километрическая емкость C и мала километрическая индуктивность L.) Это позволяет пренебречь величиной $|i\omega L|$ по сравнению с R и величиной G по сравнению с $|i\omega C|$. Формула волнового сопротивления приобретает вид

$$Z_в = \sqrt{\frac{R}{i\omega C}} = \sqrt{\frac{R}{\omega C}\,e^{-i\,90^\circ}} = \sqrt{\frac{R}{\omega C}}\,e^{-i\,45^\circ}. \quad (8.22)$$

Пример 8.3. Определить волновое сопротивление воздушной медной цепи из проводов диаметром 4 мм с расстоянием между проводами $a=20$ см при частотах $f=0$; 800 и $1\cdot10^4$ Гц.

Решение. Расчет осуществляем по формулам этого параграфа. Численные значения первичных параметров берем из примеров расчета предыдущей главы.

1. Расчет при $f=0$ Гц (лето, сыро)

$$Z_в = \sqrt{\frac{R}{G}} = \sqrt{\frac{2,84}{0,5\cdot10^{-6}}} = 2,38\cdot10^3 \text{ Ом}.$$

2. Расчет при частоте $f=800$ Гц ведем по полной формуле

$$Z_в = \sqrt{\frac{R+i\omega L}{G+i\omega C}} = \sqrt{\frac{2,87+i\,2\pi\cdot800\cdot1,93\cdot10^{-3}}{0,57+i\,2\pi\cdot800\cdot6,3\cdot10^{-9}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10,1\,e^{i\,73,9^\circ}}{31,6\cdot10^{-6}\,e^{i\,85,7^\circ}}} = 564\,e^{-i7,4^\circ} \text{ Ом};$$

3. Чтобы проверить возможность применения приближенной формулы для расчета при частоте $f=1\cdot10^4$ Гц, вычислим предварительно величины ωL и ωC и сравним их с R и G соответственно:

$$\omega L = 2\pi\cdot1\cdot10^4\cdot1,89\cdot10^{-3} \approx 120 \gg R = 5,1 \text{ Ом};$$

$$\omega C = 2\pi\cdot1\cdot10^4\cdot6,3\cdot10^{-9} \approx 0,4\cdot10^{-3} \gg G = 0,7\cdot10^{-6} \text{ См},$$

Поскольку условия (8.20) выполняются, то можно применить приближенную ф-лу (8.21):

$$Z_в = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1{,}89 \cdot 10^{-3}}{6{,}3 \cdot 10^{-9}}} = 547 \text{ Ом}.$$

Пример 8.4. Вычислить волновое сопротивление кабельной цепи с воздушно-бумажной изоляцией и с диаметром жил $d_0=0{,}5$ мм при частоте $f=800$ Гц.

Решение. Воспользуемся ф-лой (8.22) и подставим в нее значения первичных параметров из табл. 7.3:

$$Z_в = \sqrt{\frac{R}{\omega C}}\, e^{-i\,45^\circ} = \sqrt{\frac{190}{2\pi \cdot 800 \cdot 50 \cdot 10^{-9}}}\, e^{-i\,45^\circ} = 870\, e^{-i\,45^\circ} \text{ Ом}.$$

Коэффициент распространения однородной цепи. Коэффициент распространения однородной цепи γ следующим образом выражается через ее первичные параметры и частоту синусоидального напряжения:

$$\gamma = \sqrt{(R + i\,\omega L)(G + i\,\omega C)} = \alpha + i\,\beta, \qquad (8.23)$$

где α — коэффициент затухания и β — коэффициент фазы. Физический смысл этих параметров и единицы их измерения были рассмотрены в предыдущем параграфе.

В общем случае под знаком корня в ф-ле (8.23) имеем произведение двух комплексных величин, и корень из этого произведения также является комплексной величиной.

Поскольку при расчетах напряжений и токов в однородной цепи приходится оперировать отдельно вещественной и отдельно мнимой частями коэффициента распространения γ, то величину γ всегда следует представлять в алгебраической форме, даже если она была получена в процессе вычисления в показательной форме.

Пример 8.5. Определить коэффициент распространения воздушной медной цепи с параметрами $d_0=4$ мм и $a=20$ см при частоте $f=800$ Гц.

Решение. Коэффициент распространения определим по ф-ле (8.23), подставив в нее значения первичных параметров цепи из табл. 7.3:

$$\gamma = \sqrt{(R + i\,\omega L)(G + i\,\omega C)} =$$
$$= \sqrt{(2{,}87 + i\,2\pi \cdot 800 \cdot 1{,}93 \cdot 10^{-3})(0{,}57 \cdot 10^{-6} + i\,2\pi \cdot 800 \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-9})} =$$
$$= \sqrt{10{,}1\, e^{i\,73{,}9^\circ}\, 31{,}6 \cdot 10^{-6}\, e^{i\,88{,}7^\circ}} =$$
$$= 17{,}9 \cdot 10^{-3}\, e^{i\,81{,}3^\circ} = (2{,}86 + i\,17{,}6) \cdot 10^{-3}.$$

Упоминалось, что для первичных параметров цепи телефонного кабеля в полосе звуковых частот соблюдаются соотношения $R \gg \omega L$ и $\omega C \gg G$. Это позволяет пренебречь величинами ωL и G в ф-ле (8.23) и упростить расчет коэффициента распространения:

$$\gamma = \sqrt{(R + i\,\omega L)(G + i\,\omega C)} \approx \sqrt{i\,R\omega C} = \sqrt{R\omega C\, e^{i\,90^\circ}} =$$
$$= \sqrt{R\omega C}\, e^{i\,45^\circ} = 0{,}707\sqrt{R\omega C} + i\,0{,}707\sqrt{R\omega C}. \qquad (8.24)$$

В полосе звуковых частот параметры α и β цепи телефонного кабеля удовлетворяют условию $\alpha \approx \beta$.

Приближенные формулы для высоких частот. Формула (8.23) справедлива при любых, как низких, так и высоких, частотах. Необходимо только подставлять в нее значения первичных параметров, взятые для соответствующей частоты.

Однако при высоких частотах аргумент каждого сомножителя под знаком корня стремится к величине $\varphi=90°$, что затрудняет выполнение расчетов с применением логарифмической линейки. Пренебречь величинами R и G тоже нельзя: это привело бы к получению величины $\alpha=0$, что не соответствует действительности.

Расчет параметров α и β удобно при высоких частотах осуществлять по приближенной формуле, для вывода которой подвергнем преобразованиям правую часть ф-лы (8.23):

$$\gamma=\sqrt{(R+\mathrm{i}\omega L)(G+\mathrm{i}\omega C)}=\sqrt{\mathrm{i}\omega L\,\mathrm{i}\omega C\left(1+\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}\right)\left(1+\frac{G}{\mathrm{i}\omega C}\right)}=$$

$$=\mathrm{i}\omega\sqrt{LC}\left(1+\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{G}{\mathrm{i}\omega C}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (8.25)$$

Последние два множителя развернем в ряды по формуле бинома Ньютона:

$$\left(1+\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}\right)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}+\frac{1}{8}\left(\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}\right)^2+\ldots$$

$$\left(1+\frac{G}{\mathrm{i}\omega C}\right)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\frac{R}{\mathrm{i}\omega C}+\frac{1}{8}\left(\frac{R}{\mathrm{i}\omega C}\right)^2+\ldots$$

При $R\ll\omega L$ и $G\ll\omega C$ можно ограничиться учетом двух первых слагаемых каждого ряда. Произведение этих двучленов равно

$$\left(1+\frac{1}{2}\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}\right)\left(1+\frac{1}{2}\frac{G}{\mathrm{i}\omega C}\right)=1+\frac{1}{2}\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}+$$

$$+\frac{1}{2}\frac{G}{\mathrm{i}\omega C}-\frac{1}{4}\frac{RC}{\omega^2 LC}.$$

Здесь также можно пренебречь величиной последнего слагаемого, поскольку оно по модулю во много раз меньше каждого из трех предыдущих. С учетом этих допущений ф-ла (8.25) приобретает вид

$$\gamma\approx\mathrm{i}\omega\sqrt{LC}\left(1+\frac{1}{2}\frac{R}{\mathrm{i}\omega L}+\frac{1}{2}\frac{G}{\mathrm{i}\omega C}\right)=$$

$$=\frac{R}{2Z_{\text{в}}}+\frac{GZ_{\text{в}}}{2}+\mathrm{i}\omega LC=\alpha+\mathrm{i}\beta,$$

где

$$\alpha=\frac{R}{2Z_{\text{в}}}+\frac{GZ_{\text{в}}}{2}; \qquad (8.26)$$

$$\beta=\omega\sqrt{LC} \qquad (8.27)$$

и $Z_в=\sqrt{L/C}$ — волновое сопротивление цепи при высоких частотах.

Поскольку в области высоких частот величина $Z_в$ практически от частоты не зависит, характер частотной зависимости коэффициента затухания α определяется частотной зависимостью параметров R и G. В гл. 7 было установлено, что величина R вследствие поверхностного эффекта с ростом частоты увеличивается примерно пропорционально корню квадратному из частоты. Величина G за счет потерь в диэлектрике с ростом частоты увеличивается пропорционально частоте.

В силу обеих причин коэффициент затухания α с ростом частоты увеличивается, как показано на рис. 8.7*а*. Заметим, что в

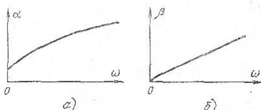


Рис. 8.7. Частотная зависимость коэффициента затухания и коэффициента фазы *однородной цепи*

случае цепей воздушных линий связи и симметричных высокочас*тотных кабелей в полосе* частот до 500 кГц основной вклад в суммарную величину α дает первое слагаемое ф-лы (8.26), т. е. затухание, вызванное потерями энергии в сопротивлении проводов, а не потерями в изоляции.

Формула (8.27) также позволяет сделать важный для практики вывод: в области высоких частот коэффициент фазы β при увеличении частоты растет по линейному закону, т. е. *прямо пропорционально* частоте (рис. 8.7*б*). В гл. 11 будет показано, что такая частотная зависимость величины β обеспечивает отсутствие так называемых фазо-частотных искажений сигнала при передаче по однородной цепи.

8.4. Уравнения передачи однородной цепи при произвольной нагрузке

Уравнения передачи с гиперболическими функциями. Ранее (см. § 2.6) для четырехполюсника с сосредоточенными параметрами была получена система ур-ний (2.37), которая содержит гиперболические функции и характеризует *передачу напряжения и тока при произвольном* (не обязательно согласованном) нагрузочном сопротивлении. Впоследствии (см. §8.2) мы установили, что однородную цепь можно рассматривать как *симметричный четырехполюсник с параметрами* $Z_c=Z_в$ и $g=\gamma l$, где γ — коэффициент распространения, а l — длина цепи.

Если эти значения параметров подставить в систему ур-ний (2.37), то будет получена *система уравнений передачи однород-*

ной цепи, справедливая при любой (не обязательно согласованной) нагрузке выходных зажимов цепи:

$$\left.\begin{aligned} \dot U_1 &= \dot U_2 \operatorname{ch} \gamma l + Z_в \dot I_2 \operatorname{sh} \gamma l; \\ \dot I_1 &= (\dot U_2/Z_в) \operatorname{sh} \gamma l + \dot I_2 \operatorname{ch} \gamma l. \end{aligned}\right\} \tag{8.28}$$

Заметим, что из этой системы легко получить уравнения передачи при согласованной нагрузке. Действительно, при $Z_н = Z_в$ имеет место равенство $\dot U_2 = Z_н \dot I_2 = Z_в \dot I_2$ и первое уравнение системы можно записать в виде

$$\dot U_1 = \dot U_2 (\operatorname{ch} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma l) = \dot U_2 e^{\gamma l},$$

поскольку

$$\operatorname{ch} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma l = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} + \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} = e^{\gamma l}.$$

Падающие и отраженные волны в однородной цепи. *Преобразуем правые части ур-ний (8.28), выразив гиперболические функции через показательные и осуществив приведение подобных членов:*

$$\left.\begin{aligned} \dot U_1 &= \frac{\dot U_2 + Z_в \dot I_2}{2} e^{\gamma l} + \frac{\dot U_2 - Z_в \dot I_2}{2} e^{-\gamma l}; \\ \dot I_1 &= \frac{\dot U_2 + Z_в \dot I_2}{2 Z_в} e^{\gamma l} - \frac{\dot U_2 - Z_в \dot I_2}{2 Z_в} e^{-\gamma l}. \end{aligned}\right\} \tag{8.29}$$

Полученная система уравнений, как и первоначальная, выражает комплексы напряжения и тока (т. е. комплексные действующие значения) в начале цепи (на расстоянии l от ее выходных зажимов) через комплексы напряжения и тока в конце цепи. Эта же *система дает возможность определить комплексы напряжения и* тока на любом расстоянии x от конца цепи $(0 \leqslant x \leqslant l)$, для чего достаточно в ур-ниях (8.29) заменить величину l на x, подразумевая под x расстояние рассматриваемой точки *от конца цепи.*

Но в отличие от уравнений с гиперболическими функциями, слагаемые в правых частях ур-ний (8.29) имеют отчетливый физический смысл: первое слагаемое в правой части каждого уравнения представляет собой известную нам падающую волну напряжения или тока, а второе — так называемую *отраженную* волну, с понятием о которой мы встречаемся впервые. Для подтверждения сказанного рассмотрим правую часть первого уравнения системы. Здесь оба слагаемых имеют размерность напряжения. Величина первого слагаемого при $l=0$, т. е. в самом конце цепи, равна $(\dot U_2 + Z_в \dot I_2)/2$. В общем случае это комплексная величина, которую для удобства записи мы обозначим символом $\dot U_п$:

$$(\dot U_2 + Z_в \dot I_2)2 = \dot U_п = U_п e^{j\psi_п}.$$

Множитель $e^{\gamma x} = e^{\alpha x} e^{j\beta x}$ при комплексе $\dot U_п$ (для случая $l=x$) свидетельствует, что по мере увеличения x (т. е. при перемещении от

конца цепи к ее началу) увеличивается модуль этого слагаемого и изменяется его аргумент:

$$\dot{U}_{пx} = U_п e^{i\psi_п} e^{\alpha x} e^{i\beta x} = U_п e^{\alpha x} e^{i(\beta x + \psi_п)}.$$

Для перехода от символической формы записи напряжения $\dot{U}_{пx}$ к формуле мгновенного значения этого напряжения заменяем множитель $e^{i(\beta x + \psi_п)}$ функцией $\sin(\omega_1 t + \beta x + \psi_п)$:

$$u_{пx} = U_{пm} e^{\alpha x} \sin(\omega_1 t + \beta x + \psi_п). \qquad (8.30)$$

Формула напряжения $u_{пx}$ содержит в аргументе синусоиды не только время t, но и координату x и по этой причине является уравнением бегущей волны. В каком же направлении перемещается эта волна? Для ответа предположим, что величина t растет, и выясним, как должна изменяться координата x, чтобы мгновенная фаза колебания оставалась неизменной.

Очевидно, при $(\omega_1 t + \beta x + \psi_п) = \text{const}$ и увеличении t численное значение x должно уменьшаться, что соответствует перемещению зафиксированной нами мгновенной фазы колебания в направлении *от начала цепи к ее концу*. В процессе этого перемещения [по мере уменьшения координаты x, которая в ур-ниях (8.29) отсчитывается от конца цепи] амплитуда напряжения $U_п$ убывает. Таким образом, рассматриваемое слагаемое действительно представляет собой *падающую* волну напряжения.

Обратимся ко второму слагаемому первого ур-ния (8.29) и обозначим его величину при $l=0$, т. е. в самом конце цепи, символом $\dot{U}_о$:

$$(\dot{U}_2 - Z_в \dot{I}_2)/2 = \dot{U}_о = U_о e^{i\psi_о}.$$

Множитель $e^{-\gamma x} = e^{-\alpha x} e^{-i\beta x}$ при комплексе $\dot{U}_о$ в случае $l=x$ свидетельствует, что по мере увеличения x, т. е. при перемещении *от конца цепи к ее началу*, уменьшается модуль этого слагаемого и изменяется его аргумент. Если перейти от символической формы записи напряжения $\dot{U}_о$

$$\dot{U}_{оx} = U_о e^{i\psi_о} e^{-\alpha x} e^{-i\beta x}$$

к формуле мгновенного значения этого напряжения, то получим

$$u_{оx} = U_{оm} e^{-\alpha x} \sin(\omega_1 t - \beta x + \psi_о). \qquad (8.31)$$

Эта формула, как и (8.30), содержит в аргументе синусоиды не только время t, но и координату x и, следовательно, является уравнением бегущей волны. В каком направлении перемещается эта волна? Легко заметить, что *при увеличении t мгновенная фаза* колебания, равная $(\omega_1 t - \beta x + \psi_о)$, может оставаться неизменной только за счет увеличения численного значения координаты x. Следовательно, рассматриваемая волна напряжения перемещается *от конца цепи к ее началу*, причем в процессе этого перемещения амплитуда волны убывает. Сказанное поясняется рис. 8.8.

Где же находится источник энергии, возбудающий эту волну? Поскольку выходные зажимы цепи замкнуты на пассивное нагру-

зочное сопротивление, которое ни в коем случае не может выступать в качестве источника энергии, остается сделать вывод, что волна U_{ox} представляет собой результат частичного или полного *отражения* падающей волны $U_{пx}$ от зажимов нагрузочного сопротивления и, таким образом, является не падающей, а *отраженной волной напряжения.*

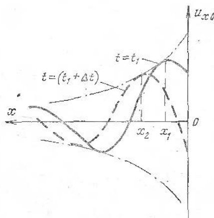


Рис. 8.8. Отраженная волна напряжения в однородной цепи

Свойства отраженной волны напряжения подобны свойствам падающей: обе волны имеют одинаковый коэффициент распространения и одинаковую фазовую скорость. Отраженная волна напряжения подобно падающей создает в цепи отраженную волну тока.

Рассмотрим физические причины отражения падающих волн. Генератор, включенный в начале цепи, создает в ней падающую волну напряжения, которая распространяется в направлении от начала цепи к ее концу. Но одновременно с волной напряжения вдоль цепи обязательно распространяется также и волна тока. Такое неразрывное сочетание волны напряжения и волны тока является переносчиком энергии. Полную мощность падающего потока энергии, пронизывающего поперечное сечение цепи при некотором значении координаты x, можно найти, перемножив действующие значения напряжения и тока падающих волн: $S_{пx} = U_{пx} I_{пx} = U^2_{пx}/Z_в$.

Когда этот поток энергии достигает конца цепи (и зажимов нагрузочного сопротивления), наблюдается одна из двух возможных ситуаций:

а) Нагрузочное сопротивление равно волновому. В этом случае падающая волна тока имеет возможность полностью замкнуться через нагрузочное сопротивление. Нагрузочное сопротивление полностью, без остатка, воспринимает мощность, развиваемую совокупностью падающей волны напряжения и падающей волны тока. Поскольку весь поток энергии, доставляемой к концу цепи посредством упомянутых падающих волн, полностью поглощается нагрузочным сопротивлением, отраженных волн напряжения и тока не возникает.

б) Иную картину наблюдаем в случае несогласованной нагрузки выходных зажимов цепи, т. е. при $Z_н \neq Z_в$.

Предположим, что модуль величины нагрузочного сопротивления превышает величину модуля волнового сопротивления: $|Z_н| > |Z_в|$. В таком случае падающая волна напряжения, достигнув конца цепи, создает в нагрузочном сопротивлении ток $I_н = U_п/z_н$, который имеет меньшую величину, чем ток $I_п = U_п/z_в$,

поступивший к концу цепи в виде падающей волны тока. Именно то обстоятельство, что к концу цепи поступает *не только напряжение, но и ток* (в виде падающей волны тока), создает возможность появления отраженных волн. Поскольку при $|Z_н| > |Z_в|$ через сопротивление нагрузки может замкнуться только часть тока, доставленного к концу цепи падающей волной, нагрузка будет воспринимать только часть энергии, доставляемой совокупностью волн напряжения и тока. Энергия, не воспринятая нагрузкой, отражается от конца цепи и распространяется обратно в направлении к ее началу в виде совокупности отраженной волны напряжения и отраженной волны тока.

Коэффициент отражения напряжения. Для комплекса отраженной волны напряжения в конце цепи (между зажимами нагрузочного сопротивления) мы ввели обозначение $\dot{U}_о$:

$$\dot{U}_о = (\dot{U}_2 - Z_в \dot{I}_2)/2,$$

а для комплекса падающей волны напряжения в конце цепи — обозначение $\dot{U}_п$:

$$\dot{U}_п = (\dot{U}_2 + Z_в \dot{I}_2)/2.$$

Величина, равная отношению этих двух комплексов, называется коэффициентом отражения напряжения k_U:

$$k_U = \frac{\dot{U}_о}{\dot{U}_п} = \frac{\dot{U}_2 - Z_в \dot{I}_2}{\dot{U}_2 + Z_в \dot{I}_2}.$$

Если в правую часть равенства подставить значение $\dot{U}_2 = Z_н \dot{I}_2$ и сократить дробь на общий множитель $\dot{I}_2$, то получим

$$k_U = \frac{\dot{U}_о}{\dot{U}_п} = \frac{Z_н - Z_в}{Z_н + Z_в}. \tag{8.32}$$

Коэффициент отражения напряжения — это наглядный и удобный параметр, характеризующий волновые процессы в конце цепи. Действительно, из (8.32) следует, что комплекс отраженной волны напряжения равен комплексу падающей, умноженному на коэффициент отражения напряжения:

$$\dot{U}_о = k_U \dot{U}_п.$$

Сама же величина k_U зависит только от соотношения между волновым и нагрузочным сопротивлениями [см. ф-лу (8.32)].

Отражение волны тока. Предыдущие рассуждения можно повторить при анализе второго («токового») уравнения системы (8.29). Первое слагаемое в правой части этого уравнения представляет собой падающую волну тока, а второе — отраженную. Обозначим комплекс отраженной волны тока в конце цепи (при $l = x = 0$) символом $\dot{I}_о$, а комплекс падающей — символом $\dot{I}_п$. Величина, равная отношению этих комплексов, называется *коэффициентом отражения тока* k_I:

$$k_I = \dot{I}_о/\dot{I}_п.$$

Подставляя значения комплексов $\dot{I}_0$ и $\dot{I}_п$ из системы ур-ний (8.29), находим

$$k_I = -\frac{Z_н - Z_в}{Z_н + Z_в} = -k_U.$$

Таким образом, величина коэффициента отражения тока отличается от величины коэффициента отражения напряжения только знаком «минус». Причина изменения знака объясняется рис. 8.9.

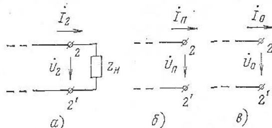


Рис. 8.9. Положительные расчетные направления волн напряжения и тока

Здесь стрелками обозначены положительные расчетные направления напряжения и тока, которые приняты при записи ур-ний (8.29). Эти же направления сохраняются как при записи комплексов падающих волн, так и при записи комплексов отраженных (см. 8.9*б* и *в* соответственно). Но поскольку отраженная волна тока распространяется в направлении от выходных зажимов цепи к входным, ее фактическое направление противоположно принятому за положительное, что и приводит к появлению знака «минус» в формуле коэффициента отражения тока.

Анализ коэффициента отражения напряжения. В соответствии с ф-лой (8.32) коэффициент отражения напряжения в общем случае является комплексной величиной, модуль которой не может превышать единицы ($0 \leqslant |k_U| \leqslant 1$).

Коэффициент отражения минимален (равен нулю) при равенстве нагрузочного сопротивления волновому: $Z_н = Z_в$. Из равенства $k_U = 0$ следует, что комплекс отраженной волны напряжения также равен нулю, т. е. отраженная волна напряжения отсутствует.

Модуль коэффициента отражения максимален (равен единице) в трех случаях: в режиме холостого хода ($Z_н = \infty$), в режиме короткого замыкания ($Z_н = 0$), а также в случае, когда волновое сопротивление является чисто вещественной величиной, а нагрузочное — чисто мнимой и по модулю равно величине волнового. В первых двух случаях энергия, доставляемая к концу цепи падающей волной, не может выделиться в нагрузочном сопротивлении в виде тепла и полностью отражается от выходных зажимов цепи. В третьем случае энергия, доставляемая к концу цепи синусоидальной падающей волной, дважды в течение каждого периода запасается в реактивном элементе нагрузки и столько же раз

полностью отдается этим элементом обратно в цепь. Однако картина отраженных волн во всех трех случаях получается неодинаковой.

Исследуем случай холостого хода, для чего числитель и знаменатель ф-лы (8.32) разделим почленно на $Z_н$ и перейдем к пределу при $Z_н \to \infty$. В результате получим $k_U = 1$, что соответствует равенству комплексов $\dot{U}_0 = \dot{U}_п$. В свою очередь, равенство комплексов означает, что в любой момент времени *напряжение отраженной волны между выходными зажимами цепи равно напряжению падающей,* а суммарное напряжение падающей и отраженной волн имеет в 2 раза большую величину, чем та, которая наблюдалась бы при согласованной нагрузке. В том же режиме коэффициент отражения тока равен $k_I = -1$. Следовательно, в конце цепи для любого момента времени *отраженная волна тока численно равна падающей,* но имеет противоположный знак, а сумма этих волн равна нулю (ток через выходные зажимы цепи не идет).

Для режима короткого замыкания выходных зажимов по ф-ле (8.32) находим $k_U = -1$. Это значит, что в любой момент времени напряжение отраженной волны противоположно *по знаку напряжению* падающей, а сумма этих напряжений равна нулю. Зато коэффициент отражения тока при таком режиме положителен и равен единице: отраженная волна тока складывается с падающей, и ток, *проходящий через выходные зажимы цепи,* удваивается по сравнению с величиной, которую он имел бы при согласованной нагрузке.

Отражение волн напряжения и тока от конца цепи — явление *нежелательное,* поскольку оно приводит к уменьшению мощности, получаемой нагрузочным сопротивлением. Если коэффициент отражения зависит от частоты, то это приводит к появлению частотной зависимости рабочего затухания цепи, что влечет за собой искажение формы передаваемого сигнала. Чтобы избежать этих явлений, входное сопротивление аппаратуры проводной связи согласовывают с волновым сопротивлением цепи до такой степени, при которой коэффициент отражения в рабочей полосе частот не превышает установленной нормы.

Норма на величину коэффициента отражения зависит от конструкции цепи и от вида аппаратуры связи. В частности, для воздушных линий связи в полосе частот аппаратуры В-3 модуль коэффициента отражения не должен превышать 0,3, а в полосе частот аппаратуры В-12—*не должен превышать* 0,1. Наряду с коэффициентом отражения при расчетах и измерениях находит применение еще один параметр: затухание несогласованности $a_н$, величина которого определяется формулой

$$a_н = 20 \lg \left| \frac{1}{k_U} \right| = 20 \lg \left| \frac{1}{k_I} \right| = 20 \lg \left| \frac{Z_н + Z_в}{Z_н - Z_в} \right|.$$

Рабочее затухание однородной цепи. Поскольку однородная цепь представляет собой симметричный четырехполюсник, ее рабочее затухание можно вычислить по ф-ле (2.47),

подставив в нее значения $Z_c = Z_в$, $a = \alpha l$ и $g = \alpha l + i\,\beta l$. Относительно влияния каждого из слагаемых этой формулы на величину рабочего затухания остается в силе все, что было сказано при анализе рабочего затухания четырехполюсника с сосредоточенными параметрами.

8.5. Входное сопротивление однородной цепи

Некоторые свойства функции th$g$. Гиперболические функции комплексного аргумента оказались удобными для описания электрических процессов в четырехполюснике. В частности, входное сопротивление четырехполюсника очень просто выражается через функцию гиперболического тангенса, и чтобы представить себе характер зависимости входного сопротивления от частоты и нагрузки, необходимо знать основные свойства функции th$g$ комплексного аргумента $g = a + i\,b$. Эта функция следующим образом связана с тангенсами вещественной и мнимой частей ее аргумента:

$$\mathrm{th}\,(a + i\,b) = \frac{\mathrm{th}\,a + i\,\mathrm{tg}\,b}{1 + i\,\mathrm{th}\,a\,\mathrm{tg}\,b}. \tag{8.33}$$

Очевидно, что функция th$g$ в общем случае является комплексной величиной.

Предположим, что вещественная часть аргумента остается неизменной ($a = a_1$), а мнимая часть монотонно увеличивается от $b = 0$ до $b = \pi$, и исследуем, как будет изменяться при этом величина модуля функции th$g$.

Выберем для расчета значения величины b, равные (в радианах): $b_1 = 0$; $b_2 = \frac{\pi}{4}$; $b_3 = \frac{2\pi}{4}$; $b_4 = \frac{3\pi}{4}$; $b_5 = \frac{4\pi}{4}$.

Подставляя эти значения b в ф-лу (8.33) и принимая $a = a_1$, вычислим величину $|\mathrm{th}\,g|$. Расчет дает следующих пять значений величины модуля: tha_1; 1; (1/tha_1); 1; tha_1.

По результатам расчета построен эскиз зависимости $|\mathrm{th}\,g| = \varphi(b)$, показанный на рис. 8.10*а*. Эскиз подтверждает следующие свойства функции $|\mathrm{th}\,g|$:

1. Функция $|\mathrm{th}\,g|$ является периодической по отношению к величине b (т. е. к мнимой части аргумента). Период равен π радиан, потому что через интервал $\Delta b = \pi$ значения функции $|\mathrm{th}\,g|$ повторяются.

2. График функции $|\mathrm{th}\,g| = \varphi(b)$ имеет «волнообразный» характер: функция имеет точки минимума при $b = 0 + k\pi$ и точки максимума при $b = \frac{\pi}{2} + k\pi$, где k — любое целое положительное или отрицательное число.

3. Численное значение функции $|\mathrm{th}\,g|$ в точках минимума равно величине tha_1, а в точках максимума — величине (1/tha_1) = ctha_1. Напомним, что величина tha_1 (т. е. величина гиперболического тангенса вещественного аргумента) не может превышать

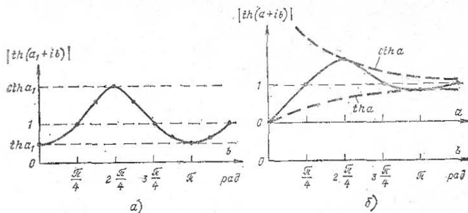


Рис. 8.10. Графики функции $|\text{th}(a+ib)|$

единицы, а величина функции $\text{cth}\, a_1$ не может быть меньше единицы.

С учетом сказанного *колебательный характер изменения величины функции* $|\text{th}\, g| = |\text{th}\,(a+ib)|$ *определяется изменением мнимой части аргумента* (т. е. величины b), а размах («амплитуда») колебаний зависит от величины вещественной части аргумента (т. е. от величины a).

Предположим теперь, что одновременно с увеличением мнимой части аргумента (т. е. b) увеличивается и его вещественная часть a. Изменения величины b по-прежнему будут придавать функции $|\text{th}\, g|$ колебательный характер. Но «амплитуда» колебаний теперь уже не будет постоянной величиной, *как на рис. 8.10а. Она* будет изменяться вследствие изменения величины a. Поскольку при увеличении a величина $\text{th}\, a$ монотонно растет, стремясь к единице, *увеличение вещественной части аргумента g (т. е. величины a) будет приводить к уменьшению «амплитуды» колебаний функции* $|\text{th}\, g|$ *около значения, равного единице.*

Сказанное поясняется рис. 8.10б, который построен в предположении, что одновременно с увеличением мнимой части аргумента (b) увеличивается и его вещественная часть (a).

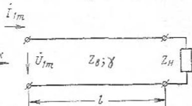


Рис. 8.11. Схема к расчету входного сопротивления однородной цепи

Применим полученные результаты к анализу функции входного сопротивления однородной цепи.

Понятие о входном сопротивлении однородной цепи. *Входным сопротивлением однородной цепи называется отношение комплексной амплитуды напряжения между входными зажимами цепи к комплексной амплитуде входного тока* (рис. 8.11): $Z_{вх} = \dot{U}_{1m}/\dot{I}_{1m}$.

Подставим в эту формулу значения $\dot{U}_{1m}$ и $\dot{I}_{1m}$ из системы ур-ний (8.28):

$$Z_{вх}=\frac{\dot{U}_{1m}}{\dot{I}_{1m}}=\frac{\dot{U}_{2m}\operatorname{ch}\gamma l+Z_{в}\dot{I}_{2m}\operatorname{sh}\gamma l}{(\dot{U}_{2m}/Z_{в})\operatorname{sh}\gamma l+\dot{I}_{2m}\operatorname{ch}\gamma l} \qquad (8.34)$$

и исследуем полученное выражение для разных случаев нагрузки.

Режим согласованной нагрузки. Вынесем в числителе ф-лы (8.34) в качестве общего множителя величину $Z_{в}$:

$$Z_{вх}=Z_{в}\frac{(\dot{U}_{2m}/Z_{в})\operatorname{ch}\gamma l+\dot{I}_{2m}\operatorname{sh}\gamma l}{(\dot{U}_{2m}/Z_{в})\operatorname{sh}\gamma l+\dot{I}_{2m}\operatorname{ch}\gamma l}.$$

При согласованной нагрузке выходных зажимов ($Z_{н}=Z_{в}$) имеем $\dot{I}_{2m}=\dot{U}_{2m}/Z_{в}$.

С учетом этого соотношения выражения в числителе и знаменателе предыдущей формулы тождественно равны друг другу и, выполнив сокращение, мы получаем $Z_{вх}=Z_{в}$, т. е. *при согласованной нагрузке выходных зажимов цепи ее входное сопротивление равно волновому.*

Этот же результат был получен ранее путем анализа формул падающих волн.

Режим короткого замыкания. В случае короткого замыкания выходных зажимов цепи амплитуда выходного напряжения $\dot{U}_{2m}$ обращается в нуль: $\dot{U}_{2m}=0$ и ф-ла (8.34) приобретает вид

$$Z_{вх}=Z_{вх.к}=\frac{Z_{в}\dot{I}_{2m}\operatorname{sh}\gamma l}{\dot{I}_{2m}\operatorname{ch}\gamma l}=Z_{в}\operatorname{th}\gamma l. \qquad (8.35)$$

Представим себе, что в случае цепи длиною l, км, выходные зажимы которой замкнуты накоротко, мы увеличиваем частоту входного напряжения и измеряем входное сопротивление цепи.

Увеличение частоты приводит к монотонному возрастанию вещественной и мнимой частей аргумента гиперболического тангенса (αl и βl). Величина βl возрастает, начиная от нулевого значения, как в графике на рис. 8.10б, и ее рост приводит к колебаниям величины $|\operatorname{th}\gamma l|$.

Рост величины αl (за счет увеличения частоты) приводит к тому, что размах («амплитуда») колебаний величины $|\operatorname{th}\gamma l|$ по мере повышения частоты убывает, как это показано на рис. 8.10б. Только в случае реальной цепи величина αl отличается от нуля уже при нулевой частоте. Соответственно график функции $|\operatorname{th}\gamma l|$ имеет при $\beta l=0$ ординату, равную $\operatorname{th}\alpha_0 l$, где α_0 — коэффициент затухания при постоянном токе.

Таким образом, график на рис. 8.10б можно рассматривать как график частотной зависимости модуля функции $\operatorname{th}\gamma l$ однородной цепи, если вместо величины b откладывать по оси абсцисс значения βl, а вместо a — значения αl.

Но выражение $Z_{вх}=Z_{в}\operatorname{th}\gamma l$ содержит наряду с функцией $\operatorname{th}\gamma l$ также и величину $Z_{в}$. Модуль $Z_{в}$ при увеличении частоты

уменьшается от $\sqrt{R/G}$ до $\sqrt{L/C}$ (см. рис. 8.6). Поэтому модуль функции входного сопротивления будет *при увеличении частоты* изменяться так, как показано на рис. 8.12 сплошными линиями. Колебания величины $|Z_{вх.к}|$ происходят около значения $|Z_в|$, причем *графики функций* $|Z_в|\operatorname{th}\alpha l$ и $|Z_в|\operatorname{cth}\alpha l$ служат огибающими графика $|Z_в \operatorname{th}\gamma l|$.

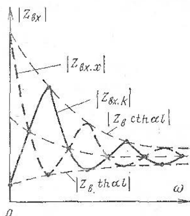


Рис. 8.12. Частотная зависимость модуля входного сопротивления однородной цепи

С точки зрения волновых явлений в однородной цепи причина колебаний величины входного сопротивления следующая. Поскольку цепь замкнута в конце накоротко, то энергия, которую несет падающая волна напряжения и тока, не может выделиться в нагрузке и полностью отражается обратно в направлении входных зажимов линии. *Отраженная волна напряжения (и тока) при разных частотах приходит ко входу линии с разной фазой. В результате при заданной амплитуде входного напряжения амплитуда входного тока на разных частотах получается неодинаковой.*

Чем выше частота, тем сильнее затухает отраженная волна и тем меньше размах колебаний модуля входного сопротивления.

Режим холостого хода. В режиме холостого хода выходных зажимов цепи амплитуда тока $\dot{I}_{2m}$ обращается в нуль: $\dot{I}_{2m}=0$. После подстановки этого значения в ф-лу (8.34) она приобретает вид:

$$Z_{вх} = Z_{вх.х} = \frac{\dot{U}_{2m} \operatorname{ch}\gamma l}{\frac{\dot{U}_{2m}}{Z_в} \operatorname{sh}\gamma l} = Z_в \operatorname{cth}\gamma l. \qquad (8.36)$$

Формула имеет такую же структуру, как и в случае короткого замыкания цепи. Только функция $\operatorname{th}\gamma l$ заменена функцией $\operatorname{cth}\gamma l$. Характер частотной зависимости модуля входного сопротивления легко себе представить, если учесть известное соотношение $\operatorname{cth}\gamma l = 1/\operatorname{th}\gamma l$.

Эскиз графика функции $|Z_{вх.х}|$ *построен на рис. 8.12 штриховыми линиями*.

Причина колебаний величины модуля входного сопротивления остается той же самой, что и в случае короткого замыкания входных зажимов: *полное отражение падающей волны напряжения и тока*, поскольку при $Z_н=\infty$ энергия этих волн не может выделиться в нагрузочном сопротивлении.

Случай произвольной нагрузки. В заключение рассмотрим случай нагрузки выходных зажимов на произвольное нагрузочное сопротивление $Z_н$.

Вынесем в числителе ф-лы (8.34) в качестве общего множителя выражение $Z_в \dot{I}_{2m} \operatorname{ch} \gamma l$, а в знаменателе — $\dot{I}_{2m} \operatorname{ch} \gamma l$:

$$Z_{вх} = \frac{Z_в \dot{I}_{2m} \operatorname{ch} \gamma l}{\dot{I}_{2m} \operatorname{ch} \gamma l} \cdot \frac{\frac{Z_н}{Z_в} + \operatorname{th} \gamma l}{\frac{Z_н}{Z_в} \operatorname{th} \gamma l + 1}.$$

Сравним второй сомножитель с формулой гиперболического тангенса суммы двух аргументов:

$$\operatorname{th}(g_1 + g_2) = \frac{\operatorname{th} g_1 + \operatorname{th} g_2}{1 + \operatorname{th} g_1 \operatorname{th} g_2}.$$

Если принять

$$Z_н / Z_в = \operatorname{th} \varepsilon, \tag{8.37}$$

то формула входного сопротивления приобретает вид

$$Z_{вх} = Z_в \frac{\operatorname{th} \varepsilon + \operatorname{th} \gamma l}{1 + \operatorname{th} \varepsilon \operatorname{th} \gamma l} = Z_в \operatorname{th}(\gamma l + \varepsilon). \tag{8.38}$$

Величину ε, знание которой необходимо для расчета $Z_{вх}$, найдем из формулы

$$\operatorname{th} \varepsilon = \frac{e^{\varepsilon} - e^{-\varepsilon}}{e^{\varepsilon} + e^{-\varepsilon}} = \frac{e^{2\varepsilon} - 1}{e^{2\varepsilon} + 1} = \frac{Z_н}{Z_в}.$$

Решая относительно 2ε, получим

$$2\varepsilon = \ln \frac{Z_в + Z_н}{Z_в - Z_н}.$$

Поскольку под знаком логарифма имеем комплексную величину, сам логарифм и параметр ε являются комплексными величинами: $\varepsilon = c + \mathrm{i} d$,
где

$$c = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{Z_в + Z_н}{Z_в - Z_н} \right|; \tag{8.39}$$

$$d = \frac{1}{2} \arg \frac{Z_в + Z_н}{Z_в - Z_н}. \tag{8.40}$$

Эти формулы дают возможность по заданным величинам $Z_в$ и $Z_н$ определить вещественную и мнимую части параметра ε и найти входное сопротивление по ф-ле (8.38)

$$Z_{вх} = Z_в \operatorname{th}(\gamma l + \varepsilon).$$

Формула свидетельствует, что *частотная зависимость входного сопротивления при любой величине нагрузочного определяется функцией гиперболического тангенса комплексного аргумента.*

Рассмотренные ранее режимы холостого хода, короткого замыкания и согласованной нагрузки цепи являются частными случаями ф-лы (8.38). Например, при $Z_н = Z_в$ величина выражения под знаком логарифма в ф-ле (8.39) стремится к бесконечности. Со-

ответственно имеем $c \to \infty$ и $|\text{th}(\gamma l+\varepsilon)| \to 1$, что приводит к формуле $Z_{вх}=Z_в$. При $Z_н \neq Z_в$ параметр c сохраняет конечное значение. Однако он прибавляется к вещественной части аргумента гиперболического тангенса, что приводит к уменьшению возможного размаха колебаний модуля функции $\text{th}(\gamma l+\varepsilon)$. Физическая сторона этого явления заключается в том, что подключение нагрузки приводит к уменьшению амплитуды отраженной волны напряжения и тока, поскольку часть энергии падающей волны поглощается нагрузкой.

Вычисление функции $\text{th}\, g$. Мы убедились, что входное сопротивление цепи с распределенными параметрами при любом режиме работы выходных зажимов определяется функцией гиперболического тангенса комплексного аргумента $g=a+\text{i}\,b$.

Найти численное значение этой функции при заданных a и b можно непосредственно по формуле

$$\text{th}\, g = T_h e^{\text{i}\varphi_T} = \frac{e^g - e^{-g}}{e^g + e^{-g}}.$$

Однако можно уменьшить объем вычислений, если найти отдельно модуль T_h и отдельно аргумент φ_T этой функции с помощью формул:

$$T_h = \sqrt{\frac{\text{ch}\, 2a - \cos 2b}{\text{ch}\, 2a + \cos 2b}}; \quad (8.41)$$

$$\text{tg}\, \varphi_T = \sin 2b / \text{sh}\, 2a. \quad (8.42)$$

Отличительная особенность обеих формул заключается в том, что они выражают функцию *комплексного аргумента* через функции *вещественного аргумента*, таблицы которых широко распространены.

Пример 8.6. Вычислить значение функции $\text{th}(a+\text{i}b)$ при $a=0{,}2$ и $b=2{,}0$.

Решение. По таблицам гиперболических и тригонометрических функций находим:

$$\text{sh}\, 2a = \text{sh}\, 0{,}4 = 0{,}411; \quad \text{ch}2a = \text{ch}\, 0{,}4 = 1{,}081;$$

$$\sin 2b = \sin 4{,}0 = \sin 230^\circ = -0{,}766;$$

$$\cos 2b = \cos 4{,}0 = \cos 230^\circ = -0{,}643;$$

$$T_h = \sqrt{\frac{\text{ch}\, 2a - \cos 2b}{\text{ch}\, 2a + \cos 2b}} = \sqrt{\frac{1{,}081 - (-0{,}643)}{1{,}081 + (-0{,}643)}} = 1{,}98;$$

$$\text{tg}\, \varphi_T = \frac{\sin 2b}{\text{sh}\, 2a} = \frac{-0{,}766}{0{,}411} = -1{,}87; \quad \varphi_T = \text{arc tg}\,(-1{,}87) = -61{,}8^\circ.$$

Эффект *изменения длины линии*. До сих пор при анализе входного сопротивления предполагалось, что длина цепи остается неизменной, а изменяется (увеличивается) частота.

Если предположить, что остается неизменной частота, а изменяется (увеличивается) длина цепи, то входное сопротивление и в этом случае будет изменяться по закону гиперболического тангенса. Только величины αl и βl в аргументе тангенса будут уве-

личиваться не за счет роста α и β, а за счет увеличения длины линии l.

Электрически длинная цепь и ее входное сопротивление. *Электрически длинной называется цепь, волновое затухание αl которой превышает* 13 дБ (1,5 Нп). Для такой цепи амплитуда отраженной волны напряжения, которая достигает входных зажимов, составляет всего 5% от амплитуды падающей волны при самом неблагоприятном значении нагрузки, поскольку волна пробегает путь длиною $2l$ (от начала цепи до ее конца и обратно к началу), на протяжении которого она убывает по амплитуде в $e^{2\alpha l}=e^{2 \cdot 1,5}=20$ раз.

Можно ожидать, что при таком ослаблении отраженной волны она будет слабо влиять на величину входного сопротивления цепи. Действительно, мы знаем, что независимо от величины нагрузочного сопротивления величина $|Z_{вх}|$ при заданной величине затухания цепи αl должна лежать в пределах

$$|Z_в| \operatorname{th} \alpha l \leqslant |Z_{вх}| \leqslant |Z_в| \operatorname{cth} \alpha l.$$

Если $\alpha l = 1,5$, то $\operatorname{th} \alpha l \approx 0,9$; $\operatorname{cth} \alpha l \approx 1,1$ и, следовательно, *модуль входного сопротивления электрически длинной линии при любых изменениях частоты и нагрузочного сопротивления не может отличаться от величины волнового сопротивления более чем на* $\pm 10\%$.

8.6. Определение параметров однородной цепи по измеренным величинам сопротивлений холостого хода и короткого замыкания

Постановка задачи. Определить все первичные и вторичные параметры любой однородной цепи при заданной частоте $f=f_1$ можно по результатам измерения всего лишь двух вспомогательных величин: входного сопротивления цепи в режиме короткого замыкания ее выходных зажимов ($Z_{вх}=Z_{1к}$) и входного сопротивления цепи в режиме холостого хода выходных зажимов ($Z_{вх}=Z_{1х}$). Измерение обоих сопротивлений легко осуществить с помощью моста переменного тока, обеспечив требуемый режим работы выходных зажимов цепи.

Последовательность расчета. В соответствии с ф-лами (8.35) и (8.46)

$$\left.\begin{aligned} Z_{1к} &= Z_в \operatorname{th} \gamma l; \\ Z_{1х} &= Z_в \frac{1}{\operatorname{th} \gamma l}. \end{aligned}\right\} \qquad (8.43)$$

Перемножив отдельно левые и правые части обоих равенств, находим

$$Z_в = \sqrt{Z_{1к} Z_{1х}}. \qquad (8.44)$$

Эта формула является расчетной при определении величины волнового сопротивления $Z_в$.

Коэффициент распространения определяется несколько сложнее. Разделив отдельно левые и правые части равенств (8.43), получаем

$$\operatorname{th} \gamma l = \sqrt{Z_{1к}/Z_{1х}}.$$

Обозначим модуль и аргумент этой величины символами T_h и φ_T соответственно:

$$\sqrt{Z_{1к}/Z_{1х}} = \operatorname{th} \gamma l = T_h e^{i \varphi_T}. \qquad (8.45)$$

Переход от величин T_h и φ_T к величинам αl и βl удобно осуществлять с помощью формул:

$$\operatorname{th} 2\alpha l = \frac{2T_h \cos \varphi_T}{1 + T_h^2}; \qquad (8.46)$$

$$\operatorname{th} 2\beta l = \frac{2T_h \sin \varphi_T}{1 - T_h^2}, \qquad (8.47)$$

вывод которых можно найти в [1].

Поясним, что непосредственное определение величины γl по известной функции $\operatorname{th}\gamma l$ затрудняется большой сложностью и объмом таблиц гиперболического тангенса комплексного аргумента, а ф-лы (8.46) и (8.47) содержат только функции вещественного аргумента.

Зная $\operatorname{th} 2\alpha l$ и $\operatorname{tg} 2\beta l$, можно определить с помощью таблиц значения $2\alpha l$ и $2\beta l$, а от них перейти к величинам α и β. После этого обращаемся к формулам

$$\gamma = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)} \quad \text{и} \quad Z_в = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}.$$

Перемножив отдельно правые и левые части этих формул, получим:

$$\gamma Z_в = R + i\omega L. \qquad (8.48)$$

Деление правой и левой частей первой из обеих формул на соответствующие части второй дает

$$\gamma/Z_в = G + i\omega C. \qquad (8.49)$$

Таким образом, вещественная часть произведения $\gamma Z_в$ численно равна величине R, а мнимая — величине ωL. Зная круговую частоту $\omega = \omega_1 = 2\pi f_1$, при которой выполнено измерение, можно от величины ωL перейти к L. Аналогично определяются параметры G и C по ф-ле (8.49).

Единственное затруднение в ходе расчета — это учет периодического характера функции $\operatorname{tg} 2\beta l$. Как преодолеть это затруднение, объяснено в примере расчета.

Пример 8.7. Определить вторичные параметры $Z_в$ и γ кабельной цепи длиною $l = 6{,}8$ км при частоте $f = 800$ Гц, если при измерении входных сопротивлений этой цепи в режиме холостого хода и короткого замыкания с помощью измерительного моста переменного тока получены значения: $Z_{1к} = 440\, e^{-i6{,}4°}$ Ом; $Z_{1х} = 877\, e^{-i79{,}8°}$ Ом.

Решение. 1. Находим волновое сопротивление цепи при частоте измерения по ф-ле (8.44)

$$Z_0 = \sqrt{Z_{1к} Z_{1х}} = \sqrt{440\, e^{-i\,6,4°} \cdot 877\, e^{-i\,79,8°}} = 621\, e^{-i\,43,2°} \text{ Ом}.$$

2. Определяем модуль T_h и аргумент φ_T функции thγl по ф-ле (8.45):

$$\text{th}\,\gamma l = \sqrt{\frac{Z_{1к}}{Z_{1х}}} = \sqrt{\frac{440\, e^{-i6,4°}}{877\, e^{-i\,79,8°}}} = 0,71\, e^{i\,36,7°}.$$

Следовательно, $T_h = 0,71$; $\varphi_T = 36,7°$.

3. Определяем величину th$2\alpha l$ по ф-ле (8.46):

$$\text{th}\,2\,\alpha\, l = \frac{2T_h \cos \varphi_T}{1+T_h^2} = \frac{2 \cdot 0,71 \cdot 0,801}{1+0,71^2} = 0,756.$$

По таблице th x для вещественного аргумента x находим $2\alpha l = 0,987$, откуда

$$\alpha = \frac{2\alpha l}{2l} = \frac{0,987}{2 \cdot 6,8} = 0,0725 \text{ Нп/км}.$$

4. Определяем величину tg$2\beta l$ по ф-ле (8.47):

$$\text{tg}\,2\,\beta\, l = \frac{2T_h \sin \varphi_T}{1-T_h^2} = \frac{2 \cdot 0,71 \cdot 0,596}{1-0,71^2} = 1,7.$$

По таблице тригонометрического тангенса находим arctg $1,7 = 59,5°$ или $59,5°/57,3 = 1,04$ рад.

Эта величина представляет собой основное значение аргумента, которое обозначим символом $(2\beta l)_0$: $(2\beta l)_0 = 1,04$, в то время как все множество дуг, имеющих заданную величину тангенса, выражается формулой $2\beta l = (2\beta l)_0 + n\pi$.

Здесь нам совершенно точно известна величина $(2\beta l)_0$—превышение величины угла над целым числом π радиан. Что же касается целой положительной величины n, то выполненные два измерения сами по себе не дают возможности определить ее и мы прибегаем к помощи расчета: зная конструктивные параметры цепи и частоту измерения, вычисляем по ф-ле (8.27) приближенное значение величины β, затем находим приближенное значение величины $(2\beta l)_п$ и, сравнивая это значение с $(2\beta l)_0$, решаем, какова должна быть величина n.

В данном случае (кабельная цепь при тональных частотах) можно найти величину $(2\beta l)$, исходя из приближенного равенства коэффициентов α и β: $(2\beta l)_п \approx 2\alpha l = 0,987$.

Сравним эту величину с $(2\beta l)_0$ и определим n: $(2\beta l)_п \approx (2\beta l)_0 + n\pi$; $0,987 \approx \approx 1,04 + n\pi$.

Очевидно, следует принять $n=0$. Таким образом, $2\beta l = 1,04$ рад, откуда

$$\beta = \frac{2\,\beta\, l}{2l} = \frac{1,04}{2 \cdot 6,8} = 0,0765 \text{ рад/км}.$$

8.7. Пупинизированные цепи

Понятие о пупинизированной цепи. Пупинизированной цепью (по имени американского физика М. Пупина) называется однородная цепь, в разрывы каждого провода которой через определенное расстояние $\Delta l = S$, называемое *шагом пупинизации*, включены катушки индуктивности, как показано схематически на рис. 8.13, где катушки изображены в виде торов с двумя обмотками. Пупинизированные цепи с учетом особенностей их конструкции называют также *цепями с сосредоточенной дополнительной индуктивностью*.

Катушки индуктивности включают в цепь для того, чтобы уменьшить волновое затухание αl цепи с катушками по сравнению с его первоначальной (до включения катушек) величиной. Почему включение катушек приводит к уменьшению затухания, хотя сопротивление каждой обмотки прибавляется к сопротивлению жилы кабеля, должен ответить анализ пупинизированной цепи.

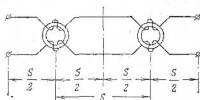


Рис. 8.13. Схематическое изображение пупинизированной цепи

Выбор эквивалентной схемы. После включения катушек индуктивности кабельная цепь перестает быть однородной: катушки как в конструктивном отношении, так и с точки зрения передачи энергии расчленяют однородную цепь на участки, длина которых равна шагу пупинизации. В самом деле, предположим, что на входе пупинизированной цепи (левая пара зажимов в схеме на рис. 8.13) появилась бегущая волна напряжения и тока с достаточно крутым фронтом. Достигнув зажимов первой катушки, волна тока почти полностью отражается обратно, поскольку из электротехники известно, что ток в сосредоточенном элементе индуктивности резко (скачком) измениться не может. На следующем участке цепи (справа от первой катушки) волна должна возникать заново.

Какой же вид должна иметь эквивалентная схема пупинизированной цепи? Не вызывает сомнения, что каждую обмотку катушки следует представить на эквивалентной схеме сосредоточенным элементом индуктивности, как показано сплошными линиями на рис. 8.14*а*. Остается решить, как представить на эквивалентной схеме участок однородной кабельной цепи между двумя ка-

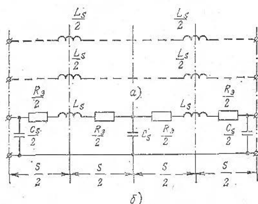


Рис. 8.14. Составление эквивалентной схемы пупинизированной цепи

тушками. Отдельно этот участок (два проводника, разделенные слоем диэлектрика) изображен на рис. 8.15 слева. Если не учитывать сопротивления жил, то мы имеем самую «обыкновенную» емкость. Но эта емкость обладает достаточно большими геометрическими размерами, в результате чего в конструкции при подключении ее зажимов к источнику напряжения возникнут волна напряжения и волна тока.

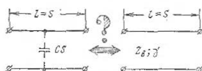


Рис. 8.15. Две эквивалентные схемы участка кабельной цепи

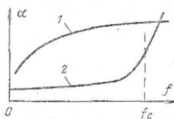


Рис. 8.16. Частотная зависимость затухания одного шага пупинизации цепи:
1 — непупинизированной; 2 — пупинизированной

Критерием в выборе одной из двух эквивалентных схем участка кабельной цепи, показанных на рис. 8.15 (сосредоточенный элемент емкости или цепь с распределенными параметрами), служит соотношение между длиной участка $\Delta l = S$ и длиной волны λ напряжения или тока в этой цепи. Вычислим и сравним обе величины.

В результате теоретических и экспериментальных исследований была предложена и получила распространение система «обычной» (низкочастотной) пупинизации с шагом $S = 1{,}7$ км.

В случае низкочастотного кабеля дальней связи ($d_0 = 1{,}2$ мм, кордельно-бумажная изоляция) величина β при частоте 800 Гц приближенно равна

$$\beta = 0{,}707\sqrt{R\omega C} = 0{,}707\sqrt{32\cdot 5\cdot 10^3\cdot 34\cdot 10^{-9}} = 0{,}0516 \text{ рад/км}.$$

Разность фаз бегущей волны напряжения в начале и конце участка длиной S, км, составит

$$\Delta\psi_U = \beta S = 0{,}0516\cdot 1{,}7 = 0{,}088 \text{ рад} \approx 5^\circ.$$

Следовательно, длина рассматриваемого участка в $(360^\circ/5^\circ) = 72$ раза меньше, чем длина волны в цепи при рассматриваемой частоте.

Поскольку выполняется соотношение $S \ll \lambda$ и участок цепи с обоих концов разомкнут, можно в эквивалентной схеме шага пупинизации заменить этот участок сосредоточенным элементом емкости

показанным штриховыми линиями на рис. 8.15 слева.

$$C_S = SC, \tag{8.50}$$

Тогда эквивалентная схема шага пупинизации приобретает такой вид, как на рис. 8.14б, на котором

$$R_э = R_L + SR, \tag{8.51}$$

где R_L — сопротивление пупиновской катушки; SR — сопротивление обеих жил на шаге пупинизации.

Легко заметить, что полученная схема представляет собой каскадное соединение П-образных звеньев типа K фильтра нижних частот с потерями в элементах индуктивности.

Пупинизированная цепь как фильтр НЧ. Полученная эквивалентная схема, как и всякий фильтр НЧ из реальных элементов, должна иметь в полосе пропускания сравнительно небольшое характеристическое затухание, обусловленное наличием потерь в элементах. По мере приближения к граничной частоте характеристической полосы пропускания характеристическое затухание звена монотонно растет (рис. 8.16) и на граничной частоте может достигать значительной величины. Поэтому величину индуктивности L_S при заданном шаге пупинизации выбирают таким образом, чтобы граничная частота характеристической полосы пропускания звена f_c лежала выше, чем верхняя граница передаваемой полосы частот f_2. Практически принимают коэффициент использования характеристической полосы пропускания равным

$$\eta_2 = (f_2/f_c) = 0,6 \div 0,7.$$

Выбор такой сравнительно малой величины η_2 обеспечивает малую неравномерность характеристического затухания в рабочей полосе частот.

Использование пупинизированной цепи для передачи сигналов с более высокими частотами, чем частота среза f_c, практически невозможно по причине большого затухания.

Расчетные формулы. Эквивалентная схема шага пупинизации в виде звена ФНЧ типа K обоснована нами путем расчета. Поэтому ее можно применять не только для качественного анализа, но и для численного расчета характеристик шага пупинизации.

На рис. 8.17 показаны общепринятые обозначения элементов эквивалентной схемы одного шага пупинизации и принятые в этой книге обозначения элементов звеньев ФНЧ типа K.

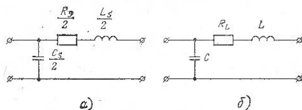


Рис. 8.17. Обозначения элементов звена ФНЧ типа K и полушага пупинизации

Из сравнения схем следует, что во всех расчетных формулах, которые были получены для звеньев типа K, при расчете звена пупинизации следует принять:

$$L = L_S/2; \quad C = C_S/2.$$

Таким образом, *предельная частота звена пупинизации (частота среза фильтра)* определится формулой

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_S}{2}\frac{C_S}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{L_S C_S}}. \qquad (8.52)$$

Характеристическое затухание звена пупинизации (имеется в виду полное Т- или П-образное звено) определяется по формуле

$$a_{зв} = \frac{a_0}{\sqrt{1-\eta^2}}, \qquad (8.53)$$

где

$$a_0 = \frac{R_э}{2\sqrt{\frac{L_S}{C_S}}}, \qquad (8.54)$$

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_c}. \qquad (8.55)$$

Характеристическая фазовая постоянная звена определяется по формуле

$$\sin\frac{b_{зв}}{2} = \eta. \qquad (8.56)$$

Наконец, характеристические сопротивления звена (с учетом потерь) определяются формулами:

а) при окончании полушагом (т. е. для П-образной эквивалентной схемы)

$$Z_c = Z_п = \sqrt{\frac{L_S}{C_S}}\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}}\left(1 - i\frac{2a_0}{1-\eta^2}\right); \qquad (8.57)$$

б) при окончании полукатушкой (т. е. для Т-образной эквивалентной схемы)

$$Z_c = Z_т = \sqrt{\frac{L_S}{C_S}}\sqrt{1-\eta^2}\left(1 - i\frac{2\eta^2 a_0}{1-\eta^2}\right). \qquad (8.58)$$

Эквивалентные километрические параметры. Мы получили формулы характеристического затухания и фазовой постоянной одного звена (шага) пупинизации. На практике длина усилительного участка пупинизированной низкочастотной цепи составляет от 70 до 140 км и содержит несколько десятков шагов пупинизации.

Для удобства выполнения расчетов вводят понятие об эквивалентном километрическом затухании $\alpha_э$ и эквивалентной километрической фазовой постоянной $\beta_э$ пупинизированной цепи:

$$\alpha_э = a_{зв}/S; \quad \beta_э = b_{зв}/S.$$

Параметрами $\alpha_э$ и $\beta_э$ оперируют так же, как соответствующими параметрами обычных однородных цепей. Однако следует

помнить, что реальная пупинизированная цепь всегда должна содержать целое число шагов.

Системы пупинизации. При пупинизации низкочастотных кабелей шаг пупинизации принимают равным $S=1,7$ км. Величина индуктивности катушки зависит от полосы передаваемых частот. При верхней частоте полосы $f_в=2400$ Гц $L_S=140$ мГ; при $f_в=3400$ Гц $L_S=100$ мГ, при $f_в=8000$ Гц (передача радиовещания) $L_S=12$ мГ.

Система высокочастотной пупинизации кабеля с бумажной изоляцией имеет величину индуктивности $L_S=1$ мГ при шаге $S=0,425$ км и верхней частоте $f_в=60$ кГц.

Ограничение дальности связи. По сравнению с величиной βl непупинизированной цепи аналогичная величина $\beta_э l$ пупинизированной цепи оказывается выше: *фазовая скорость распространения весьма заметно уменьшается и для разных частот оказывается неодинаковой*. Это обстоятельство ограничивает дальность телефонирования по пупинизированным цепям до 1400 км при $L_S=140$ мГ и до 1800 км при $L_S=100$ мГ.

Требования к точности реализации. Чтобы для смонтированной цепи выполнялся принцип согласованности характеристических сопротивлений звеньев, необходимо принимать следующие меры:

1. Соблюдать расчетные расстояния между катушками (шаг пупинизации) с точностью не ниже $\pm 0,5\%$.

2. Не допускать отклонения величин индуктивностей катушек пупинизации от номинальных значений более чем на $\pm 1,5\%$.

3. Начинать и заканчивать каждый усилительный участок пупинизированной цепи с полушага, а не с полукатушки.

Если по условиям размещения усилительного пункта последний отрезок кабельной цепи получается короче полушага, то недостающую до полушага длину цепи Δl допустимо заменить включением сосредоточенной емкости

$$C_{доп}=C\Delta l,$$

где C — километрическая емкость кабеля.

Историческая справка. Применять кабельные цепи для организации телефонной связи начали в 1880 г. В то время еще не *существовало электронных ламп (электронная лампа — триод —* была изобретена в 1906 г.). Единственным средством увеличения дальности телефонирования по кабельным цепям было увеличение диаметра жил. Но такое решение задачи связано с дополнительным расходом меди и свинца и, следовательно, приводит к удорожанию линейных сооружений. Поэтому большое практическое значение для своего времени имел предложенный в 1900 г. М. Пупиным способ увеличения дальности телефонирования за счет включения в кабельную цепь (через одинаковые расстояния) катушек индуктивности. Этот прием позволил уменьшить эквивалентное километрическое затухание цепи и увеличить дальность телефонирования примерно в 4 раза, а при организации связи на

более короткие расстояния можно было уменьшить диаметр жил.

Изобретение электронной лампы и разработка ламповых усилителей сигналов проводной связи позволили по-новому решить проблему передачи сигналов практически на любое расстояние в пределах земного шара. От дополнительного увеличения индуктивности кабельных цепей высокочастотной связи отказались. Но этот метод уменьшения затухания цепи еще находит применение на соединительных линиях городских телефонных сетей, на пригородных и внутриобластных линиях телефонной связи.

9

Глава

КОАКСИАЛЬНЫЕ ЦЕПИ

9.1. Конструкция и электромагнитное поле коаксиальной цепи

Частотные ограничения в применении симметричных цепей. Симметричные кабельные цепи в настоящее время применяются для передачи сигналов в полосе частот до 600 кГц. Дальнейшему расширению полосы частот, передаваемой по симметричным кабелям, препятствуют два обстоятельства: увеличение коэффициента затухания симметричной кабельной цепи (главным образом, за счет роста потерь в диэлектрике и в оболочке кабеля) и увеличение взаимного влияния между цепями внутри одного и того же кабеля.

Возможности уменьшения влияния за счет усовершенствования конструкции и технологии изготовления практически исчерпаны. Между тем такие виды связи, как телевидение или высокоскоростная передача цифровой информации, требуют для своего осуществления значительно более широкой полосы частот, чем рабочая полоса симметричной кабельной цепи.

Проблема получения широкополосной линии связи и уменьшения взаимных влияний была решена путем перехода от симметричной цепи к коаксиальной.

Понятие о коаксиальной цепи. Коаксиальная цепь имеет принципиально иную конструкцию, чем симметричная, и это отличие выражено в самом ее названии: «коаксиальный» дословно означает «имеющий общую ось симметрии, обладающий осевой симметрией».

Коаксиальная цепь — это двухпроводная цепь, у которой один из проводников помещен внутри другого.

Внешний провод представляет собой полый проводящий цилиндр (обычно медный). Внутрь цилиндра помещают второй провод (круглого сечения), который с помощью корделя, круглых изолирующих дисков с отверстиями или с помощью сплошного слоя изоляции центрируют таким образом, чтобы оси внутреннего и внешнего проводников совпадали. Поперечное сечение коаксиальной цепи показано на рис. 9.1, где внешний диаметр внутреннего проводника обозначен буквой d_0, а внутренний диаметр внешнего проводника — буквой D.

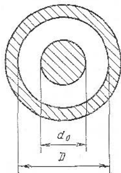


Рис. 9.1. Поперечное сечение коаксиальной цепи

Электрическое поле симметричной и коаксиальной цепей. Почему коаксиальная цепь имеет меньшее затухание, чем симметричная, при одинаковом сечении проводов? *Для ответа сравним картину электрического поля у обеих цепей.*

Если к обоим проводникам линии приложить переменное напряжение, то в них возникнет ток, а в окружающем пространстве появляются *электрическое и магнитное поля. Наличие напряжения* между проводами в некотором сечении x означает, что на одном из проводов существует избыток положительных зарядов, а на другом их недостаток (т. е. избыток отрицательных). Заряды на каждом проводнике вследствие их взаимного отталкивания всегда *распределены по самой его поверхности.* Силовые линии электрического поля (линии вектора напряженности $\bar{E}$) у самой поверхности проводника направлены по нормали к ней, т. е. перпендикулярно плоскости любого бесконечно малого участка поверхности. Направление электрических силовых линий совпадает с направлением, по которому перемещался бы бесконечно малый положительный заряд, помещенный в данную точку поля. Следовательно, линии электрического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

Все сказанное подтверждается картиной электрического поля двухпроводной симметричной цепи на рис. 9.2*а,* где электрическое поле изображено штриховыми линиями. Рисунок свидетельствует, что электрическое поле существует не только между проводами, но и во всем окружающем пространстве. Наличие в этом пространстве диэлектрика (изоляция рассматриваемой цепи и других цепей) приводит к появлению тепловых потерь в диэлектрике, которые растут пропорционально частоте приложенного напряжения. А увеличение потерь в диэлектрике внешне проявляется как увеличение затухания рассматриваемой цепи.

Совершенно иную картину имеем в случае коаксиальной цепи. Здесь заряды внутреннего проводника, как «обычно», расположены на его поверхности (на рис. 9.2*б* показана картина поля при положительном заряде на внутреннем проводнике).

Заряды внешнего проводника имеют противоположный знак. В соответствии с законом Кулона они притягиваются зарядами внутреннего проводника и располагаются на внутренней поверхности внешнего.

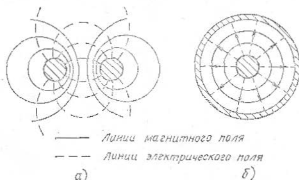


Рис. 9.2. Электромагнитное поле симметричной и коаксиальной цепей

Силовые линии электрического поля начинаются на зарядах поверхности внутреннего проводника и оканчиваются на внутренней поверхности внешнего. Они направлены нормально к поверхностям проводников (при изменении полярности зарядов направление линий меняется на противоположное).

Поскольку положительный заряд одного проводника всегда равен по величине отрицательному заряду другого, то *суммарный заряд обоих проводников на любом участке длины равен нулю и электрическое поле в окружающем коаксиальную цепь пространстве отсутствует* (в соответствии с законом Гаусса).

Соответственно потери в диэлектрике возникают *только в пространстве между внутренним и внешним проводниками,* а в пространстве, окружающем кабель, потери в диэлектрике отсутствуют.

Магнитное поле симметричной и коаксиальной цепей. Линии магнитного поля одиночного провода имеют вид концентрических окружностей. При наличии двух параллельных проводов с противоположно направленными в них токами (симметричная цепь) линии результирующего магнитного поля сохраняют форму окружностей, опоясывающих каждый провод, только окружности перестают быть концентрическими: их центры лежат в разных точках (см. сплошные линии на рис. 9.2*а*). Заметим также, что в любой точке поперечного сечения цепи линии магнитного поля пересекают линии электрического под прямым углом.

С точки зрения величины потерь решающую роль играет то обстоятельство, что магнитное поле существует не только непосредственно между проводами, но и *во всем окружающем пространстве.*

Переменное магнитное поле возбуждает вихревые (круговые) ЭДС в соседних проводах и в оболочке кабеля. Под действием этих ЭДС в проводах возникают вихревые токи, нагревающие металл. Энергия, которая выделяется в виде тепла, «отсасывается» из рассматриваемой цепи, что внешне проявляется в увеличении затухания цепи.

Коаксиальная цепь не имеет потерь такого рода, поскольку ее магнитное поле сосредоточено в пространстве между проводниками, а за пределами внешнего проводника полностью отсутствует.

Для доказательства вспомним, что формула напряженности магнитного поля цилиндрического проводника с током в пространстве *вне проводника* имеет такой вид, как если бы весь ток протекал по бесконечно тонкой нити, совпадающей с осью проводника:

$$H = I/2\pi r,$$

где r — расстояние от оси проводника ($r > r_0$, где r_0 — радиус проводника); I — ток в проводнике.

По такому же закону изменяется (убывает) напряженность магнитного поля в пространстве *между проводниками* коаксиальной цепи. График изменения напряженности показан на рис. 9.3.

Чтобы найти напряженность магнитного поля *вне цепи*, необходимо предположить, что по нити, совпадающей с осью внутреннего проводника, протекает сумма токов внутреннего и внешнего проводников. Но эта сумма равна нулю, поскольку ток внешнего проводника по величине равен току внутреннего и отличается от последнего только направлением. Следовательно, и магнитное поле вне коаксиальной цепи равно нулю.

Напряженность *внутри* проводников при отсутствии поверхностного эффекта изменяется по линейному закону (рис. 9.3), а при наличии поверхностного эффекта — по экспоненте.

Линии магнитного поля в пространстве между проводниками имеют вид замкнутых концентрических окружностей, пересекающих линии электрического поля под прямым углом (см. сплошные линии на рис. 9.2б). При такой картине магнитного поля коаксиальной цепи потери энергии на вихревые токи в соседних проводниках и в оболочке кабеля должны отсутствовать.

Поверхностный эффект в коасиальном кабеле. Поверхностный эффект у внутреннего проводника коаксиальной цепи проявляется так же, как и проводов симметричной: ток внутреннего проводника коаксиальной цепи при увеличении частоты вытесняется на поверхность проводника. Наличие тока во внешнем проводнике совершенно не влияет на распределение тока во внутреннем, поскольку ток внешнего проводника не создает магнитного поля в пространстве между проводниками.

Рассмотрим явления во внешнем проводнике. Если бы ток во внутреннем проводнике отсутствовал, ток во внешнем проводнике вытеснялся бы за счет поверхностного эффекта на внешнюю поверхность этого проводника. Но мы рассматриваем не одиночный

внешний проводник, а двухпроводную коаксиальную цепь, и наличие тока во втором (внутреннем) проводнике резко меняет картину: *ток во внешнем проводнике коаксиальной цепи при увеличении частоты вытесняется на внутреннюю поверхность проводника.*

9.2. Расчет параметров коаксиальной цепи

Общие положения. Определение физического смысла каждого из первичных и вторичных параметров коаксиальной цепи остается таким же, как и в случае симметричных цепей. Сохраняется и план вывода расчетных формул первичных параметров. Только аналитические выражения напряженности электриче-

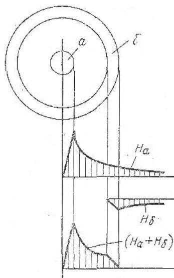


Рис. 9.3. Напряженность магнитного поля коаксиальной цепи

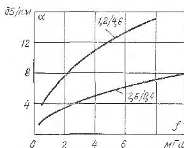


Рис. 9.4. Километрическое затухание коаксиального кабеля

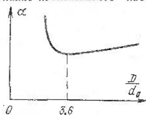


Рис. 9.5. Зависимость коэффициента затухания α коаксиальной цепи из медных проводов от параметра D/d_0

ского и магнитного полей ($\bar{E}$ и $\bar{H}$) следует брать не для случая симметричной двухпроводной, а для случая коаксиальной цепи. Такие формулы можно найти в учебниках по теоретическим основам электротехники.

Как правило, по коаксиальным цепям не передают сигналов с частотами в единицы или десятки килогерц. Нижнюю граничную частоту передаваемого спектра системы передачи выбирают в области частот, при которых глубина проникновения δ имеет во много раз меньшую величину, чем толщина стенки внешнего проводника. Именно для такого режима (явно выраженный поверхностный эффект) обычно приводятся и расчетные формулы.

П е р в и ч н ы е   п а р а м е т р ы. Километрическое сопротивление коаксиальной цепи, Ом/км, можно найти как сопротивление двух проводников, имеющих форму трубок с толщиной стенок, равной глубине проникновения тока δ:

$$R = \rho\,\frac{1\cdot 10^3}{\pi\, d_0\,\delta} + \rho\,\frac{1\cdot 10^3}{\pi\, D\,\delta},$$

где δ — глубина проникновения; $\pi d_0 \delta$ — эффективная площадь сечения внутреннего проводника; $\pi D \delta$ — эффективная площадь сечения внешнего проводника.

Если подставить значение удельного сопротивления ρ (см. табл. 7.1) и δ [см. ф-лу (7.10)], то для цепи из медных проводников получим километрическое сопротивление коаксиальной цепи, Ом/км,

$$R = 0{,}0835\,\sqrt{f}\left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{D}\right), \tag{9.1}$$

где обозначения соответствуют принятым на рис. 9.1, диаметры проводников указаны в миллиметрах, а частота f — в герцах.

Километрическая индуктивность цепи, Г/км, определяется по формуле

$$L = \left[2\ln\frac{D}{d_0} + \frac{133{,}3}{\sqrt{f}}\left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{D}\right)\right]\cdot 10^{-4}. \tag{9.2}$$

Первое слагаемое представляет собой величину внешней индуктивности, которая характеризует магнитный поток между проводниками и не зависит от частоты. Второе слагаемое — это величина внутренней индуктивности, которая по мере увеличения частоты убывает. При частотах $f \geqslant 1$ МГц величиной внутренней индуктивности можно пренебречь и определять километрическую индуктивность, мГ/км, по формуле

$$L = 0{,}2\ln\frac{D}{d_0}. \tag{9.3}$$

Поскольку отношение диаметров D/d_0 обычно берут равным 3,6, то «внешняя» километрическая индуктивность коаксиальных цепей с различным диаметром D имеет одинаковую величину:

$$L = 0{,}2\ln\frac{D}{d_0} = 0{,}2\ln 3{,}6 = 0{,}256 \text{ мГ/км}.$$

Километрическая емкость коаксиальной цепи, нФ/км, определяется по формуле емкости цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{55{,}5\,\varepsilon_э}{\ln\dfrac{D}{d_0}}, \tag{9.4}$$

где $\varepsilon_э$ — эквивалентная относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Значения величины $\varepsilon_э$ для различных видов изоляции коаксиальных цепей приведены в табл. 9.1.

Поскольку величина $\varepsilon_э$ для различных видов изоляции примерно одинакова, а отношение диаметров (D/d_0) обычно выбирают равным 3,6, то километрические емкости коаксиальных кабелей

Величины параметров $\varepsilon_э$ и $\operatorname{tg}\delta_э$ коаксиальных кабелей

Тип кабеля	Тип изоляции	$\varepsilon_э$	$\operatorname{tg}\delta_э \cdot 10^4$ при частоте f, Гц		
			$1 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^7$
2,6/9,4	Полиэтиленовые шайбы	1,1	0,5	0,5	0,5
1,2/4,6	Баллонно-полиэтиленовая	1,25	0,5	0,6	0,6

разных типов и с различными диаметрами внешних проводников мало отличаются по величине друг от друга.

При вычислении километрической проводимости изоляции, См/км, обычно пренебрегают величиной проводимости при постоянном токе G_0 и определяют величину G по формуле

$$G = \omega C \operatorname{tg}\delta_э, \tag{9.5}$$

где $\operatorname{tg}\delta_э$ — эквивалентный тангенс угла потерь в диэлектрике, значения которого для некоторых типов изоляции приведены в табл. 9.1.

Все сказанное о величине $\operatorname{tg}\delta_э$ в параграфе о симметричных кабельных цепях остается в силе и для коаксиальных цепей.

Вторичные параметры. Вторичные параметры $Z_в$ и γ однородных цепей определяются по формулам:

$$Z_в = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}; \quad \gamma = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)}.$$

В технике проводной связи коаксиальные кабели применяются для передачи сигналов только в полосе частот, превышающих 60 кГц, поэтому необходимость расчета вторичных параметров при частотах ниже 60 кГц не возникает, и во всей рабочей полосе частот можно вести расчет по следующим приближенным формулам:

$$Z_в = \sqrt{L/C}; \tag{9.6}$$

$$\alpha = \frac{R}{2Z_в} + \frac{G Z_в}{2}; \tag{9.7}$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC}. \tag{9.8}$$

Волновое сопротивление в упомянутой полосе частот практически является постоянной вещественной величиной. (Например, у кабеля с отношением диаметров 2,6/9,4 оно составляет при 60 кГц 77,5 Ом; при 1 МГц 75,3 Ом; при 10 МГц 74,5 Ом.)

В формуле километрического затухания α первое слагаемое учитывает потери в сопротивлении проводов, а второе — потери в проводимости изоляции. В полосе частот до 10 МГц величина второго слагаемого не превышает 3—5% суммарной величины затухания. Таким образом, километрическое затухание коаксиальной цепи в упомянутой рабочей полосе определяется практически только потерями в сопротивлении проводов и по этой причине увеличивается пропорционально корню квадратному из частоты.

В качестве примера на рис. 9.4 приведены графики частотной зависимости километрического затухания коаксиальных цепей двух типов. Графики свидетельствуют, что километрическое затухание цепей имеет довольно значительную величину. Однако связанное с этим уменьшение длины усилительного участка и увеличение числа усилительных пунктов на магистрали вполне компенсируются расширением передаваемой полосы частот.

Километрическая фазовая постоянная определяется ф-лой (9.8), которая не отличается от соответствующей формулы для симметричных цепей. Для неискаженной передачи сигналов телевидения очень важно то обстоятельство, что величина β имеет линейную зависимость от частоты. К этому вопросу мы вернемся в гл. 11.

Наивыгоднейшее соотношение диаметров проводников коаксиального кабеля. Отмечалось, что километрическое затухание коаксиальной цепи при достаточно высоких частотах практически равно величине

$$\alpha \approx \frac{R}{2Z_в} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

В этой формуле все три параметра при заданной величине D являются функцией отношения D/d_0. Предположим, что это отношение увеличивается, начиная от значения $D/d_0=1$ (т. е. предположим, что при заданном диаметре D мы уменьшаем диаметр внутреннего проводника). График на рис. 9.5 показывает для этого случая характер изменения величины α: сначала она довольно быстро убывает, после чего, достигнув минимума, начинает медленно расти. Минимальной величине коэффициента затухания α соответствует отношение диаметров $D/d_0=3,6$. Именно такое отношение принято в большинстве конструкций современных кабелей.

Типы кабелей и их применение. Наибольшее распространение для организации магистральной связи получили кабели «среднего» типа (2,6/9,4) и «малогабаритные» (1,2/4,6). В частности, магистральный коаксиальный кабель 2,6/9,4 марки КМБ-4 содержит четыре коаксиальные цепи, называемые парами. Каждая пара состоит из внутреннего медного проводника диаметром 2,6 мм и внешнего проводника в виде медной трубки диаметром 9,4 мм с одним продольным швом. Изоляция и центровка внутреннего проводника осуществляются полиэтиленовыми шайбами толщиной 2,2 мм при расстоянии между ними, равном 25 мм. Частотная зависимость коэффициента затухания α показана на рис. 9.4.

Кабель уплотняется аппаратурой К-1920 с рабочим спектром 312—8500 кГц. Расстояние между усилительными пунктами равно 6 км.

Малогабаритный коаксиальный магистральный кабель МКТП-4 имеет четыре коаксиальные пары 1,2/4,6. Внутренний проводник каждой пары медный диаметром 1,2 мм. Внешний проводник — медная трубка с продольным швом толщиной 0,1 мм. Изоляция

воздушно-полиэтиленовая баллонного типа. Частотная зависимость коэффициента затухания показана на рис. 9.4. Кабель уплотняется 300-канальной аппаратурой К-300 в спектре частот 60—1300 кГц. Расстояние между усилительными пунктами равно 6 км.

В радиотехнической, телевизионной и измерительной аппаратуре получили распространение гибкие соединительные коаксиальные кабели, внешний проводник которых выполнен в виде оплетки из тонких медных жилок. В быту такие кабели широко применяются для соединения телевизионных антенн с приемниками.

10

Глава

ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ МЕЖДУ ЦЕПЯМИ СВЯЗИ И МЕТОДЫ ЕГО УМЕНЬШЕНИЯ

10.1. Уровни передачи и нормы затухания каналов связи

Предварительное замечание. В этой главе будут рассмотрены причины появления взаимного влияния между цепями связи и способы его уменьшения до установленной нормы. Для изучения этих вопросов необходимо иметь представление о принятых в технике связи единицах измерения мощности сигналов, об энергетических характеристиках телефонного аппарата и о нормах затухания каналов связи.

Абсолютные уровни мощности. Измерение затухания четырехполюсников и каналов связи основано на соотношении

$$a = \frac{1}{2}\ln(S_1/S_2) = \frac{1}{2}\ln S_1 - \frac{1}{2}\ln S_2,$$

где S_1 и S_2 — полные мощности, измеренные в соответствующих точках.

Очевидно, необходимость обращения к таблицам логарифмов отпадает, если прибор для измерения полной мощности снабдить шкалой, по которой можно было бы отсчитывать величину $0{,}5\ln S_x$, где S_x — измеряемая полная мощность.

Легко заметить, что нулевая точка такой логарифмической шкалы будет соответствовать величине полной мощности $S=1$ В·А. Между тем мощность сигналов на выходе аппаратуры проводной связи имеет величину около 1 мВ·А, т. е. в 1000 раз меньшую. Именно такую величину полной мощности ($S=$

$=1\cdot10^{-3}$ В·А$=1$ мВ·А) решено было принять за нулевую точку шкалы логарифмических единиц измерения мощности сигналов связи. Эти единицы получили название *абсолютных уровней мощности.*

Абсолютным уровнем мощности, измеренным в неперах, называется величина

$$p = \frac{1}{2}\ln\frac{S_x}{1\cdot10^{-3}}, \qquad (10.1)$$

где S_x — измеряемая мощность, В·А; $1\cdot10^{-3}$ — величина мощности, принятая за нулевую точку шкалы, В·А. Эту мощность называют *нулевым абсолютным уровнем мощности,* поскольку подстановка в ф-лу *(10.1) значения* $S_x=1\cdot10^{-3}$В·А *дает значение* абсолютного уровня мощности $p=0$.

При $S_x>1\cdot10^{-3}$ В·А величина p будет положительной, а при $S<1\cdot10^{-3}$ В·А величина p отрицательна.

Абсолютные уровни мощности можно выражать не только в натуральных логарифмических единицах (в неперах), но и в десятичных логарифмических единицах (в децибелах). Абсолютный уровень мощности в децибелах определяется по формуле

$$p = 10\lg\frac{S_x}{1\cdot10^{-3}}, \qquad (10.2)$$

где S_x — по-прежнему величина измеряемой мощности, В·А.

Абсолютные уровни напряжения. В технике связи измерение полной мощности заменяют измерением напряжения между зажимами известного сопротивления.

Входное сопротивление канала связи, а также большинства четырехполюсников аппаратуры связи по существующим нормам *составляет 600 Ом. Если к зажимам двухполюсника с таким со*противлением подводится полная мощность, равная нулевому абсолютному уровню (1 мВ·А), то в соответствии с формулой $S=U^2/z$ напряжение между зажимами двухполюсника равно 0,775 В (действующее значение). Эту величину условились принять за нулевую точку шкалы логарифмических единиц измерения напряжения, так называемых *абсолютных уровней напряжения.*

Абсолютным уровнем напряжения, измеренным в неперах, называется величина

$$p_u = \ln\frac{U_x}{0{,}775}, \qquad (10.3)$$

где U_x — измеряемое напряжение, В; 0,775 — напряжение, принятое за нулевой абсолютный уровень напряжения, В.

Абсолютный уровень напряжения в децибелах определяется по формуле

$$p_u = 20\lg\frac{U_x}{0{,}775}. \qquad (10.4)$$

Подстановка в обе формулы значения $U_x=0{,}775$ В дает величину абсолютного уровня напряжения $p_u=0$. При $U_x>0{,}775$ В величина p_u положительна, а при $U_x<0{,}775$ В — отрицательна.

Необходимо отчетливо представлять, что абсолютный уровень напряжения — это величина напряжения, только выраженная не в вольтах, а в логарифмических единицах. Вольтметр, шкала которого проградуирована в абсолютных уровнях напряжения (в децибелах или в неперах), называется *измерителем уровня* или *указателем уровня*.

Связь между уменьшением уровня мощности и затуханием четырехполюсника. Применение логарифмических единиц измерения мощности сигнала (абсолютных уровней мощности) позволяет очень просто рассчитывать уровни мощности в отдельных точках канала связи, если известно затухание четырехполюсников, из которых образован этот канал. В самом деле, полная мощность сигнала на выходе согласованно нагруженного четырехполюсника определяется формулой

$$S_2 = S_1 e^{-2a},$$

где S_1 — полная мощность на входе четырехполюсника; a — характеристическое затухание четырехполюсника.

Перейдем в этой формуле от абсолютных величин полных мощностей S_1 и S_2 к величинам абсолютных уровней мощности. С этой целью разделим каждую из величин S_1 и S_2 на $1 \cdot 10^{-3}$ В·А (абсолютный нулевой уровень мощности) и прологарифмируем обе части равенства:

$$\frac{1}{2} \ln \frac{S_2}{1 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_1 e^{-2a}}{1 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_1}{1 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2} \ln e^{-2a},$$

откуда получаем

$$p_2 = p_1 - a. \quad (10.5)$$

Таким образом, *абсолютный уровень мощности на выходе согласованно нагруженного четырехполюсника меньше, чем абсолютный уровень мощности на входе этого же четырехполюсника, на величину характеристического затухания четырехполюсника.* При этом величину затухания следует выражать в децибелах, если уровни мощности измеряются в децибелах, и величину затухания следует выражать в неперах, если уровни мощности измеряются в неперах. Обратим внимание читателя на тот факт, что ф-ла (10.5) — одна из наиболее употребительных в технике связи.

Связь между уровнем напряжения и уровнем мощности. Чтобы установить связь между абсолютными уровнями напряжения и мощности, выразим в ф-ле (10.2) мощность S_x через напряжение U_x и величину сопротивления z_x, к которому эта мощность подводится, а мощность в $1 \cdot 10^{-3}$ В·А выразим через абсолютный нулевой уровень напряжения и величину нагрузочного сопротивления, равную 600 Ом:

$$p = 10 \lg \frac{(U_x^2/z_x)}{(0{,}775^2/600)} = 10 \lg \left(\frac{U_x}{0{,}775}\right)^2 + \\ + 10 \lg \frac{600}{z_x} = p_u + 10 \lg \frac{600}{z_x}. \quad (10.6)$$

Формула свидетельствует, что абсолютный уровень мощности *численно равен абсолютному уровню напряжения*, если последний измерен на полном сопротивлении, равном 600 Ом. В противном случае, т. е. при $z_x \neq 600$ Ом, для получения абсолютного уровня мощности в децибелах необходимо к измеренному абсолютному уровню напряжения в децибелах прибавить величину $10 \lg (600/z_x)$.

Телефонный аппарат как источник и приемник энергии. Если зажимы современного телефонного аппарата с угольным микрофоном замкнуть («нагрузить») на сопротивление $z_н = 600$ Ом и говорить в микрофон микротелефонной трубки, не напрягая голоса, то на нагрузочном сопротивлении будет выделяться мощность, равная примерно 1 мВ·А. В то же время телефон как преобразователь электрических колебаний в звуковые обеспечивает вполне удовлетворительное (с точки зрения разборчивости и громкости) воспроизведение речи, если к нему подводится полная мощность $S_т = 0{,}001$ мВ·А, т. е. в 1000 раз меньшая, чем полная мощность $S_м$, развиваемая телефонным аппаратом на выходных зажимах.

Уменьшению мощности сигнала в 1000 раз соответствует величина затухания $a = 10 \lg \frac{S_м}{S_т} = 10 \lg \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-6}} = 30$ дБ.

Вообще же качество связи оценивается собеседниками (абонентами) как отличное при затухании цепи $a = 9$ дБ (≈ 1 Нп), как хорошее при $a = 18$ дБ (≈ 2 Нп), как вполне удовлетворительное при $a = 27$ дБ (≈ 3 Нп), как не вполне удовлетворительное при $a = 36$ дБ (≈ 4 Нп) и как плохое при $a = 45$ дБ (≈ 5 Нп). Тем не менее даже при затухании $a = 54$ дБ (≈ 6 Нп) сигнал еще прослушивается в телефоне.

Сигнал перестает прослушиваться в телефоне современного аппарата, если полная мощность, подводимая к телефону, становится ниже абсолютного уровня $p = -65$ дБ ($-7{,}5$ Нп).

Две величины, которые характеризуют телефонный аппарат как приемник энергии (допустимое затухание цепи, равное 30 дБ, и нижний порог чувствительности, равный -65 дБ), положены в основу существующих норм на затухание каналов связи и их защищенность от перехода сигналов с соседних цепей.

Нормы затухания участков канала телефонной связи. Чтобы обеспечить достаточно высокие громкость и разборчивость речи при связи между любыми двумя абонентами в пределах одного и того же населенного пункта, а также при междугородной связи, были установлены специальные нормы, в соответствии с которыми затухание канала телефонной связи не должно превышать величины $a = 28{,}7$ дБ (что практически совпадает с величиной $a = 30$ дБ, о которой упоминалось выше).

Как при телефонной связи внутри города (городская телефонная связь), так и при связи между двумя городами канал тональной частоты ТЧ (телефонный канал) состоит из нескольких участков, соединенных друг с другом каскадно. При каскадном соедине-

нии участков их затухания складываются. Чтобы суммарное затухание соединенных участков не превысило установленную норму, решено было ограничить не только максимальную величину затухания канала, но и максимальную величину затухания каждого характерного участка канала телефонной связи.

Распределение затухания по участкам при городском телефонном разговоре. При осуществлении городского телефонного разговора каждый абонент соединяется с городской телефонной станцией своего района (*РАТС*) посредством абонентской линии *АЛ* (рис. 10.1). Районные станции соеди-

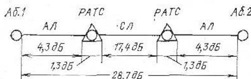


Рис. 10.1. Распределение нормы затухания при разговоре между двумя абонентами ГТС

няются друг с другом посредством соединительной линии *СЛ* (в общем случае абоненты включены в разные районные станции *РАТС*). В пределах городской телефонной сети затухание между любыми двумя абонентами при частоте $f=800$ Гц не должно превышать 28,7 дБ (3,3 Нп). Эта величина распределяется между участками следующим образом: абонентские линии — по 4,3 дБ; районные автоматические телефонные станции — по 1,3 дБ; соединительная линия между городскими телефонными станциями — 17,4 дБ.

Распределение затухания между участками при междугородной телефонной связи. В случае междугородной телефонной связи канал связи образуется из двух городских участков и междугородной линии (рис. 10.2). Каждый

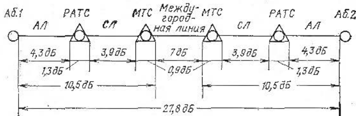


Рис. 10.2. Распределение нормы затухания при междугородном разговоре абонентов двух ГТС

городской участок состоит из абонентской линии от телефонного аппарата абонента до *РАТС* своего района, соединительной линии от городской телефонной станции района до междугородной телефонной станции (*МТС*) и из всех упомянутых станций: *РАТС* и *МТС*.

По существующим нормам общее затухание цепи 27,8 дБ (3,2 Нп) распределяется следующим образом: на междугородную линию 7 дБ (0,8 Нп), на каждый городской участок 10,5 дБ (1,2 Нп), в том числе на абонентскую линию 4,3 дБ; городскую телефонную станцию 1,3 дБ; соединительную линию 3,9 дБ; междугородную телефонную станцию 0,9 дБ.

При проектировании линейного и станционного оборудования городской и междугородной телефонной связи исходят из указанных норм затухания.

Расчет максимальной длины линии. При образовании канала связи отдельные его участки (четырехполюсники) соединяют друг с другом *по принципу согласованности* характеристических сопротивлений (насколько это удается выполнить в рабочей полосе частот). Поэтому под величинами затухания в *приведенных выше нормах* подразумеваются *характеристическое затухание станционных четырехполюсников и волновое затухание* αl *физических линий связи*: абонентских, соединительных, междугородных. (Напомним, что понятие волнового затухания было введено в гл. 8.)

Зная максимально допустимую величину (норму) волнового затухания линии $(\alpha l)_{\text{н}}$ и коэффициент затухания цепи α, можно определить максимально допустимую длину линии по формуле

$$l_{\text{макс}} = \frac{(\alpha l)_{\text{н}}}{\alpha_{800}}, \text{ км}, \qquad (10.7)$$

где $(\alpha l)_{\text{н}}$ — норма затухания данного участка канала связи; α_{800} — коэффициент затухания при частоте $f = 800$ Гц, поскольку именно для этой частоты установлены нормы затухания участков канала связи.

Например, для кабельной цепи с диаметром жил $d = 0{,}5$ мм коэффициент затухания $\alpha_{800} = 1{,}26$ дБ/км. Максимально допустимая длина абонентской линии с таким диаметром жил равна

$$l_{\text{макс}} = \frac{(\alpha l)_{\text{н}}}{\alpha_{800}} = \frac{4{,}3}{1{,}26} \approx 3{,}4 \text{ км}.$$

Если такую же цепь использовать в качестве междугородной линии, то максимальная длина линии будет равна

$$l_{\text{макс}} = \frac{(\alpha l)_{\text{н}}}{\alpha_{800}} = \frac{7{,}0}{1{,}26} = 5{,}5 \text{ км}.$$

Способы увеличения длины участка. На практике встречаются случаи, когда абонент удален от ГТС своего района более чем на 3,4 км, а расстояние между городами в десятки и сотни раз превышает 5,5 км. Возникает задача: увеличить длину участка, не увеличивая его затухания.

Известны и находят применение на практике три варианта ее решения:

уменьшение коэффициента *затухания* α *за счет* увеличения диаметра жил цепи. При этом возрастают расход дефицитных материалов (медь, свинец) и стоимость кабеля;

пупинизация кабельной цепи;

включение усилителей электрических сигналов.

То или иное решение выбирают с учетом затрат на сооружение линии и последующих эксплуатационных расходов. В случае высокочастотной связи (частотное уплотнение физической двухпроводной цепи) передача сигнала и его усиление осуществляются на высокой частоте. Однако усилители размещают вдоль цепи и регулируют их усиление с таким расчетом, чтобы указанная норма затухания междугородного участка (7 дБ) была выдержана при измерении сигнала на частоте $f=800$ Гц на гнездах междугородного коммутатора.

10.2. Влияние между симметричными цепями

Понятие о взаимном влиянии. Предположим, что две воздушные двухпроводные цепи на протяжении нескольких километров подвешены на общих опорах без изменения взаимного расположения проводов на штырях траверсы. Предположим далее, что по первой цепи ведется телефонный разговор. Тогда если подключить телефонный аппарат к началу или к концу второй цепи, то при достаточно большой длине параллельного пробега обеих цепей можно в аппарате второй цепи совершенно отчетливо услышать разговор, который ведется по первой цепи, хотя непосредственное соединение проводов первой и второй цепей не имеет места. Электрический сигнал во второй цепи (напряжение между ее проводами и ток в проводах) появляется под действием электрического и магнитного полей первой цепи.

Переход энергии передаваемого сигнала из одной цепи в другую называется влиянием одной цепи на другую. При передаче сигналов связи по второй цепи вокруг нее также появляется собственное электромагнитное поле и вторая цепь, в свою очередь, влияет на первую. Поэтому обычно говорят о *взаимном влиянии между цепями.*

Электрическая связь между цепями. Перенос энергии из одной цепи в другую посредством электрического поля называется *электрической связью* между цепями.

Эквивалентную схему короткого участка параллельного пробега двух цепей при расчете электрического влияния можно представить так, как это сделано в левой части рисунка 10.3. Здесь в виде узлов схемы (точек *1* и *2*, а также *3* и *4*) представлены провода первой и второй цепей соответственно. Между каждой парой узлов показана емкость, величина которой равна величине емкости между соответствующей парой проводов на длине рассматриваемого участка. Если между узлами *1* и *2* (влияющая цепь) приложить напряжение $\dot{U}_1$, то во всех ветвях схемы будут протекать некоторые токи, а между узлами *3* и *4* (цепь, подверженная влиянию) в общем случае возникнет некоторое напряжение $\dot{U}_2$.

Переход части напряжения из цепи *1, 2* в цепь *3, 4* наглядно представлен эквивалентной схемой в правой части рис. 10.3. Здесь

емкость C_{34} сохраняет то же значение, что и в левой схеме, провода *2* и *4* соединены друг с другом накоротко (объединены в один узел), а связь первой цепи со второй осуществляется уже не посредством четырех емкостей, как это было в левой части рисунка, а посредством одной-единственной емкости связи $C_{св}$.

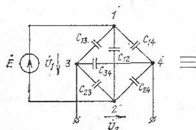


Рис. 10.3. Электрическая связь между двумя цепями

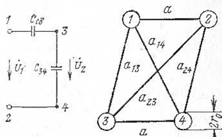


Рис. 10.4. К расчету коэффициента связи

Величину емкости $C_{св}$, вычисленную для участка параллельного пробега длиной в 1 км, называют *коэффициентом электрической связи*, обозначают буквой k и измеряют в пикофарадах на километр (пФ/км). Коэффициент электрической связи k можно было бы выразить через величины четырех емкостей связи. Однако гораздо удобнее определять k непосредственно через величины расстояний между четырьмя проводами по формуле

$$k = 13\,900 \frac{\left| \ln \frac{a_{13}\, a_{24}}{a_{14}\, a_{23}} \right|}{\left(\ln \frac{a}{r_0} \right)^2}, \tag{10.8}$$

где a — расстояние между проводами каждой цепи; r_0 — радиус проводов, а значения остальных величин определяются по рис. 10.4.

Магнитная связь между цепями. Эскиз участка длиною Δl параллельного пробега двух цепей показан на рис. 10.5 слева. Провода *1* и *2* первой цепи участка можно рассматривать

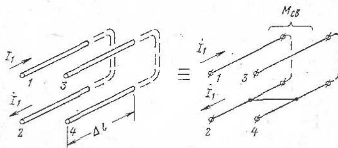


Рис. 10.5. Магнитная связь между двумя цепями

как рамку с током. Магнитный поток, создаваемый этой рамкой (при протекании тока по первой цепи), возбуждает ЭДС взаимной индукции в рамке, образованной проводами второй цепи.

При составлении эквивалентной расчетной схемы участка вполне допустимо объединить провода 2 и 4 в один, как это было сделано при исследовании электрического влияния, а наличие общего магнитного потока между контурами отразить с помощью взаимной индуктивности $M_{св}$.

Величину взаимной индуктивности, вычисленную для участка длиной в 1 км, называют *коэффициентом магнитной связи*, обозначают буквой m и измеряют в *микрогенри на километр (мкГ/км)*. Величина коэффициента магнитной связи определяется формулой

$$m = 200 \left| \ln \frac{a_{13}\, a_{24}}{a_{14}\, a_{23}} \right|. \qquad (10.9)$$

Влияние между цепями на элементе длины. Выделим бесконечно короткий участок параллельного пробега двух цепей (элемент длины) dx на расстоянии x от начала участка и рассчитаем переход энергии из первой цепи во вторую на этом участке за счет электрической и за счет магнитной связи.

Эквивалентная схема для расчета электрического влияния показана на рис. 10.6*а*. На этой схеме элементы dx первой и второй цепей соединены посредством емкости связи kdx. Начало и конец

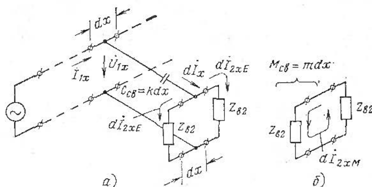


Рис. 10.6. К расчету влияния на элементе длины dx

элемента dx второй цепи показаны на этой схеме замкнутыми на входные сопротивления цепи, которые равны ее волновому сопротивлению $Z_{в2}$, поскольку вторая цепь в начале и конце нагружена согласованно, как показано на рис. 10.7.

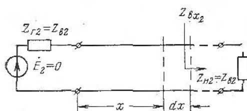


Рис. 10.7. К определению нагрузочных сопротивлений элемента длины dx

Под действием напряжения $\dot{U}_{1x}$ в ветви с емкостью связи $C_{св}=kdx$ появляется ток (см. рис. 10.6*а*)

$$d\dot{I}_x=\dot{U}_{1x}\Big/\left(\frac{1}{\mathrm{i}\,\omega\,k\,dx}+\frac{Z_{в}}{2}\right)\approx \mathrm{i}\,\omega\,k\,dx\,\dot{U}_{1x}, \qquad (10.10)$$

где $Z_в/2$ — сопротивление параллельного соединения нагрузок элемента dx второй цепи. Величиной $Z_в/2$ всегда можно пренебречь по сравнению с сопротивлением емкости связи $C_{св}=kdx$. Рассматривая схему рис. 10.6*а*, замечаем, что во второй цепи ток $d\dot{I}_x$ разветвляется: половина его направляется к началу второй цепи, а половина — к концу (токи $d\dot{I}_{2xE}$).

Ток влияния, создаваемый магнитной связью, найдем с помощью схемы на рис. *10.6б. За счет элемента индуктивной связи* $M_{св}=mdx$ ток влияющей цепи $\dot{I}_{1x}$ возбуждает в контуре элемента dx второй цепи ЭДС взаимоиндукции

$$\dot{E}_M=\mathrm{i}\,\omega\,(mdx)\,\dot{I}_{1x},$$

где $\dot{I}_{1x}=\dot{U}_{1x}/Z_в$, поскольку первая цепь нагружена согласованно.

Контур элемента dx второй цепи образован двумя отрезками проводов второй цепи (каждый имеет длину dx и сопротивление Rdx) и двумя входными сопротивлениями, равными $Z_{в2}$. Все четыре элемента соединены последовательно, и сопротивление контура равно сумме их сопротивлений:

$$Z_э=2Z_{в2}+2\,Rdx\approx 2\,Z_в.$$

Электродвижущая сила взаимной индукции $\dot{E}_M$ возбуждает в контуре ток

$$d\dot{I}_{2xM}\approx\frac{\dot{E}_M}{2Z_в}=\frac{\mathrm{i}\,\omega\,mdx\,\dot{U}_{1x}}{2Z_{в2}\,Z_{в1}}.$$

Направление индуктированной ЭДС определяется правилом Ленца, и создаваемый ею ток на ближнем (к влияющему генератору) конце элемента длины dx *совпадает* с током электрического влияния, а на дальнем конце элемента dx ток магнитного влияния направлен *навстречу* току электрического влияния.

Суммарный ток электрического и магнитного влияния на ближнем (к влияющему генератору) конце элемента dx определяется формулой

$$d\dot{I}_{2xб}=\frac{1}{2}\,\mathrm{i}\,\omega\left(k+\frac{m}{Z_{в1}\,Z_{в2}}\right)\dot{U}_{1x}\,dx, \qquad (10.11)$$

а на дальнем конце элемента dx — формулой

$$d\dot{I}_{2xд}=\frac{1}{2}\,\mathrm{i}\,\omega\left(k-\frac{m}{Z_{в1}\,Z_{в2}}\right)\dot{U}_{1x}\,dx, \qquad (10.12)$$

где буквы «б» и «д» в индексах напоминают, что речь идет о влиянии на «ближний» и на «дальний» концы элемента.

Влияние на ближний конец между двумя параллельными цепями. Мы установили, что на каждом эле-

менте длины dx участка параллельного пробега двух цепей имеет место переход тока с первой (влияющей) цепи на вторую (подверженную влиянию). При этом часть перешедшего тока направляется к началу второй цепи, а часть — к ее концу, как схематически показано на рис. 10.8, где с целью упрощения чертежа цепи

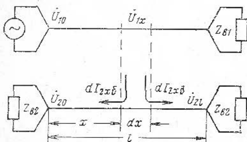


Рис. 10.8. К расчету влияния на ближний и дальний концы цепи

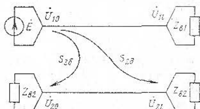


Рис. 10.9. К понятию о переходном затухании

представлены в «однопроводном» изображении, т. е. каждая двухпроводная цепь условно изображена одной линией.

Токи $d\dot I_{2xб}$, поступающие к началу второй цепи со всех элементов длины параллельного пробега, создают на сопротивлении нагрузки *суммарное напряжение влияния на ближний конец* (напряжение $\dot U_{20}$). Токи $d\dot I_{2xд}$, поступающие к концу второй цепи со всех элементов длины параллельного пробега, создают на сопротивлении нагрузки *напряжение влияния на дальний конец* (напряжение $\dot U_{2l}$).

Поставим задачу: вычислить оба упомянутых напряжения для случая, когда первая и вторая цепи «вместе» (т. е. в общем пункте) начинаются и «вместе» заканчиваются. Будем считать, что в начале первой цепи включен согласованный генератор ($Z_г = Z_{в1}$), а конец этой цепи (ее выходные зажимы) нагружен согласованно. Начало и конец цепи, подверженной влиянию, нагружены согласованно.

С учетом согласованной нагрузки первой цепи напряжение $\dot U_{1x}$ в схеме рис. 10.8 выражается формулой

$$\dot U_{1x} = \dot U_{10} e^{-\gamma_1 x}. \qquad (10.13)$$

С учетом согласованной нагрузки зажимов второй цепи находим, что ток $d\dot I_{2xб}$ при распространении к началу второй цепи уменьшается в $e^{\gamma_2 x}$ раз и создает между зажимами нагрузочного сопротивления падение напряжения

$$d\dot U_{20} = d\dot I_{2xб} e^{-\gamma_2 x} Z_{в2} = \dot U_{10} e^{-\gamma_1 x} \frac{1}{2} i\omega \left(k + \frac{m}{Z_{в1} Z_{в2}}\right) e^{-\gamma_2 x} Z_{в2}\, dx, \qquad (10.14)$$

где значение $d\dot I_{2xб}$ взято из ф-лы (10.11), а значение $\dot U_{1x}$ — из ф-лы (10.13).

Легко заметить, что величина напряжения $d\dot{U}_{20}$ является функцией расстояния x, на которое удален от начала участка элемент длины $dx : d\dot{U}_{20}=f_1(x)\,dx$. Сумма влияний со всех элементов dx длины параллельного пробега двух цепей представляет собой не что иное, как определенный интеграл от выражения $d\dot{U}_{20}$, вычисленный на интервале изменения x от $x=0$ до $x=l$:

$$\dot{U}_{20}=\int_0^l d\,\dot{U}_{20}=\int_0^l f_1(x)\,dx.$$

Подстановка аналитического выражения $d\dot{U}_{20}$ из ф-лы (10.14) и его последующее интегрирование для случая одинаковой конструкции обеих цепей ($Z_{в1}=Z_{в2}=Z_в$; $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$) приводит к результату:

$$\dot{U}_{20}=\frac{Z_в}{4\gamma}\,\mathrm{i}\,\omega\left(k+\frac{m}{Z_в^2}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-2\gamma l}\right)\dot{U}_{10}. \tag{10.15}$$

Важный частный случай. Формула (10.15) справедлива для любой частоты, как низкой, так и высокой, и для любой длины участка параллельного пробега. Однако наибольший практический интерес представляет расчет влияния между электрически длинными цепями [($\alpha l \geqslant 13$ дБ (1,5 Нп)] при высоких частотах.

Ограничиваясь случаем достаточно высоких частот, можно применить приближенные соотношения:

$$Z_в\approx\sqrt{\frac{L}{C}};\quad \gamma\approx\mathrm{i}\,\omega\sqrt{LC},$$

поскольку при высоких частотах соблюдается неравенство $\alpha\ll\beta$.

Условие $\alpha l>1{,}5$ Нп позволяет пренебречь величиной слагаемого $\mathrm{e}^{-2\gamma l}$ в ф-ле (10.15) по сравнению с единицей:

$$\left|\mathrm{e}^{-2\gamma l}\right|=\mathrm{e}^{-2\alpha l}\leqslant\mathrm{e}^{-2\cdot 1{,}5}=0{,}05\ll 1.$$

С учетом сказанного ф-ла (10.15) приобретает вид:

$$\dot{U}_{20}=(K_б/4C)\cdot\dot{U}_{10}, \tag{10.16}$$

где принято обозначение:

$$K_б=k+m/Z_в^2. \tag{10.17}$$

Величина $K_б$ называется коэффициентом электромагнитной связи на ближнем конце (элемента dx).

Формула (10.16) показывает, что *при увеличении частоты и длины участка параллельного пробега двух цепей отношение напряжений $\dot{U}_{20}/\dot{U}_{10}$ стремится к некоторой постоянной величине $K_б/4C$, которая зависит в конечном счете только от взаимного расположения проводов обеих цепей.*

Влияние на дальний конец между двумя параллельными цепями. Для расчета влияния на дальний конец снова обратимся к рис. 10.8. В соответствии с этим рисун-

ком с элемента длины dx к дальнему концу второй цепи направляется ток $dI_{2хд}$. На пути от элемента dx до конца второй цепи, равном $(l-x)$, этот ток убывает в $e^{\gamma(l-x)}$ раз. Если воспользоваться ф-лой (10.12) для тока $dI_{2хд}$ и подставить в нее значение $\dot{U}_{1x}$ из (10.13), то можно найти величину напряжения dU_{2l} между зажимами нагрузочного сопротивления на дальнем конце второй цепи, которое создается за счет перехода тока на элементе длины dx:

$$d\dot{U}_{2l} = \dot{U}_{10}\, e^{-\gamma_1 x}\, i\, \frac{\omega}{2}\left(k - \frac{m}{Z_{в1} Z_{в2}}\right) e^{-\gamma_2(l-x)}\, Z_{в2}\, dx, \qquad (10.18)$$

где величина

$$k - \frac{m}{Z_{в1} Z_{в2}} = K_д \qquad (10.19)$$

называется коэффициентом электромагнитной связи на дальнем конце (элемента dx).

Очевидно, величина dU_{2l} является функцией координаты x расстояния элемента dx от начала участка: $d\dot{U}_{2l} = f_2(x)\,dx$.

Сумма влияний на дальний конец со всех элементов dx длины параллельного пробега цепей представляет собой не что иное, как интеграл от функции $f_2(x)dx$, вычисленный на интервале от $x=0$ до $x=l$:

$$\dot{U}_{2l} = \int_0^l d\,U_{2l} = \int_0^l f_2(x)\,dx. \qquad (10.20)$$

Рассмотрим случай, когда обе цепи имеют одинаковую конструкцию: $Z_{в1}=Z_{в2}=Z_в$; $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$. При достаточно высоких частотах величина $Z_в$ зависит только от первичных параметров L и C. Километрическая емкость зависит только от диаметра проводов и от расстояния между их осями. То же самое относится к величине километрической индуктивности (в случае вытеснения тока на поверхность провода, что имеет место при достаточно высоких частотах). Таким образом, величину $Z^2_в$ можно выразить через геометрические параметры цепи:

$$Z^2_в = \frac{L}{C} = \frac{[4 \ln (a/r_0)] \cdot 10^{-4}}{1 \cdot 10^{-6}/36 \ln (a/r_0)} = 14\,400 \ln\left(\frac{a}{r_0}\right)^2.$$

Если подставить значение $Z^2_в$, а также значения коэффициентов связи k и m из (10.8) и (10.9) соответственно в формулу коэффициента электромагнитной связи на дальнем конце (10.19), то можно убедиться, что величина $K_д$ обращается в нуль.

Таким образом, *при достаточно высоких частотах коэффициент $K_д$ равен нулю и влияние на дальний конец второй цепи полностью отсутствует.* Заметим, что сказанное относится к случаю параллельного пробега только *двух* цепей. Наличие одной или нескольких «третьих» цепей на участке параллельного пробега существенно усложняет картину и будет рассмотрено в § 10.5.

При достаточно низких частотах приближенная формула $Z_в = \sqrt{L/C}$ перестает быть справедливой и коэффициент $K_д$ уже

не равен нулю, хотя имеет значительно меньшую величину, чем $K_б$.

Вычисление интеграла (10.20) приводит к результату

$$\dot{U}_{2l} = i\omega \frac{Z_в}{2} e^{-\gamma l} K_д l \dot{U}_{10}. \qquad (10.21)$$

10.3. Переходное затухание и защищенность от переходного разговора

Переходное затухание как мера взаимного влияния между цепями. *Оценивать степень влияния одной* из двух параллельных цепей на другую удобно с помощью специального параметра: переходного затухания цепи

$$a_п = 10 \lg \frac{S_1}{S_2}, \qquad (10.22)$$

где S_1 — полная мощность на входе влияющей цепи; S_2 — полная мощность на зажимах нагрузочного сопротивления цепи, подверженной влиянию.

Но подверженная влиянию цепь имеет два нагрузочных сопротивления: одно на ближнем (к генератору влияющей цепи) конце, а другое — на дальнем. Полную мощность на зажимах ближнего нагрузочного сопротивления будем обозначать символом $S_{2б}$, а на зажимах дальнего — символом $S_{2д}$, как показано на рис. 10.9. Соответственно будем различать *переходное затухание на ближнем конце*

$$a_б = 10 \lg \frac{S_1}{S_{2б}} \qquad (10.23)$$

и *переходное затухание на дальний конец*

$$a_д = 10 \lg \frac{S_1}{S_{2д}}. \qquad (10.24)$$

Выразим полную мощность S_1 через величину входного напряжения U_{10} и входного сопротивления $z_{вх1}: S_1 = U^2_{10}/z_{вх1}$. В свою очередь, полную мощность S_2 выразим через величину нагрузочного сопротивления $z_{в2}$ и напряжения U_2 на этом сопротивлении: $S^2 = U^2_2/z_{в2}$. Если подставить эти значения S_1 и S_2 в формулу переходного затухания (10.22), то при равенстве сопротивлений $z_{вх1} = z_{в1} = z_{в2}$ она приобретает вид

$$a_п = 20 \lg (U_{10}/U_2). \qquad (10.25)$$

В дальнейшем мы будем рассматривать влияние между цепями одинаковой конструкции, для которых выполняется равенство $Z_{в1} = Z_{в2}$. Соответственно, величину переходного затухания будем выражать не через отношение полных мощностей, а через отношение напряжений.

Переходное затухание *на ближнем конце*. Из (10.16) следует, что отношение напряжения на входе влияющей

цепи к переходному напряжению на ближнем конце цепи, подверженной влиянию, равно:

$$U_{10}/U_{20} = 4C/K_б.$$

Соответственно для переходного затухания на ближнем конце получаем формулу

$$a_б = 20 \lg \frac{4C}{K_б}. \qquad (10.26)$$

Переходное затухание на дальний конец. Для получения расчетной формулы переходного затухания на дальний конец найдем отношение напряжений U_{10}/U_{2l} из ф-лы (10.21) и прологарифмируем его:

$$a_д = 20 \lg \left| \frac{2}{\omega Z_в K_д l} \right| + \alpha l, \qquad (10.27)$$

где величина αl выражена в децибелах.

Защищенность канала связи от переходного разговора. Вследствие взаимного влияния между цепями телефонный разговор, который ведется по некоторому каналу, может быть услышан абонентами, ведущими разговор по другому каналу. Возможность такого прослушивания равносильна нарушению тайны переписки и является совершенно недопустимой. Все системы телефонной связи проектируют таким образом, чтобы исключить возможность появления в любом канале системы внятного (разборчивого) переходного разговора.

Для уменьшения внятного переходного разговора следует уменьшить переход энергии из одной цепи в другую, т. е. увеличить переходное затухание между цепями. А чтобы выяснить возможность прослушивания, необходимо сравнить мощность переходного сигнала («переходного разговора») в цепи, подверженной влиянию, с мощностью собственного принимаемого («полезного») сигнала в этой же цепи. Сравнить мощности — значит, найти их отношение при измерении мощностей в вольтамперах или найти разность уровней мощности при измерении мощностей в логарифмических единицах.

Разность между уровнем мощности полезного сигнала $p_с$ *и уровнем мощности переходного разговора* $p_п$, *измеренная в некоторой точке канала, называется защищенностью канала от переходного разговора в данной точке канала.* Необходимо отчетливо представлять, что после перехода части энергии из влияющего канала в канал, подверженный влиянию, никаким последующим усилением или ослаблением сигнала в последнем изменить защищенность уже нельзя: полезный сигнал и помеха (переходный разговор) будут одинаково усиливаться или ослабляться, а разность уровней их мощности изменяться не будет.

Обоснование норм защищенности. Для обоснования норм защищенности телефонного канала от переходных разговоров необходимо рассмотреть такую точку канала, для кото-

рой уровень полезного сигнала раз и навсегда определен правилами эксплуатации аппаратуры. Этой точкой являются выходные зажимы междугородного участка канала связи (гнезда междугородного коммутатора), для которых уровень полезного сигнала принят равным $p_c = -7$ дБ ($-0,8$ Нп). Такой уровень сигнала устанавливают при настройке канала, регулируя величину усиления индивидуального усилителя данного канала.

Чтобы при включении телефонного аппарата в эту же точку канала переходный разговор совершенно не прослушивался, его уровень мощности $p_п$, как уже упоминалось, не должен превышать ($-65,2$) дБ. Отсюда величина защищенности

$$a_з = p_с - p_п = -7 - (-65,2) = 58,2 \text{ дБ}.$$

Именно эта величина положена в основу существующих норм защищенности телефонных каналов от переходного разговора.

Нормы защищенности. Величина $a_з = 58,2$ дБ была получена в предположении, что в цепи, подверженной влиянию, в паузах основного разговора существует только сигнал переходного разговора. Однако в реальном канале связи наряду с напряжением основного и переходного разговоров всегда присутствует напряжение тепловых шумов аппаратуры и шумов, создаваемых нелинейностью усилителей. Суммарная мощность тепловых и нелинейных шумов междугородного канала нормируется. Ее величина принимается равной мощности переходного разговора. Тепловые и нелинейные шумы заглушают переходный разговор («маскируют» его), и это обстоятельство позволяет снизить требования к величине защищенности канала от переходных разговоров, тем более что величину защищенности, равную 58,2 дБ, не всегда удается получить для всех возможных комбинаций параллельных цепей.

В Советском Союзе приняты следующие нормы защищенности от переходного разговора для кабельной линии длиной в 2500 км: не менее 58,2 дБ (6,7 Нп) для 90% всех возможных комбинаций каналов и не менее 54,7 дБ (6,3 Нп) для 100% комбинаций каналов. Для системы К-60 норма уменьшается до 52 дБ (6,0 Нп) для 100% каналов.

Для воздушных линий связи, учитывая бóльший уровень шума за счет атмосферных помех, влияния радиостанций и линий электропередачи, норма защищенности уменьшается до 50,4 дБ (5,8 Нп).

Пересчет норм на один усилительный участок. Приведенные выше нормы относятся к линии длиной 2500 км. Такая линия в общем случае содержит N усилительных участков. При наличии одинакового перехода мощности на каждом участке мощность переходного разговора в конце линии увеличится в N раз по сравнению с мощностью переходного разговора на одном участке, а защищенность уменьшится на величину $10 \lg N$. Чтобы защищенность цепи при N усилительных участках осталась в пределах установленной нормы, необходимо принять норму защищенности для одного усилительного участка равной

$$a_{з.уч} = a_з + 10 \lg N. \qquad (10.28)$$

где $a_з$ — норма защищенности для линии связи длиной 2500 км, т. е. для одного переприемного участка.

Защищенность каналов при двухпроводной системе связи. *Двухпроводной называется такая система связи, при которой передача сигналов в прямом и обратном направлениях осуществляется по одной и той же паре проводов в одной и той же полосе частот.* Не менее широко распространена четырехпроводная система связи, при которой передача сигнала в прямом направлении осуществляется по одной паре проводов, а передача в обратном — по другой паре.

Две двухпроводные системы связи, работающие по двум параллельным цепям, показаны на рис. 10.10. Здесь при работе микрофона M_1, включенного в первую цепь, его сигнал может быть принят аппаратами, включенными в начале и конце второй цепи. Следовательно, в случае двухпроводных систем связи имеет место переход сигнала из одной цепи как на ближний, так и на дальний концы параллельной цепи.

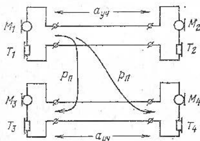


Рис. 10.10. К анализу защищенности от переходного разговора при двухпроводной системе связи

Определим защищенность канала цепи, подверженной влиянию. При этом будем считать, что все передатчики (микрофоны), включенные в обе цепи, развивают одинаковый уровень мощности $p_м$. Полезный принимаемый сигнал на ближнем конце второй цепи создается микрофоном M_4, включенным на дальнем конце этой цепи. Уровень принимаемого сигнала p_c отличается от уровня $p_м$ выходной мощности микрофона M_4 на величину затухания рассматриваемого участка линии связи: $p_c = p_м - a_{уч}$.

Сигнал помехи на ближнем конце второй цепи создается микрофоном M_1, который находится на ближнем конце влияющей цепи. Уровень мощности этого сигнала (помехи) $p_п$ отличается от уровня выходной мощности микрофона M_1 на величину переходного затухания на ближнем конце: $p_п = p_м - a_б$.

Защищенность второй цепи от переходного разговора на ближнем конце равна разности уровней полезного сигнала и помехи:

$$a_{з.б} = p_c - p_п = (p_м - a_{уч}) - (p_м - a_б) = a_б - a_{уч}. \qquad (10.29)$$

Мы видим, что величина защищенности цепи на ближнем конце оказалась меньше численного значения переходного затухания на ближнем конце на величину затухания рассматриваемого участка. Это становится понятным, если вспомнить, что источник помехи расположен на ближнем конце, а источник полезного сигнала — на дальнем, отчего уровень полезного сигнала в месте приема будет тем меньше, чем больше затухание участка.

Рассмотрим защищенность второй цепи на дальнем конце. Здесь полезный сигнал создается микрофоном M_3, который находится на ближнем конце второй цепи, а сигнал помехи создается по-прежнему микрофоном M_1, включенным на ближнем конце первой цепи. Таким образом, $p_c = p_м - a_{уч}$; $p_п = p_м - a_д$.

Защищенность второй цепи от переходного разговора на дальний конец

$$a_{з.д} = p_c - p_п = a_д - a_{уч}. \qquad (10.30)$$

Чтобы получить представление о порядке величин защищенности от переходного разговора цепей воздушных линий связи, рассчитаем величину взаимной защищенности от переходного разговора для первой и второй цепей траверсного профиля с диаметром проводов $d_0 = 4$ мм (рис. 10.11). Расчет выполним для частот, превышающих 10 кГц, что позволяет пренебречь внутренней индуктивностью каждой из цепей и учитывать только внешнюю.

Начнем с определения коэффициента *электрической связи* k, для чего подставим в ф-лу (10.8) численные значения расстояний между проводами цепей из рис. 10.11:

$$k = 13\,900 \frac{\left|\ln \dfrac{a_{13}\, a_{24}}{a_{14}\, a_{23}}\right|}{\left(\ln \dfrac{a}{r_0}\right)^2} = 13\,900 \frac{\left|\ln \dfrac{70 \cdot 70}{90 \cdot 50}\right|}{\left(\ln \dfrac{200}{2}\right)^2} = 57{,}6\, \frac{пФ}{км}.$$

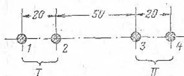


Рис. 10.11. Расстояния между проводами первой и второй цепей *траверсного профиля*

47 59 66
45 70 64 69
а)

38 30
51 44
54
б)

Рис. 10.12. Переходное затухание на ближнем конце между электрически длинными нескрещенными цепями ВЛС траверсного и крюкового профилей

Отмечалось, что при высокой частоте коэффициенты *электрической и магнитной связи* удовлетворяют соотношению $k = m/Z^2_в$, и по этой причине величина коэффициента электромагнитной связи для ближнего конца [см. ф-лу (10.17)] будет равна:

$$K_б = 2k = 2 \cdot 57{,}6 \approx 115\, \frac{пФ}{км}.$$

Теперь можно определить величину переходного затухания на ближнем конце по ф-ле (10.26):

$$a_б = 20 \lg \frac{4C}{K_б} = 20 \lg \frac{4 \cdot 6 \cdot 10^3}{115} \approx 20 \lg 207 = 47 \text{ дБ},$$

где значения величин C и $K_б$ подставлены в пикофарадах.

Затухание линии на длине усилительного участка обычно превышает 13 дБ (1,5 Нп). Подставляя полученную величину переходного затухания $a_б$ и значение $a_{уч}=13$ дБ в ф-лу (10.29), получаем величину защищенности от переходного разговора на ближнем конце: $a_{з.б}=a_б-a_{уч}=47-13=34$ дБ, что значительно ниже существующей нормы (которая для воздушных линий связи составляет 50,4 дБ).

Таким же образом можно вычислить переходное затухание на ближнем конце $a_б$ между первой и всеми остальными цепями. Результат расчета представлен на рис. 10.12, где величины переходного затухания (в децибелах) указаны на месте каждой из цепей на опорах траверсного (*а*) и крюкового (*б*) профилей.

Рассчитав для каждой из цепей величину защищенности по ф-ле (10.29), убеждаемся, что *норма защищенности от переходного разговора на ближнем конце в большинстве случаев не выполняется по причине малой величины переходного затухания на ближнем конце.*

Определим теперь величину защищенности на дальнем конце, для чего подставим в ф-лу (10.30) значение $a_д$, вычисленное по ф-ле (10.27).

Слагаемые $\alpha l=a_{уч}$ и $(-a_{уч})$ в правой части ф-лы (10.30) взаимно уничтожаются, и она приобретает вид

$$a_{з.д}=20\lg\left|\frac{2}{\omega Z_в K_д l}\right|. \qquad (10.31)$$

Отмечалось, что при достаточно высоких частотах за счет вытеснения тока на поверхность проводников величина коэффициента электромагнитной связи для дальнего конца равна нулю и влияние на дальний конец отсутствует. При низких и в том числе звуковых частотах величина $K_д$ не равна нулю, хотя имеет значительно меньшую величину, чем $K_б$. Если подставить в предыдущую формулу значения $\omega=2\pi\cdot 800$; $Z_в=600$ Ом; $K_д=17\cdot 10^{-12}$ Ф/км и $l=300$ км, то получим величину защищенности $a_{з.д}=42$ дБ, что значительно ниже нормы.

Расчет показывает, что *для большинства сочетаний цепей существующих конструкций ВЛС норма защищенности от переходного разговора при переходе влияющих токов на дальний конец также не выполняется (вследствие малой величины переходного затухания на дальний конец).*

Влияние между двух- и однопроводной цепями. А не увеличится ли защищенность от переходного разговора после замены двухпроводной второй цепи на однопроводную?

Рассмотрим влияющую двухпроводную цепь на рис. 10.13 из проводов *1* и *2* и подверженную влиянию однопроводную, образованную проводом *3*, вторым проводом которой служит земля. Из электротехники известно [8], что первичные параметры однопроводной цепи, у которой в качестве второго провода выступает земля, имеют такую же величину, какую имели бы параметры

двухпроводной, у которой первый провод совпадает с проводом однопроводной, а второй расположен симметрично первому относительно поверхности земли (см. на рис. 10.13 провода *3* и *4*).

Высота подвеса h третьего провода и расстояния a_{14} и a_{24} для рассматриваемого случая достигают нескольких метров, в то время как расстояния a_{13} и a_{23} составляют несколько десятков сантиметров. Это соотношение величин приводит к резкому увеличению числителя в формуле коэффициента электрической связи и, следовательно, к уменьшению переходного затухания на ближнем конце.

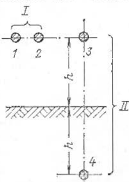


Рис. 10.13. К расчету влияния между двухпроводной и однопроводной цепями

Уменьшение переходного затухания легко объясняется физически. В случае «обычной» двухпроводной второй цепи оба ее провода расположены на малом расстоянии друг от друга. По этой причине в каждом проводе возбуждается за счет магнитной связи примерно одинаковая по величине ЭДС, а ток влияния в нагрузочном сопротивлении появляется под действием разности этих ЭДС.

В случае однопроводной второй цепи второй провод ее двухпроводного расчетного эквивалента (провод *4*) удален от провода *3* на значительное расстояние и в нем возбуждается значительно меньшая ЭДС, чем в проводе *3*. Разность ЭДС третьего и четвертого проводов становится больше, что приводит к увеличению тока влияния в нагрузочном сопротивлении.

Переходное затухание между двухпроводной и однопроводной цепями имеет меньшую величину, чем между двумя двухпроводными, а между двумя однопроводными — меньшую, чем между двухпроводной и однопроводной.

10.4. Скрещивание и симметрирование цепей связи

Понятие о скрещивании. Чтобы выдержать установленную норму защищенности, необходимо уменьшить переход энергии сигнала из влияющей цепи в цепь, подверженную влиянию. Это достигается за счет скрещивания цепей.

Скрещивание цепи — это перемена мест (перестановка) обоих ее проводов, которая осуществляется через равные интервалы длины, как показано схематически на рис. 10.14, который представляет собой вид сверху на две параллельные цепи.

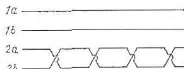


Рис. 10.14. К понятию о скрещивании цепей

Чтобы объяснить уменьшение взаимного влияния за счет скрещивания, рассмотрим действие магнитной связи на участке па-

раллельного пробега из двух отрезков одинаковой длины s (рис. 10.15). На этом рисунке цепь из проводов *1* и *2* рассматриваем как влияющую, а цепь из проводов *3* и *4* — как подверженную влиянию.

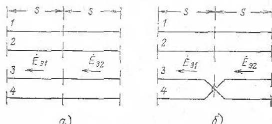


Рис. 10.15. Объяснение уменьшения влияния при скрещивании одной из двух параллельных цепей

Магнитное поле влияющей цепи пересекает провода цепи, подверженной влиянию, и возбуждает в каждом проводе ЭДС. В соответствии с законом электромагнитной индукции в формулировке Фарадея ЭДС, которая возбуждается в проводнике, пропорциональна количеству магнитных силовых линий, пересекающих проводник в единицу времени.

Обратимся к схеме рис. 10.15*а*, которая представляет собой вид сверху на две параллельные цепи. На протяжении левого отрезка s провод *3* второй цепи расположен ближе к влияющей цепи, чем провод *4*. Он пересекается бо́льшим количеством магнитных силовых линий, чем провод *4*, и в нем наводится бо́льшая ЭДС, чем в проводе *4*. Обе ЭДС имеют одинаковое направление, но одна из них действует в верхнем проводе, а другая — в нижнем. Поэтому ток в нагрузочном сопротивлении появляется под действием их разности, и при расчете влияния две упомянутые ЭДС можно заменить одной эквивалентной $\dot{E}_{э1}$, которая численно равна их разности, действует в проводе *3* и направлена к началу второй цепи, как показано на рисунке. На втором отрезке длины s того же рисунка провод *3* по-прежнему расположен ближе к влияющей цепи, чем провод *4*, и в нем возбуждается бо́льшая ЭДС, чем в проводе *4*. Электродвижущая сила $\dot{E}_{э2}$, эквивалентная двум упомянутым, по-прежнему действует в проводе *3* и направлена к началу второй цепи.

Перейдем к схеме рис. 10.15*б*. Здесь левый отрезок провода *3* второй цепи расположен, как и в предыдущих случаях, ближе к влияющей цепи. Поэтому эквивалентную ЭДС включаем на этом отрезке длины в провод *3* и направляем ее в сторону начала второй цепи. Но при переходе к правому отрезку s участка параллельного пробега картина меняется: теперь ближе к влияющей цепи расположен провод *4*, и в нем возбуждается бо́льшая ЭДС, чем в проводе *3*. По этой причине эквивалентную ЭДС следует включить в провод *4* и направить ее в сторону начала цепи.

Сравним направления эквивалентных ЭДС $\dot{E}_{э1}$ и $\dot{E}_{э2}$ в двух отрезках s при отсутствии и при наличии скрещивания второй цепи. Если вторая цепь не скрещена, то создаваемые каждой из эквивалентных ЭДС $\dot{E}_{э1}$ и $\dot{E}_{э2}$ токи имеют в нагрузочном сопротивлении одинаковое направление и складываются арифметически друг с другом. Если же провода второй цепи скрещены (переставлены местами) на границе между двумя отрезками длины s, то создаваемые каждой из эквивалентных ЭДС $\dot{E}_{э1}$ и $\dot{E}_{э2}$ токи в нагрузочном сопротивлении направлены навстречу друг другу и почти полностью взаимно уничтожаются. В результате ток влияния в нагрузочном сопротивлении второй цепи при наличии скрещивания имеет меньшую величину, чем в случае нескрещенной цепи.

Расчет переходного затухания на ближнем конце при наличии скрещивания. Предположим, что на электрически длинном участке параллельного пробега двух цепей одна из них не скрещена, а другая, как принято говорить, «скрещена с шагом s». Это означает, что на всем участке параллельного пробега цепь разбита на участки длиною s и в конце каждого такого участка ее провода взаимно меняются местами на штырях траверсы.

Строгий математический анализ показывает, что в результате скрещивания одной из двух параллельных цепей с шагом скрещивания, равным s, формула переходного напряжения приобретает в правой части дополнительный множитель $\text{th}\,\gamma s: \dot{U}_{20} = \text{th}\,\gamma s \frac{K_б}{4C}\,\dot{U}_{10}$, откуда для величины переходного затухания на ближний конец получаем выражение

$$a_б = 20\lg\frac{4C}{K_б} + 20\lg\frac{1}{|\text{th}\,\gamma s|}. \qquad (10.32)$$

Второе слагаемое в правой части этой формулы представляет собой прибавку к величине переходного затухания на ближнем конце, полученную за счет скрещивания одной из цепей с шагом, равным s. Обратимся к графику модуля функции $\text{th}\,g$ комплексного аргумента $g = a + \text{i}\,b$ на рис. 8.10. Из графика следует, что величина модуля этой функции может быть как больше, так и меньше единицы. То же самое можно сказать и о модуле функции $\text{th}\,\gamma s$, поскольку ее аргумент также является комплексной величиной: $\gamma s = (\alpha + \text{i}\beta)s = \alpha s + \text{i}\,\beta s$.

При $|\text{th}\,\gamma s| > 1$ величина $1/|\text{th}\,\gamma s|$ будет меньше единицы, а ее логарифм — отрицателен. Отрицательная прибавка к величине $20\lg(4C/K_б)$ означает, что скрещивание с шагом, который соответствует численному значению $|\text{th}\,\gamma s| > 1$, уменьшает величину переходного затухания на ближнем конце, т. е. приносит, с этой точки зрения, не пользу, а вред.

Однако, уменьшая длину шага скрещивания s, можно обеспечить выполнение условия $\beta s < \pi/4$. Тогда, как показывает график на рис. 8.10, при любом численном значении $\alpha\, l$ имеет место соотношение $|\text{th}\,\gamma s| < 1$. Соответственно величина $1/|\text{th}\,\gamma s|$ превышает

единицу, ее логарифм положителен, и, следовательно, скрещивание, выполненное с таким шагом, приводит к увеличению переходного затухания на ближний конец $a_б$.

При достаточно малой величине модуля аргумента γs (практически при $|\gamma s| < 0{,}2$) численное значение функции $\operatorname{th} \gamma s$ можно определять по приближенной формуле

$$\operatorname{th} \gamma s \approx \gamma s. \qquad (10.33)$$

При этом уменьшение шага скрещивания s, например, в 2 раза приводит к увеличению переходного затухания на величину $20 \lg 2 = 6$ дБ. Уменьшение шага скрещивания в 4 раза приводит к увеличению переходного затухания на величину $20 \lg 4 = 12$ дБ и т. д.

Возникает вопрос: почему скрещивание одной из двух параллельных цепей при достаточно малом шаге увеличивает переходное затухание, а при достаточно большом шаге приводит к его уменьшению?

Для ответа сравним токи влияния, которые поступают в нагрузку с двух элементов dx участка параллельного пробега для случая, когда эти элементы отстоят друг от друга на расстояние, равное шагу скрещивания s (рис. 10.16).

Обозначим символом $d\dot{I}_{x1}$ ток, который переходит с первой цепи на вторую на элементе dx_1, а символом $d\dot{I}_{x2}$ — ток, который переходит с первой цепи на вторую на элементе dx_2 участка параллельного пробега. Оба тока в конечном счете достигают нагрузочного сопротивления и складываются в нагрузке с учетом начальных фаз.

Если обе цепи имеют одинаковую конструкцию ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$), то при любом расстоянии элементов dx_1 и dx_2 от начала участка параллельного пробега ток $d\dot{I}_{x2}$ всегда будет отставать по фазе от тока $d\dot{I}_{x1}$ на угол, равный $2\beta s$ радиан, в чем легко убедиться, рассматривая рис. 10.16. Действительно, изменение фазы влияющего

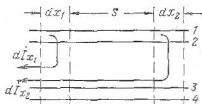


Рис. 10.16. Влияние шага скрещивания на разность начальных фаз переходных токов с двух соседних участков

тока на интервале длины параллельного пробега от dx_1 до dx_2 составляет βs радиан. В свою очередь, на обратном пути от элемента dx_2 до элемента dx_1 фаза тока $d\dot{I}_{x2}$ изменяется еще на βs радиан, что и дает названную выше величину $2\beta s$ радиан.

На рис. 10.17 построены векторные диаграммы токов для трех случаев: когда величина $2\beta s$, выраженная в градусах, составляет всего несколько градусов (*а*); когда эта же величина равна 90° (*б*); когда она составляет 180° (*в*). Если на участке между

элементами dx_1 и dx_2 скрестить вторую цепь 1 раз, то знак тока $d\dot{I}_{x2}$ при сложении этого тока с током $d\dot{I}_{x1}$ изменяется на противоположный. (Если до скрещивания бо́льшая ЭДС наводилась в проводе *3* элемента длины dx_2, то после скрещивания бо́льшая ЭДС будет наводиться в проводе *4*, что равносильно изменению направления или, что то же самое, изменению знака тока $d\dot{I}_{x2}$.)

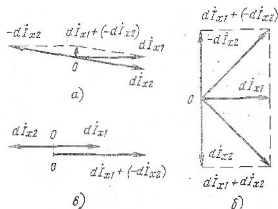


Рис. 10.17. Векторные диаграммы токов с двух соседних участков при различной длине шага скрещивания

Построим на каждой из векторных диаграмм рис. 10.17 вектор тока $(-d\dot{I}_{x2})$ и сравним вектор суммы $d\dot{I}_{x1}+d\dot{I}_{x2}$ с вектором $d\dot{I}_{x1}+(-d\dot{I}_{x2})$. При малой величине разности начальных фаз токов $d\dot{I}_{x1}$ и $d\dot{I}_{x2}$ одно скрещивание, выполненное на интервале между элементами dx_1 и dx_2, приводит к значительному уменьшению суммы токов $d\dot{I}_{x1}$ и $(-d\dot{I}_{x2})$, т. е. к уменьшению влияния (рис. 10.17*а*). Если же разность фаз токов $d\dot{I}_{x1}$ и $d\dot{I}_{x2}$ составляет 90°, то скрещивание не изменяет величины влияния: суммарный ток остается таким же по модулю, каким он был до скрещивания. Изменяется только его фаза. Наконец, при разности фаз токов $d\dot{I}_{x1}$ и $d\dot{I}_{x2}$, равной 180°, эти токи имеют противоположные направления еще при нескрещенных цепях и практически полностью взаимно уничтожаются. Скрещивание одной из цепей меняет знак тока $d\dot{I}_{x2}$ на противоположный, что приводит к резкому увеличению суммы двух токов влияния.

Точно такие же рассуждения можно провести для всех элементов dx длины первого шага скрещивания и для соответствующих элементов длины второго шага, после чего приходим к выводу: *зависимость эффекта скрещивания от длины шага скрещивания s объясняется тем, что токи влияния, которые поступают в нагрузку с каждой пары соседних шагов s участка параллельного пробега двух цепей, отличаются друг от друга по фазе на* 2β*s радиан*.

Условию $2\beta s = \frac{\pi}{2}$ (рис. 10.17б) соответствует длина шага скрещивания $s = s_1 = \pi/4\beta$. Если подставить в эту формулу значение $\beta = 2\pi/\lambda$, то получим $s = s_1 = \frac{\pi}{4}\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{8}$. Следовательно, скрещивание не приносит ни вреда, ни пользы, если оно выполнено с шагом $s = \lambda/8$. Скрещивание приносит наибольший вред, если оно выполнено с шагом $s = \lambda/4$. Наконец, скрещивание с шагом $s < \lambda/8$ уменьшает влияние примерно во столько раз, во сколько шаг скрещивания s меньше, чем $\lambda/8$.

Например, для воздушной двухпроводной цепи из медных проводов диаметром 4 мм при частоте $f = 800$ Гц коэффициент фазы β равен $17{,}6 \cdot 10^{-3}$ рад/км. Длина волны при этой частоте $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi/17{,}6 \cdot 10^{-3} \approx 360$ км и соответственно $\lambda/8 = 45$ км. Чтобы получить прибавку к величине переходного затухания на ближнем конце, равную 20 дБ (т. е. уменьшить ток влияния в 10 раз), необходимо осуществить скрещивание одной из цепей с шагом, примерно в 10 раз меньшим, чем $\lambda/8$, т. е. в данном случае с шагом, равным 4,5 км.

Схемы скрещивания и их условные обозначения. Легко догадаться, что одновременное скрещивание двух цепей, т. е. скрещивание двух цепей на одной и той же опоре, равносильно отсутствию скрещивания между этими цепями. Поэтому при наличии на одной столбовой линии более чем двух цепей их скрещивания должны быть выполнены по разным схемам. Практически приходится скрещивать не только вторую и все последующие цепи, но также и первую цепь для защиты ее от влияния радиостанций и линий электропередачи.

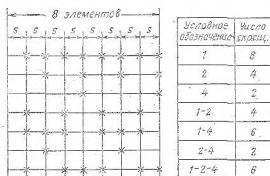
Теория скрещивания цепей ВЛС разработана советским ученым П. К. Акульшиным, который в 1932 г. предложил также методику образования различных схем скрещивания и их условные обозначения. Этот метод принят в эксплуатации существующих ВЛС и сводится к следующему.

Участок параллельного пробега разбивают на так называемые *секции* скрещивания. Каждая секция содержит 2^n отрезков равной длины, называемых *элементами*. Длина одного элемента равна двум пролетам между опорами, т. е. составляет 0,1 км при 20 опорах на 1 км.

При наличии 2^n элементов в одной секции для нее можно составить $(2n-1)$ различных схем скрещивания. В качестве основной секции при проектировании принимают секцию из 128 элементов. Но мы рассмотрим методику составления схем скрещивания на примере секции из восьми элементов.

Первую цепь такой секции можно скрестить равномерно через один элемент, т. е. осуществить скрещивание в конце каждого элемента, как показано крестиками на первой строке рис. 10.18, где длина элемента секции обозначена буквой s. Вторая и третья цепи скрещены соответственно через два и четыре элемента. Числа

1, *2* и *4* служат условными обозначениями соответствующих схем скрещивания и называются *индексами скрещивания*. Схемы с индексами *1*, *2* и *4* для восьмиэлементной секции можно назвать основными. Применяя все возможные сочетания основных схем, можно получить ряд производных схем. Например, можно пред-



Условное обозначение	Число скрещ.
1	8
2	4
4	2
1-2	4
1-4	6
2-4	2
1-2-4	6

Рис. 10.18. Схемы скрещивания и их условные обозначения

положить, что четвертая цепь первоначально была скрещена по индексу *1*, затем скрещена еще раз по индексу *2*. Очевидно, совпадающие друг с другом скрещивания по первому и по второму индексам как бы уничтожают друг друга, и окончательная схема содержит скрещивания только в конце каждого элемента с нечетным порядковым номером.

Аналогично получены все остальные схемы на рис. 10.18. В таблице на этом же рисунке приведены условные обозначения схем по индексам скрещивания, а также указано число скрещиваний на длине одной секции, *что позволяет оценить затрату труда* и расход материалов при сравнении вариантов схем скрещивания.

Индексы взаимной защищенности. Ранее было сказано, что при скрещивании одной из двух параллельных цепей с шагом, равным s, переходное затухание на ближнем конце возрастает на величину $20\lg(1/|\text{th}\,\gamma s|)$. Если в качестве шага выступает длина одного элемента секции скрещивания, которую принято обозначать также буквой s, как это сделано на рис. 10.18, то говорят, что цепь скрещена по индексу *1*.

Предположим, что шаг скрещивания увеличен: сделан равным $s'=ms$, где s — по-прежнему длина одного элемента секции скрещивания. Очевидно, эффект скрещивания с таким шагом характеризуется уже не величиной $\text{th}\,\gamma s$, а величиной $\text{th}\,\gamma s'=\text{th}\,\gamma ms$, и о цепи говорят, что она скрещена по индексу m.

Математический анализ показывает, что *влияние скрещивания по любому индексу на величину переходного затухания не зависит от скрещивания этой же цепи по другим индексам*. Например, если при одной нескрещенной цепи вторая скрещена по индексам m,

q и n, то переходное затухание на ближний конец увеличивается на сумму трех слагаемых:

$$\Delta a_б = 20 \lg \frac{1}{|\operatorname{th} \gamma m s|} + 20 \lg \frac{1}{|\operatorname{th} \gamma q s|} + 20 \lg \frac{1}{|\operatorname{th} \gamma n s|},$$

а сами индексы скрещивания m, q и n характеризуют взаимную защищенность цепей и называются *индексами взаимной защищенности.*

Если скрещиванию подвергнуты обе параллельные цепи, а не одна из них, то в качестве индексов взаимной защищенности выступают все индексы скрещивания обеих цепей, за исключением идентичных (одинаковых для обеих цепей) индексов. Например, при скрещивании первой цепи по индексам *1* и *2*, а второй — по индексам *2* и *4* скрещивание обеих цепей по индексу *2* равносильно отсутствию скрещивания по этому индексу, потому что, поменяв местами сначала оба провода одной цепи, а затем оба провода другой, мы не изменим взаимного положения проводов первой цепи по отношению к проводам второй. Следовательно, взаимная защищенность обеих цепей определяется индексами *1* и *4*, а прибавка к величине переходного затухания на ближнем конце за счет скрещивания составляет

$$\Delta a = 20 \lg \frac{1}{|\operatorname{th} \gamma s|} + 20 \lg \frac{1}{|\operatorname{th} \gamma 4 s|}.$$

Влияние на дальний конец между скрещенными цепями. Ранее мы доказали, что при полном вытеснении тока из внутренних слоев на поверхность провода влияние на дальний конец в случае двух параллельных цепей полностью отсутствует. При достаточно низких частотах влияние на дальний конец имеет место. Оно пропорционально длине участка параллельного пробега и достигает в случае нескрещенных цепей значительной величины.

Как отразится на величине влияния скрещивание одной из цепей? Ответ можно получить, сравнив на рис. 10.19 токи влияния на дальний конец с элементов dx_1 и dx_2 участка параллельного пробега. Здесь ток dI_{x1} меньшую часть пути проходит по влияющей цепи, а бо́льшую — по цепи, подверженной влиянию. Ток dI_{x2}, наоборот, больше половины пути пробегает по влияющей цепи, а остаток — по цепи, подверженной влиянию. Но суммарная длина пути по обеим цепям для первого и второго токов одинакова. За счет одинаковой длины пути оба тока имеют в нагрузочном сопротивлении одинаковую фазу. То же самое относится к токам влияния со всех остальных бесконечно малых элементов длины участка параллельного пробега.

Если теперь вторую цепь скрестить точно в середине участка параллельного пробега, то у половины всех элементарных токов влияния знак изменится на противоположный, а суммарный ток влияния в нагрузочном сопротивлении обратится в нуль. То же самое произойдет и при большем числе скрещиваний.

Влияние между симметричными кабельными цепями. Теория взаимного влияния между двухпроводными цепями в равной степени справедлива как для воздушных, так и для кабельных линий связи. Однако специфические особенности

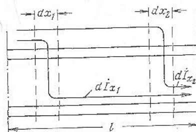


Рис. 10.19. Сложение токов влияния на дальнем конце

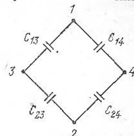


Рис. 10.20. Емкостные связи между проводами одной четверки

конструкции кабельных цепей налагают свой отпечаток на картину явлений и результаты расчета.

1. Взаимное влияние между двумя цепями одной и той же звездной четверки в случае идеальной ее конструкции должно полностью отсутствовать. Это следует из ф-л (10.8) и (10.9) для коэффициентов емкостной и индуктивной связи и легко объясняется физически: взаимные емкости между проводами, принадлежащими первой и второй цепям, образуют сбалансированный мост. То же самое относится к эквивалентной схеме индуктивных связей.

Однако обеспечить идеальную симметрию конструкции в процессе производства кабеля не удается: диаметр проводов, толщина изоляции и расстояние между проводами четверки изменяются в определенных пределах по длине цепи. В результате баланс емкостного и индуктивного мостов четверки на отдельных элементах строительной длины кабеля нарушается, что приводит к переходу тока из одной двухпроводной цепи в другую.

Рассчитать величину переходного тока практически невозможно, потому что она зависит от многих факторов (параметры сырья и полуфабрикатов, настройка и техническое состояние машин), которые нельзя совершенно точно определить («предсказать») заранее и которые, с математической точки зрения, являются случайными величинами. Практически для оценки величины взаимного влияния между парами четверки необходимо измерить емкость связи $C_{св}$ и переходное затухание между парами каждой четверки строительной длины кабеля.

2. Упоминалось, что жилы каждой элементарной группы (пары или четверки) скручиваются с определенным шагом. Шаг скрутки элементарных групп не превышает 10 см и у соседних групп сердечника различен, а сами группы свиваются в сердечник с шагом от 15 до 150 см.

При анализе взаимного влияния между цепями, принадлежащими различным группам, скрутку жил внутри группы допустимо рассматривать как скрещивание, выполненное с шагом, равным половине шага скрутки. Казалось бы, малая величина шага скрещивания должна обеспечить большое переходное затухание между *парами различных четверок. Но здесь вновь обнаруживается влияние* неоднородностей конструкции кабеля, которое выражается в том, что величина переходного затухания на ближнем конце оказывается конечной и не очень большой величиной.

3. По действующим техническим условиям (ТУ) на высокочастотные кабели типа МКС переходное затухание на ближнем конце как между цепями внутри четверки, так и между цепями различных четверок должно быть не менее 58,2 дБ (6,7 Нп) для строительной длины, равной 825 м при частоте 252 кГц. Из ф-лы (10.26) можно найти, что такой величине затухания соответствует емкость связи $C_{св}=40$ пФ.

Понятие о симметрировании кабелей связи. *Симметрированием кабелей связи называется комплекс мероприятий, проводимых в процессе монтажа симметричных кабелей связи с целью уменьшения взаимных влияний в кабеле.*

В случае низкочастотных кабелей симметрирование сводится к улучшению баланса мостовой схемы, в качестве плеч которой выступают емкости между проводами двух пар одной четверки (рис. 10.20). Для этого с помощью специального прибора измеряют три параметра, которые характеризуют емкостные связи в четверке (так называемые «связи» k_1, k_2 и k_3) и три параметра, характеризующие асимметрию цепей, образуемых из проводов четверки (так называемые «асимметрии» e_1, e_2 и e_3).

Например, связь k_1 определяется формулой

$$k_1 = (C_{13} + C_{24}) - (C_{14} + C_{23})$$

и характеризует разбаланс моста, диагоналями которого служат обе основные цепи четверки.

Предположим, что у строительной длины A (рис. 10.21) эта связь имеет величину $k_{1A}=500$ пФ, а у соединяемой с ней строи-

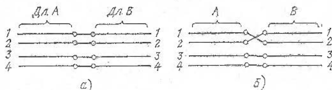


Рис. 10.21. Соединение жил 1 и 2 на стыке двух длин напрямое и со скрещиванием

тельной длины B эта связь равна $k_{1B}= -400$ пФ. Величины свидетельствуют, что у длины A первая сумма, т. е. $(C_{13}+C_{24})$, больше второй, т. е. $(C_{14}+C_{23})$, на 500 пФ, а у длины B первая сумма меньше второй на 400 пФ.

Если соединить теперь одноименные жилы обеих длин «напрямое» (рис. 10.21*а*), то одноименные емкости обеих длин сложатся, что приведет к сложению связей k_{1A} и k_{1B}. Связь k_1 для участка цепи из двух строительных длин станет равной $k_{1A}+k_{1B}=500+(-400)=100$ пФ, т. е. в несколько раз меньше, чем у каждой длины в отдельности.

Если связи k_{1A} и k_{1B} имеют одинаковые знаки, например, $k_{1A}=400$ пФ; $k_{1B}=350$ пФ, то в месте соединения обеих длин необходимо скрестить жилы одной из цепей, как показано на рис. 10.21*б*: жилу 1_A соединить с 2_B, а 2_A — с 1_B. При таком соединении связь k_1 для участка из двух строительных длин будет равна разности связей k_{1A} и k_{1B}.

Дальнейшее уменьшение *емкостных связей и асимметрии* достигается за счет включения между жилами специальных *симметрирующих конденсаторов*, размещаемых в соединительных муфтах.

В случае высокочастотных кабелей включение конденсаторов может уменьшить величину переходного затухания в области высоких частот. Поэтому симметрирование ВЧ кабелей осуществляют путем *скрещивания цепей в одной — трех точках усилительного* участка (длина которого равна около 20 км) и *включения контуров противосвязи*, которые представляют собой последовательное соединение резистора и конденсатора.

10.5. Четырехпроводная система связи

Невозможность применения *двухпроводной* системы связи при высоких частотах. В предыдущем параграфе *установлено, что неоднородности* конструкции симметричного кабеля приводят при высоких частотах к уменьшению переходного затухания на ближнем конце $a_б$ между цепями одного и того же кабеля до величины 60—65 дБ.

Известно также, что защищенность канала от мешающих переходов по закону ближнего конца определяется *ф-лой* (10.29): $a_{з.б}=a_б-a_{уч}$ и должна быть не менее 58,2 дБ. Очевидно, при $a_б=60\div65$ дБ *норму защищенности* удается выполнить только при достаточно малом затухании усилительного участка. Например, при $a_б=65$ дБ затухание участка не может превышать величины

$$a_{уч}=a_б-a_{з.б}=65-58,2=6,8\ \text{дБ}.$$

Поскольку коэффициент *затухания кабельной цепи* с диаметром жил 1,2 мм и кордельно-полистирольной изоляцией при частоте 250 кГц равен $\alpha=2,48$ дБ/км, то затуханию в 6,8 дБ соответствует длина участка, равная 2,7 км. Разбивать магистраль на такие короткие участки (и устанавливать в конце каждого участка усилитель) экономически нецелесообразно.

В случае воздушных цепей возникает аналогичное затруднение, причина которого заключается в *недостаточной* эффективности скрещивания цепей: по мере увеличения частоты длина волны λ

уменьшается, а минимальная величина шага скрещивания ограничена значением $s=0{,}1$ км. В результате не удается выполнить соотношение $s \ll \lambda/8$. Например, при частоте $f=150$ кГц длина волны составляет около 2 км, восьмая часть длины волны — 250 м, что всего в 2,5 раза превышает длину шага скрещивания. Прибавка затухания за счет скрещивания равна 10,4 дБ (1,2 Нп).

Таким образом, *как в случае симметричных кабельных, так и в случае симметричных воздушных цепей при высоких частотах не удается обеспечить норму защищенности от переходных токов на ближнем конце участка параллельного пробега при организации связи по двухпроводной системе.*

Техническим решением задачи явился переход к четырехпроводной системе связи.

Четырехпроводная система связи. *Четырехпроводной системой связи называется такая система, в которой передача сигнала в одном направлении осуществляется по одной паре проводов, а в другом (обратном) направлении — по другой паре,* как показано на рис. 10.22*а*. Иными словами, в случае четырехпроводной системы каждую пару телефонных аппаратов соединяют друг с другом не двумя, а четырьмя проводами.

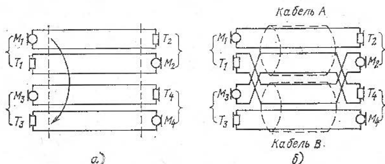


Рис. 10.22. Четырехпроводная система связи и ее реализация по двухкабельной схеме

Рассматривая рис. 10.22*а*, можно заметить, что замена двух проводов четырьмя, вообще говоря, не устраняет влияния на ближний конец параллельной цепи. В самом деле, при работе микрофона M_1 первой системы имеет место переход на нижнюю (на рисунке) цепь второй системы и сигнал прослушивается в телефоне T_3, причем величина защищенности на ближнем конце получается точно такой же, как и в случае связи по двухпроводной системе.

Тем не менее переход к четырехпроводной системе позволяет решить проблему защищенности каналов связи от переходного разговора на ближнем конце чисто конструктивным путем: *влияющую и подверженную влиянию цепи просто-напросто разносят (удаляют друг от друга), на достаточно большое расстояние.*

С этой целью в случае кабельных линий связи все цепи, по которым осуществляется передача сигналов в «прямом» направлении, т. е. от пункта A к пункту B, объединяют в одном кабеле, а все цепи, по которым передача осуществляется в «обратном» направлении, т. е. от пункта B к пункту A, объединяют в другом кабеле, *как показано схематически на рис. 10.22б.*

Рассмотрим кабель A на этом рисунке. При работе микрофона M_1 влияние на ближний конец параллельной цепи этого же кабеля не играет существенной роли, потому что на этом конце находится не приемник параллельной цепи, а ее передатчик. *Приемник параллельной цепи* T_4 находится на дальнем конце верхнего кабеля и подвержен влиянию от M_1 по закону дальнего конца. Однако мы знаем, что при наличии только двух параллельных цепей влияние на дальний конец при высокой частоте вообще отсутствует, а при низкой частоте полностью устраняется за счет скрещивания. *В случае четырехпроводной системы связи влияние между цепями с одинаковым направлением передачи осуществляется по закону перехода на дальний конец и может быть уменьшено до требуемой нормы путем скрутки или скрещивания цепей.*

Влияние между цепями со *встречным* направлением передачи, например влияние микрофона M_1 на телефон T_3, осуществляется по закону влияния на ближнем конце. Но здесь влияющая и подверженная влиянию цепи принадлежат двум различным кабелям и высокая величина переходного затухания обеспечивается за счет наличия электромагнитного экрана в конструкции кабеля, а также за счет экранирующего действия металлической оболочки и брони кабеля. Эффект экранирования настолько значителен, что кабели обоих направлений передачи *укладывают в общей траншее. Такая* система связи имеет название *четырехпроводная двухкабельная.*

Цепи воздушных линий связи не имеют экранов, и для уменьшения влияния между цепями встречных направлений передачи при четырехпроводной системе связи потребовалось бы строить две линии связи: одну для прямого, а другую — для обратного направлений передачи. Сооружение двух параллельных линий экономически нецелесообразно, и поэтому в реальных конструкциях аппаратуры предпочитают разносить каналы встречных направлений передачи не в пространстве, а по частоте: для каналов прямого направления передачи выделяют одну полосу частот, а для каналов встречного направления — другую. *Такая система связи* по величине защищенности каналов от взаимных влияний эквивалентна четырехпроводной и называется *физически двух- и электрически четырехпроводной.*

Влияние на дальний конец через третьи цепи. Может сложиться впечатление, что в случае четырехпроводной системы связи величина переходного затухания на ближний конец не оказывает никакого влияния на защищенность канала от переходных токов, поскольку влияние между цепями одного и того же направления передачи осуществляется по закону влияния на дальний конец и практически отсутствует.

Однако такой вывод был получен при анализе системы из двух параллельных двухпроводных цепей. Наличие дополнительных или, как их называют, «третьих» цепей (кроме влияющей и подверженной влиянию) существенно меняет картину. Анализ показывает, что в таком случае наряду с прямым переходом тока из первой цепи во вторую по закону дальнего конца существуют «дополнительные» пути: переход из первой цепи в каждую третью по закону ближнего конца, как показано на рис. 10.23 для одного элемента длины dx_1, и переход из третьей цепи во вторую также по закону ближнего конца, как показано на том же рисунке для другого элемента длины dx_2. Просуммировав элементарные переходные токи со всех элементов обеих пар цепей (цепи *1—3* и *3—2*), найдем результирующий переходный ток. В случае нескольких третьих цепей такой расчет следует выполнить для каждой из третьих цепей.

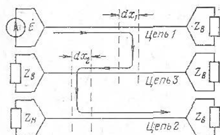


Рис. 10.23. Схема влияния на дальний конец через третью цепь

Легко заметить, что влияние на дальний конец будет тем больше, чем меньше величина переходного затухания на ближний конец. Это обстоятельство заставляет нормировать величину защищенности каналов параллельных цепей как на дальнем, так и на ближнем концах не только в случае двухпроводных, но и в случае четырехпроводных систем связи. Норма защищенности на ближнем конце каналов одного направления передачи четырехпроводной системы остается такой же, как и в случае двухпроводной. Но в случае четырехпроводной системы эта норма сравнительно легко выполняется, потому что сигналы во влияющем и подверженном влиянию каналах имеют одинаковый уровень (на ближнем конце в обоих каналах расположены передатчики, а на дальнем — приемники).

11

Глава

КОРРЕКТИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КАНАЛОВ СВЯЗИ

11.1. Условия неискаженной передачи сигнала

Два вида частотных искажений. Сигнал связи можно рассматривать как множество гармонических колебаний, занимающих полосу частот от некоторой нижней круговой частоты $\omega_н$ до верхней круговой частоты $\omega_в$.

Предположим, что такой «многочастотный» сигнал [напряжение $u_1(t)$] поступает на вход канала связи. В процессе передачи по каналу связи частота каждой гармонической составляющей сигнала остается неизменной. Зато изменяются амплитуда и начальная фаза каждой гармонической составляющей в соответствии с ф-лой (2.46):

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{E}}{2} e^{-g_p} = \frac{\dot{E}}{2} e^{-a_p} e^{-ib_p},$$

где $g_p = a_p + i\, b_p$ — рабочая постоянная передачи канала.

Как отразится это изменение амплитуд и начальных фаз гармонических составляющих на форме выходного сигнала $u_2(t)$?

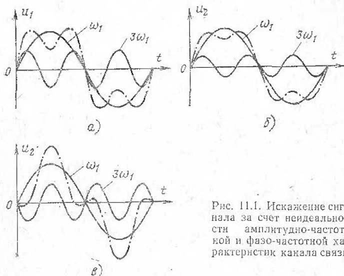


Рис. 11.1. Искажение сигнала за счет неидеальности амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик канала связи

Для ответа обратимся к рис. 11.1*а*, на котором показан сигнал $u_1(t)$ в виде суммы двух гармонических составляющих:

$$u_1(t) = U_{1m} \sin \omega_1 t + U_{2m} \sin 3\,\omega_1 t.$$

Предположим, что в результате прохождения по каналу связи амплитуда синусоиды с частотой ω_1 не изменилась, а амплитуда с частотой $3\omega_1$ уменьшилась, например, в 2 раза, как показано на рис. 11.1*б*, и что начальные фазы обеих синусоид остались неизменными. Просуммировав ординаты обеих синусоид, получим кривую $u_2(t)$ выходного сигнала, которая, как легко заметить из сравнения рисунков *а* и *б*, отличается по форме от входного сигнала $u_1(t)$.

Предположим теперь, что амплитуды обеих составляющих сигнала $u_1(t)$ в процессе передачи остались неизменными, а начальная фаза второй синусоиды стала отличаться от начальной фазы первой на 180°. Построив графики обеих синусоид и просуммиро-

вав их ординаты (рис. 11.1*в*), можно убедиться, что и в этом случае выходной сигнал $u_2(t)$ отличается по форме от входного.

Изменения амплитуд и начальных фаз гармонических составляющих спектра сигнала, обусловленные прохождением по каналу связи, в общем случае приводят к тому, что форма сигнала на выходе канала связи будет отличаться от формы сигнала на его входе и сообщение, воспроизведенное приемником, будет отличаться от сообщения, поступившего на вход передатчика.

Искажение принятого сообщения по сравнению с переданным, особенно в век больших скоростей и автоматизации, может повлечь за собой непоправимые катастрофические последствия. Поэтому при разработке и конструировании аппаратуры связи особое внимание уделяют вопросам неискаженной передачи сигналов.

Всегда ли изменение амплитуд спектральных составляющих сигнала $u_1(t)$ приводит к изменению (искажению) формы сигнала? Для ответа предположим, что амплитуды всех без исключения гармонических составляющих спектра уменьшены в одно и то же число раз k без изменения начальных фаз. Можно доказать, что в таком случае выходной сигнал $u_2(t)$ будет связан с $u_1(t)$ зависимостью $u_2(t)=ku_1(t)$, т. е. для любого момента времени t выходной сигнал оказывается в k раз больше входного, как показано на рис. 11.2. Такое изменение сигнала уже нельзя на-

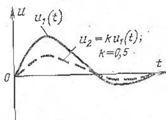


Рис. 11.2. Умножение функции на постоянный множитель

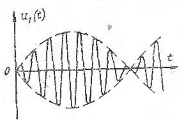


Рис. 11.3. Испытательный сигнал в виде биений

звать искажением, потому что характер функции $u_1(t)$ после ее передачи по каналу полностью сохраняется.

Выбор того или иного численного значения k приводит, например, в случае телефонной передачи к изменению громкости звука в телефоне, что никак не отражается на «форме» передаваемого сигнала. Таким образом, *одновременное изменение (увеличение или уменьшение) амплитуды всех спектральных составляющих сигнала в одинаковое число раз не приводит к искажению формы сигнала.*

Рассмотрим, как влияют на форму сигнала изменения начальных фаз его гармонических составляющих. Предположим, что линия связи представляет собой цепь с распределенными параметрами. Распространение гармонического электромагнитного колебания по такой цепи происходит с конечной, так называемой фазовой (см. § 8.2), скоростью $v_{ф1}=\omega_1/\beta_1$. Зафиксируем на входе

цепи длиной l некоторую фазу гармонического колебания с частотой ω_1 и проследим за ее перемещением вдоль цепи. Эта фаза достигнет выходных зажимов через интервал времени

$$\Delta t = \frac{l}{v_{\Phi 1}} = \frac{l}{(\omega_1/\beta_1)} = \frac{\beta_1 l}{\omega_1} = \tau,$$

где τ — время распространения гармонической составляющей сигнала по заданной цепи.

Будем считать, что амплитуды всех гармонических составляющих сигнала в процессе распространения по цепи не изменяются (или изменяются в одинаковое число раз). Тогда форма сигнала на выходе цепи совпадает с формой сигнала, поступившего на ее вход, в том и только в том случае, *если для распространения каждой из гармонических составляющих требуется одно и то же время:*

$$\beta_1 l/\omega_1 = \beta_2 l/\omega_2 = \ldots = \beta_k l/\omega_k = \ldots = \beta_n l/\omega_n = \tau.$$

Последняя формула свидетельствует о том, что в системе координат (βl; ω) график частотной зависимости волновой фазовой постоянной $\beta l = f(\omega)$ имеет вид прямой линии с угловым коэффициентом τ : $\beta l = \tau\omega$.

Тангенс угла наклона графика численно (с учетом масштаба) равен времени распространения τ : $d(\beta l)/d\omega = \tau$.

Для реальных воздушных и кабельных цепей связи график зависимости $\beta l = f(\omega)$ имеет вид прямой линии только в области достаточно высоких частот, а при низких частотах заметно отличается от прямой. Но производная $d(\beta l)/d\omega$ сохраняет отчетливый физический смысл, который заключается в следующем. Предположим, что ко входным зажимам цепи подведена сумма гармонических колебаний двух бесконечно близких частот: $u_1(t) = U_m \sin \omega_1 t + U_m \sin(\omega_1 + \Delta\omega) t$, где $\Delta\omega$ — бесконечно малое приращение частоты ω.

Сложение напряжений двух бесконечно близких частот приводит к появлению *биений*: амплитуда суммарного напряжения периодически увеличивается от нулевого значения до некоторого максимума и снова убывает до нуля, как показано на рис. 11.3.

Зафиксируем момент прохождения амплитуды входного напряжения $u_1(t)$ через максимум и проследим за распространением максимума напряжения вдоль цепи. Анализ и эксперимент свидетельствуют, что производная $d(\beta l)/d\omega$ численно равна времени распространения максимума напряжения «группы» из двух гармонических сигналов с бесконечно близкими друг к другу частотами. Соответственно эту величину называют *групповым временем распространения* $\tau_{\text{гр}}$:

$$\tau_{\text{гр}} = d(\beta l)/d\omega. \quad (11.1)$$

У четырехполюсников с сосредоточенными параметрами из элементов R, L и C выходные и входные зажимы расположены, как правило, в непосредственной близости друг от друга. При анализе передачи сигналов здесь необходимо учитывать, в первую очередь,

не скорость распространения электромагнитной волны, а характер переходного процесса. Изменение начальных фаз гармонических составляющих сигнала характеризуется величиной рабочей фазовой постоянной четырехполюсника, которая в общем случае является функцией частоты $b_р(\omega)=f_1(\omega)$.

В случае четырехполюсника с сосредоточенными параметрами величина $db_р(\omega)/d\omega=\tau_{гр}$ называется *групповым временем задержки* сигнала и численно равна времени, которое необходимо, чтобы максимум огибающей группового сигнала, появившийся на входе четырехполюсника, достиг его выходных зажимов.

Условия неискаженной передачи. Будем считать, что искажение сигнала при передаче отсутствует, если форма выходного сигнала $u_2(t)$ подобна форме входного и если выходной

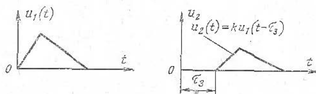


Рис. 11.4. Умножение мгновенных значений сигнала на постоянный множитель, дополненное задержкой сигнала во времени

сигнал повторяет значения входного с запаздыванием на временной интервал $\Delta t=\tau_{гр}$, как показано на рис. 11.4:

$$u_2(t)=k\,u_1(t-\tau_{гр}).$$

Первое условие ($u_2=ku_1$) требует, чтобы затухание всех гармонических составляющих сигнала $u_1(t)$ было одинаковым, т. е. чтобы во всей полосе частот, занимаемой спектром сигнала, рабочее затухание четырехполюсника оставалось постоянной величиной:

$$a_р(\omega)=\text{const}. \qquad (11.2)$$

Второе условие $[u_2(t)=u_1(t-\tau_{гр})]$ требует, чтобы групповое время задержки четырехполюсника во всей полосе частот, занимаемой спектром сигнала, было постоянной величиной:

$$\frac{d\,b_р(\omega)}{d\omega}=\tau_{гр}=\text{const}. \qquad (11.3)$$

Условия (11.2) и (11.3) неискаженной передачи сигнала, имеющего спектр частот от $\omega_н$ до $\omega_в$, изображены графически на рис. 11.5.

Искажения сигнала, которые появляются за счет неодинаковой величины рабочего затухания канала связи в передаваемой полосе частот, называются амплитудно-частотными искажениями.

Искажения сигнала, которые появляются за счет отклонения частотной зависимости рабочей фазовой постоянной от линейной

(в полосе частот сигнала), называются фазо-частотными искажениями.

Влияние искажений при различных видах связи. Орган слуха человека (ухо) устроен так, что позволяет различать высоту тона (частоту звукового колебания) и его гром-

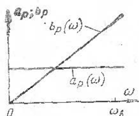


Рис. 11.5. Частотная зависимость рабочих параметров канала, в котором отсутствуют искажения сигнала

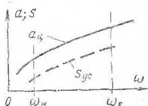


Рис. 11.6. Принцип корректирования амплитудно-частотной характеристики канала с помощью частотно-зависимого усиления

кость. В то же время ухо не различает разницы в начальных фазах отдельных гармонических составляющих сигнала. Например, сигналы на рис. 11.1*а* и *в* имеют одинаковый спектр амплитуд и при воздействии на телефон будут восприняты на слух как одинаковые, хотя начальные фазы составляющих с частотой $3\omega_1$ у них различны. Но эти же два сигнала, будучи поданными на приемник фототелеграфного или телевизионного аппарата, будут воспроизведены в виде двух различных «сообщений», поскольку имеют неодинаковую форму.

При телефонной связи фазо-частотная характеристика канала не влияет на качество связи, а при фототелеграфной связи, телевидении и высокоскоростной передаче данных на качество приема сигнала в равной степени влияют как амплитудно-частотная $a_p(\omega)$, так и фазо-частотная $b_p(\omega)$ характеристики канала.

Понятие о корректировании характеристик канала. Графики частотной зависимости рабочего затухания канала $a_p(\omega)$ и рабочей фазовой постоянной канала $b_p(\omega)$, показанные на рис. 11.5, соответствуют случаю идеального канала связи, т. е. канала, в котором искажения сигнала отсутствуют полностью. Характеристики реального канала, как правило, отличаются от характеристик идеального. Но пока отклонения не превышают некоторой нормы, качество связи остается достаточно высоким. Например, по существующим нормам рабочее (остаточное) затухание канала ТЧ при средних частотах может отклоняться от номинального значения, равного 7 дБ (0,8 Нп) на ±1,75 дБ (±0,2 Нп).

В существующих нормах и требованиях к характеристикам каналов различных видов связи всегда предусматривается и указывается допустимая величина неравномерности амплитудно-частот-

ной $a_р(\omega)$, а также фазо-частотной $b_р(\omega)$ либо $\tau_{гр}(\omega)$ характеристик канала.

Если величина неравномерности той или иной характеристики канала выходит за пределы допустимой нормы, то осуществляют «исправление» (улучшение) или, как принято говорить, *корректирование* этой характеристики.

11.2. Корректирование характеристик затухания

Два способа корректирования. График частотной зависимости рабочего затухания цепи с распределенными параметрами показан сплошной линией на рис. 11.6. При передаче по этой цепи сигнала со спектром от $\omega_н$ до $\omega_в$ неизбежно возникнут амплитудно-частотные искажения сигнала, потому что рабочее затухание цепи в рабочей полосе частот не остается постоянным, а монотонно увеличивается за счет увеличения коэффициента затухания α.

Уменьшить и довести до нормы неравномерность частотной характеристики рабочего затухания можно двумя способами. Первый заключается в том, что каскадно с цепью, между ее выходными зажимами и нагрузочным сопротивлением, включают усилитель электрических сигналов, как показано на рис. 11.7*а*. Усилитель

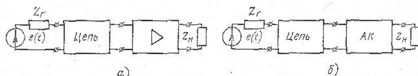


Рис. 11.7. Схемы включения корректирующего усилителя и корректирующего пассивного четырехполюсника («амплитудного контура»)

рассчитывают таким образом, чтобы частотная зависимость его усиления соответствовала штриховой линии на рис. 11.6: по мере увеличения частоты (и рабочего затухания цепи) увеличивается усиление усилителя, а разность между затуханием цепи и усилением усилителя остается постоянной величиной. В результате прохождения через цепь и такой усилитель спектральные составляющие различных частот затухают в равной степени и амплитудно-частотные искажения сигнала отсутствуют.

Второй способ корректирования показан на рис. 11.7*б*. Здесь каскадно с цепью между ее выходными зажимами и нагрузочным сопротивлением включен пассивный четырехполюсник *АК* для уменьшения амплитудно-частотных искажений или, иначе, для корректирования амплитудно-частотной характеристики цепи. Такой четырехполюсник называют *амплитудно-корректирующим контуром*.

Принцип корректирования поясняется графиками на рис. 11.8, где кривая $a_ц$ — график затухания цепи, а кривая $a_к$ — график за-

тухания корректирующего контура. Графики свидетельствуют, что по мере увеличения частоты затухание цепи растет, затухание контура уменьшается, а их сумма остается постоянной величиной:

$$a_ц(\omega) + a_к(\omega) = \text{const},$$

что соответствует условию отсутствия амплитудно-частотных искажений. Именно в получении требуемой зависимости $a_к(\omega)$ заключается задача расчета амплитудного контура.

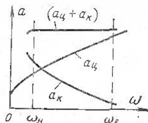


Рис. 11.8. Принцип корректирования амплитудно-частотной характеристики канала с помощью «амплитудного контура»

Нетрудно догадаться, какой ценой достигается уменьшение искажений: на тех частотах, при которых цепь имеет малое затухание, оно дополнительно увеличивается за счет контура, в результате чего суммарное затухание цепи и контура во всей рабочей полосе имеет бо́льшую величину, чем максимальное затухание цепи в этой же полосе частот.

Такое одинаковое для всех частот рабочей полосы («плоское») затухание можно сравнительно легко скомпенсировать, включив в цепь передачи сигнала усилитель, имеющий плоскую характеристику усиления.

Ч е т ы р е х п о л ю с н и к п е р е к р ы т о й м о с т о в о й с х е м ы. Контуры для корректирования частотной характеристики затухания канала обычно выполняют в виде симметричных четырехполюсников перекрытой мостовой схемы (рис. 11.9*а*). Схема на-

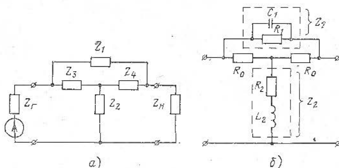


Рис. 11.9. Перекрытая мостовая схема и ее применение в качестве амплитудного контура

зывается мостовой потому, что сопротивления Z_3, Z_4, а также сопротивления генератора $Z_г$ и нагрузки $Z_н$ образуют в ней плечи моста, диагоналями которого служат сопротивления Z_1 и Z_2. Схема называется перекрытой мостовой (в отличие от скрещенной мостовой) по той причине, что ветвь с сопротивлением Z_1 в гра-

фическом изображении схемы внешне напоминает «крышу» над остальными тремя элементами.

Если сопротивления Z_3 и Z_4 являются чисто активными: $Z_3=$ $=Z_4=R_0$, а два других сопротивления удовлетворяют условию $Z_1Z_2=R^2_0$, т. е. являются взаимно обратными двухполюсниками относительно параметра R^2_0, то характеристическое сопротивление четырехполюсника будет чисто активным, не зависящим от частоты и равным $R_0: Z_{c1}=Z_{c2}=Z_c=R_0$, а характеристическая постоянная передачи будет определяться формулой $g = \ln(1+Z_1/R_0)$, откуда характеристическое затухание четырехполюсника

$$a = \ln\left|1+\frac{Z_1}{R_0}\right|. \qquad (11.4)$$

П р и н ц и п р а с ч е т а а м п л и т у д н о г о к о н т у р а. При расчете амплитудного контура задаются величиной характеристического затухания контура $a=a_к$ при нескольких частотах в пределах рабочей полосы и из ф-лы (11.4) определяют для этих частот численное значение функции $|1+Z_1/R_0|$, где $Z_1=Z_1(i\omega)$.

Зная зависимость $|1+Z_1/R_0|=f_1(\omega)$, можно синтезировать схему двухполюсника Z_1, а затем найти схему двухполюсника Z_2 как обратного двухполюснику Z_1 относительно параметра R^2_0.

К а ч е с т в е н н ы й а н а л и з з а в и с и м о с т и з а т у х а н и я. Во многих случаях удается представить себе характер частотной зависимости затухания амплитудного контура, не прибегая к вычислениям — по одному только внешнему виду схемы двухполюсника Z_1.

Например, двухполюсник Z_1 в схеме амплитудного контура на рис. 11.9б представляет собой параллельное соединение элементов R_1 и C_1. При увеличении частоты модуль величины Z_1 монотонно убывает от значения R_1 до нуля, а характеристическое затухание контура также убывает, что следует из ф-лы (11.4). Но об уменьшении затухания с ростом частоты можно догадаться и без формулы: при увеличении частоты уменьшается модуль сопротивления Z_1, включенного непосредственно между входным и выходным зажимами четырехполюсника. Одновременно увеличивается модуль сопротивления Z_2, которое как бы закорачивает тракт передачи сигнала на участке между сопротивлениями R_0.

Двухполюсник Z_2, будучи обратным двухполюснику Z_1, представляет собой последовательное соединение элементов активного сопротивления R_2 и индуктивности L_2.

11.3. Корректирование фазо-частотных характеристик

П р и н ц и п к о р р е к т и р о в а н и я. Принцип корректирования фазо-частотной характеристики поясняется рис. 11.10а. Активный или пассивный корректирующий четырехполюсник *ФК* («фазовый контур») включают каскадно с корректируемой цепью

Ц (между ее выходными зажимами и нагрузочным сопротивлением). Предполагается, что величина затухания фазового контура в полосе корректирования остается постоянной, не зависящей от частоты величиной. Сумма фазовой характеристики контура и фазовой характеристики корректируемой цепи должна удовлетворять условию отсутствия фазо-частотных искажений (11.3):

$$b_ц(\omega) + b_к(\omega) = \omega\tau,$$

т. е. на интервале корректирования должна изменяться прямо пропорционально частоте, как показано на рис. 11.10*б*.

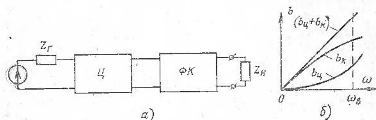


Рис. 11.10. Принцип корректирования фазо-частотных характеристик

Схема пассивного контура. В качестве пассивного фазового контура применяют четырехполюсник скрещенной мостовой схемы из реактивных элементов. Формулы для определения характеристических параметров такого четырехполюсника были получены в § 5.5:

$$Z_c = \sqrt{Z_1 Z_2}; \quad \text{th}\,\frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}.$$

Если сопротивления Z_1 и Z_2, будучи чисто мнимыми, вместе с тем удовлетворяют условию $Z_1 Z_2 = K^2$ (т. е. двухполюсники Z_1 и Z_2 являются взаимно обратными относительно параметра K^2), то характеристическое сопротивление четырехполюсника представляет собой вещественную и не зависящую от частоты величину: $Z_c = \sqrt{Z_1 Z_2} = \sqrt{K^2} = K$, что облегчает получение режима согласованной нагрузки. Формула для определения функции th $(g/2)$ после подстановки в нее значения $Z_2 = K^2/Z_1$ приобретает вид

$$\text{th}\,\frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{(K^2/Z_1)}} = \frac{Z_1}{K} = \text{i}\,\frac{x_1}{K} = \text{i}\,\text{tg}\,\frac{b}{2}.$$

Чисто мнимая величина функции th$(g/2)$ свидетельствует о том, что характеристическое затухание такого четырехполюсника равно нулю, а характеристическая фазовая постоянная определяется формулой

$$\text{tg}\,\frac{b}{2} = \frac{x_1}{K}. \quad (11.5)$$

Таким образом, *реактивный четырехполюсник скрещенной мостовой схемы, сопротивления плеч* Z_1 *и* Z_2 *которого взаимно обрат-*

ны относительно параметра K^2, имеет в полосе частот от нуля до бесконечности характеристическое затухание, равное нулю, и может выступать в качестве фазового контура.

При расчете фазового контура от величины характеристической фазовой постоянной контура $b_к$ с помощью ф-лы (11.5) переходят к аналитическому выражению $x_1(\omega)$ и синтезируют двухполюсник Z_1, после чего находят схему двухполюсника Z_2 как обратную схеме Z_1 относительно параметра K^2.

При изменении частоты от 0 до ∞ характеристическая фазовая постоянная контура монотонно увеличивается от 0 до $n\pi$ радиан, где n — число реактивных элементов в схеме двухполюсника Z_1. Отсюда следует, что, например, один контур (четырехполюсник) с двухполюсником Z_1 из пяти элементов можно заменить каскадным соединением трех контуров, два из которых имеют по два элемента в схеме двухполюсников Z_1, а третий — только один элемент. Фазовый контур с двухполюсником Z_1 из одного элемента называют *фазовым звеном первого порядка*, а из двух элементов — *фазовым звеном второго порядка*.

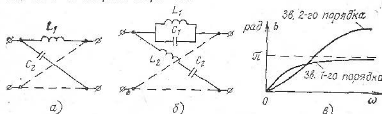


Рис. 11.11. Схемы и частотные характеристики фазовых звеньев первого и второго порядков

Схемы фазовых звеньев первого и второго порядков приведены на рис. 11.11*а* и *б*, а эскизы частотных зависимостей их характеристической фазовой постоянной — на рис. 11.11*в*.

Список литературы

1. **Акульшин П. К., Евланов С. Н.** Основы теории электрической связи. М., Связьиздат, 1960. 222 с.
2. **Альбац М. Е.** Справочник по расчету фильтров и линий задержки. М., Госэнергоиздат, 1963. 200 с.
3. **Белецкий А. Ф.** Основы теории линейных электрических цепей. М., «Связь», 1967. 608 с.
4. **Гроднев И. И., Курбатов Н. Д.** Линейные сооружения связи. М., «Связь», 1974. 544 с.
5. **Дальняя** связь. Под ред. А. М. Зингеренко. М., «Связь», 1970. 408 с.
6. **Ефимов И. Е.** Радиочастотные линии передачи. М., «Советское радио», 1964. 600 с.
7. **Кощеев И. А.** Теория связи по проводам. М., Связьиздат, 1953. 383 с.
8. **Теоретические** основы электротехники. Ч. III. Купалян С. Д. Электромагнитное поле. Изд. 3-е, доп. М., «Энергия», 1970. 248 с.
9. **Полехин С. И.** Теория связи по проводам. М., «Связь», 1969. 376 с.
10. **Попов П. А.** Расчет частотных электрических фильтров. М., «Энергия», 1966. 216 с.
11. **Попов П. А.** О третьем методе синтеза *LC* фильтров.— «Радиотехника» 1973 г., № 9, стр. 23—27.

Оглавление

4
Глава
РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ ПО РАБОЧИМ ПАРАМЕТРАМ

5
Глава
РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ ПО ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

6
Глава
ТРАНСФОРМАТОР И АВТОТРАНСФОРМАТОР ДЛЯ СОГЛАСОВАНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

7
Глава
КОНСТРУКЦИЯ И ПЕРВИЧНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОЗДУШНЫХ И КАБЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

8
Глава
ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

9

Глава

КОАКСИАЛЬНЫЕ ЦЕПИ

10

Глава

ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ МЕЖДУ ЦЕПЯМИ СВЯЗИ И МЕТОДЫ ЕГО УМЕНЬШЕНИЯ

11

Глава

КОРРЕКТИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КАНАЛОВ СВЯЗИ

ИБ № 405

Петр Александрович Попов

ТЕОРИЯ СВЯЗИ ПО ПРОВОДАМ

Редактор В. К. Старикова
Художник В. И. Воробьев
Художественный редактор А. И. Моисеев
Технический редактор Е. Р. Черепова
Корректор М. Х. Этина

Сдано в набор 13/VII 1977 г.
Подп. в печ. 30/XI 1977 г.
Т-19949 Формат 60×90/16 Бумага тип. № 2
Гарнитура литер., печать высокая
17,0 усл.-печ. л. 17,67 уч.-изд. л.
Тираж 37 500 экз. Изд. № 16839 Зак. № 184
Цена 85 коп.
Издательство «Связь». Москва 101000,
Чистопрудный бульвар, д. 2

Типография издательства «Связь»
Госкомиздата СССР
Москва 101000, ул. Кирова, д. 40

65 коп.



Издательство «Связь»

ТЕОРИЯ СВЯЗИ ПО ПРОВОДАМ

П. А. ПОПОВ